نظریهٔ سرعت متغیر نور و تکینگی‌های آتی کیهان‌شناسی

فاطمه شجاعی باغینی، سمیرا چراغچی مسجدشاه*؛
دانشگاه تهران، دانشکدهٔ فیزیک، گروه گرانش و فیزیک نجومی

دریافت: ۹۷/۵/۱۳ پذیرش: ۹۸/۲/۳

چکیده

در بررسی مدل‌های انرژی تاریک عموماً تکینگی‌هایی در آینده کیهان ظاهر می‌شوند که در این مقاله دسته‌بندی شده‌اند. با کمک گرانش اسکالر- تانسوری به عنوان نظریه‌ای برای سرعت متغیر نور، نشان داده می‌شود که وجود تکینگی آنی به واگرایی سرعت نور نمی‌انجامد و به‌علاوه با کمک این نظریه می‌توان تعدادی از تکینگی‌های آتی کیهان را منظم ساخت.

واژگان کلیدی: سرعت متغیر نور، تکینگی‌های آتی کیهان

مقدمه

بررسی داده‌های به دست آمده از انتقال به سرخ ابرنواخترهای نوع Ia، اطلاعات به دست آمده از ناهمسانگردی اشعهٔ زمینه کیهان[1] و نوسانات اکوستیکی باریون‌ها، وجود نوعی شاره کیهانی به نام انرژی تاریک را نشان می‌دهد که در کیهان فعلی سهم غالب را در میان سایر مؤلفه ها دارد. به‌علاوه این شاره دارای فشار مؤثر منفی است تا بتواند انبساط شتاب‌دار کیهان را توضیح دهد و به همین دلیل لزوماً در کلیه شرایط انرژی صدق نمی‌کند و می‌تواند سبب بروز تکینگی‌های متعدد در آینده کیهان شود. از این رو کیهان‌شناسان به طبقه‌بندی تکینگی‌های مختلف آتی کیهان و بررسی خواص آن‌ها پرداخته‌اند که در بخش بعد به مرور مختصر آن می‌پردازیم.

علاوه بر مدل استاندارد کیهان‌شناسی که بر مبنای نظریهٔ نسبیت عام اینشتین ساخته شده است، می‌توان به بررسی کیهان همگن و همسانگرد در قالب نظریات تعمیم یافته گرانش نیز پرداخت. در این نظریات با استفاده از درجه‌های آزادی اضافه و بدون نیاز به شارهٔ غیرمعمول، می‌توان شرایط لازم برای رسیدن به فشار منفی را ایجاد و لذا توصیفی برای شتاب اخیر ارائه داد. اما با وارد شدن این مؤلفه فشار منفی و نقض برخی از شرایط انرژی همان گونه که اشاره شد، ظهور برخی از تکینگی‌ها نیز انتظار می‌رود. از جمله مهم‌ترین این نظریات، نظریهٔ اسکالر-تانسوری برنس-دیکی[2] است که علاوه بر متریک، حاوی یک درجه آزادی اسکالری اضافه است که به صورت غیرکمینه[3] با متریک جفت شده است. این میدان اسکالر می‌تواند با یک درجه آزادی اضافه میدان گرانشی باشد و یا نقش یک ثابت فیزیکی متغیر با زمان کیهانی، مثل سرعت نور و یا ثابت گرانش، را ایفا کند. با بررسی کیهان در این نظریه و یا نظریات عمومی‌تر

*نویسندهٔ مسئول: s_cheraghchi@ut.ac.ir

[1] Cosmic Microwave Background Rdiation

[2] Brans-Dicke theory

[3] Non minimal

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2026-05-22]

[DOI: 10.52547/jmrph.3.1.23]

اسکالر-تانسوری، یک سؤال مهم این است که آیا این میدان جدید نیز در مجاورت هر نوع از تکینگی‌های کیهان واگرا است و یا دارای مقدار متناهی است؟ سؤال مهم بعدی این است که آیا این نظریات قادرند ماهیت هر نوع از تکینگی‌ها را تغییر دهند و یا حتی به برداشتن برخی از آن‌ها بیانجامند؟

در مقاله حاضر در بخش سه با انتخاب میدان اسکالر در نقش سرعت متغیر نور، به سؤال اول در مورد یک نوع خاص از تکینگی‌های آتی یعنی تکینگی آنی، می‌پردازیم و سپس سؤال دوم را برای مدلی که به تکینگی پارامتر حالت شاره کیهانی می‌تواند ختم شود، پاسخ خواهیم داد. خلاصه‌ای از نتایج نیز در بخش چهار ارائه شده است.

تکینگی‌های آتی کیهان

معادلات کیهان‌شناسی استاندارد حاکم بر عامل مقیاس کیهان $a(t)$ عبارتند از:

$$\left(\frac{\acute{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}$$

$$\frac{\acute{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3}(\rho + 3P) \qquad (۱)$$

که ρ چگالی شاره، P فشار شاره، ثابت K بیانگر هندسه سه فضا است و مقادیر $-1,0,1$ را دارد که به ترتیب معرف کیهان بسته، تخت و باز است. با کمک معادلات فوق تکینگی‌های آتی کیهان را می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

۱. تکینگی مه چاک[۴] [۱]: در این تکینگی در زمان محدود t_s، $a \to \infty$، $\rho \to \infty$، $|P| \to \infty$، و همهٔ شرایط انرژی نقض می‌شوند.

۲. تکینگی آتی آنی[۵] [۲]: در این تکینگی برای $t \to t_s$، $a \to a_s$، $\rho \to \rho_s$، $|P| \to \infty$ و پارامتر هابل $H = \frac{\acute{a}}{a}$ نیز در این لحظه محدود می‌ماند و شرط انرژی غالب[۶] نقض می‌شود.

۳. تکینگی انجماد بزرگ[۷] [۳]: در این تکینگی برای $t \to t_s$، $a \to a_s$، $\rho \to \infty$، $|P| \to \infty$.

۴. تکینگی توقف بزرگ[۸] [۴]: در این تکینگی برای $t \to t_s$، $a \to a_s$، $\rho \to 0$، $|P| \to 0$. پس بر طبق معادلات (۱) در مجاورت تکینگی پارامتر هابل به صفر می‌رود اما مشتقات پارامتر هابل می‌توانند واگرا شوند.

۵. تکینگی آتی آنی تعمیم‌یافته[۹] [۵]: در این تکینگی برای $t \to t_s$، $a \to a_s$، $\rho \to \rho_s$، $|P| \to P_s$ و فقط مشتقات فشار می‌توانند واگرا شوند. در این تکینگی هیچ کدام از شرایط انرژی نقض نمی‌شوند.

[4] Big-Rip
[5] Sudden future singularity
[6] Dominated Energy Condition$\rho \geq 0, \rho \geq |P|$
[7] Big Freeze Singularity
[8] Big-Brake
[9] Generalized Sudden future singularity

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2026-05-22]
[DOI: 10.52547/jmrph.3.1.23]

۶. تکینگی ω [۶]: در این تکینگی برای $t \to t_s$، $a \to a_s$، $\rho \to 0$، $|P| \to 0$. به‌علاوه مشتقات پارامتر هابل متناهی هستند و شرایط انرژی نیز نقض نمی‌شوند و فقط پارامتر معادله حالت شارهٔ تاریک $\omega = \frac{p}{\rho}$ واگرا می‌شود.

لازم به ذکر است در تکینگی آنی با توجه به معادلات (۱)، از واگرایی فشار در t_s، واگرایی شتاب مقیاس کیهان به دست می‌آید. یکی از پاسخ‌های مدل مهبانگ[۱۰] کیهان‌شناسی که واجد شرایط این نوع تکینگی می‌باشد عبارت است از:

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_s}\right)^2 (a_s - 1) + 1 - \left(1 - \frac{t}{t_s}\right)^n \qquad (۲)$$

که n و q پارامترهای آزاد هستند. البته برای آن که در تکینگی $\acute{a}_s \to -\infty$ رود و نیز انبساط کیهان اولیه کند شونده باشد لازم است، $1 < n < 2$ و $0 < q < 1$. متناظراً می‌توان پاسخ‌هایی از معادلات (۱) را پیشنهاد کرد که به تکینگی ω بیانجامد. در میان پاسخ‌های موجود، در این جا به پاسخ زیر می‌پردازیم [۷] زیرا این ویژگی خاص را دارد که با تغییر کردن پارامترهای آن می‌تواند به چهار نوع تکینگی مه چاک، آنی، انجماد بزرگ و ω بیانجامد.

$$a(t) = a_s \left(\frac{t}{t_s}\right)^m e^{\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^n} \qquad (۳)$$

در این پاسخ با m دلخواه و $1 < n < 2$ تکینگی آنی، $-\infty < m < 0$ و n دلخواه تکینگی مه‌چاک، m دلخواه و $0 < n < 1$ تکینگی انجماد بزرگ و $m = 0$ و $n > 2$ تکینگی ω را در آیندهٔ کیهان خواهیم داشت.

سرعت نور وابسته به زمان کیهانی

ایدهٔ ثابت‌های فیزیکی وابسته به زمان ابتدا توسط دیراک برای ثابت جفت‌شدگی گرانش مطرح و سپس توسط برنس دیکی در قالب یک نظریهٔ اسکالر-تانسوری ارائه شد که علاوه بر متریک $g_{\mu\nu}$ حاوی میدان اسکالر ψ نیز است و بعدها این نظریه نیز به صورت نظریهٔ تعمیم یافتهٔ اسکالر- تانسوری، گسترش داده شد [۸]. در کیهان‌شناسی وجود ثابت‌های متغیر به این معنی است که این ثابت‌ها فقط در مقیاس زمانی تحولات کیهانی[۱۱]، تغییر قابل ملاحظه‌ای دارند و در سن فعلی عالم به مقادیر کنونی خود رسیده‌اند. تأیید تجربی این مطلب عمدتاً بر مبنای داده‌های رصدی کوازارهای دوردست است که طیف آن‌ها نشان می‌دهد که ثابت ساختار ریز در گذشته مقدار کوچک‌تری نسبت به حال داشته است [۹]. از جمله ثابت‌های مهم فیزیک سرعت نور است که ایدهٔ وارد کردن آن به صورت متغیر نخستین بار توسط موفت[۱۲] مطرح شد [۱۰]. انگیزهٔ اصلی در ساختن مدل‌های سرعت متغیر نور حل مشکلات کیهان‌شناسی استاندارد یعنی مسألهٔ افق، تختی و نبود تک‌قطبی‌های مغناطیسی بود [۱۱]. به عبارت دیگر این مدل به عنوان جانشینی برای مدل‌های تورم مطرح شد. لازم به ذکر است این دو راه‌حل برای متغیر کردن یک ثابت فیزیکی در هر نظریه‌ای وجود دارد. راه‌حل اول آن است که در معادلات نظریه، این ثابت را متغیر انگاشته و وابستگی زمانی آن را به صورت یک تابع ورودی مفروض در نظر بگیریم [۱۱-۱۰]. از طرف دیگر فرض برقراری معادلات حتی در حضور

[10] Big-Bang

[11] این زمان از مرتبه H_0^{-1} است، که H_0 پارامتر هابل در عصر فعلی کیهان است .

[12] Moffat

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2026-05-22]

[DOI: 10.52547/jmrph.3.1.23]

ثابت‌های متغیر فقط می‌تواند در یک دستگاه مختصات مرجح کیهانی صادق باشد و اصل هموردایی عام دیگر برقرار نیست. برای حفظ هموردایی عام و در نتیجه معادل بودن دستگاه‌های مختصات مختلف لازم است سراغ راه‌حل دوم برویم که آن استفاده از یک کنش جدید است که ثابت مورد نظر در آن با یک میدان دینامیکی جانشین شده باشد [۱۲]. یکی از مناسب‌ترین کنش‌ها برای سرعت متغیر نور، کنش اسکالر- تانسوری زیر است:

$$S=\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\left(F(\psi)R-2U(\psi)-g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi\right)+S_m[\phi_i,g_{\mu\nu}] \qquad (۴)$$

که $F(\psi)=\left(\frac{c}{c_0}\right)^4$ تابع جفت‌شدگی، $U(\psi)$ پتانسیل میدان اسکالری و S_m کنش میدان‌های مادی ϕ_i است. از این جا به بعد برای راحتی $8\pi G=c_0^4=1$ اختیار می‌کنیم و $d^4x=dtd^3x$.

با وردش کنش فوق برای کیهان همگن و همسانگرد خواهیم داشت:

$$3F\left(H^2+\frac{K}{a^2}\right)=\rho+\frac{1}{2}\dot{\psi}^2-3H\acute{F}+U$$
$$-2F\left(\acute{H}-\frac{K}{a^2}\right)=(\rho+P)+\dot{\psi}^2+\acute{F}-H\acute{F}\dot{\psi}+3H\dot{\psi}=\frac{3dF}{d\psi}\left(\acute{H}+3H^2+\frac{K}{a^2}\right)-\frac{dU}{d\psi} \qquad (۵)$$

سؤالی که در این جا مطرح می‌شود این است که آیا سرعت نور در مجاورت تکینگی‌های کیهانی نیز واگرا می‌شود؟ برای ذکر یک مثال سراغ تکینگی آنی می‌رویم. با انتخاب پارامتر کوچک $\epsilon=t_s-t$، دو جملهٔ اول غالب تابع مقیاس عبارت است از

$$a(t)=a_s-\frac{q(a_s-1)}{t_s}\epsilon^n \qquad (۶)$$

از آن جا که وجود تکینگی آتی به این معناست که تنها فشار شارهٔ کیهانی در تکینگی واگرا شود، بنابراین با نگاهی اجمالی به معادلات (۵) می‌توان انتظار داشت که در $t\to t_s$ کمیات $F,\acute{F},\psi,\dot{\psi},U$ مقادیر متناهی باشند اما ρ و $\acute{F}\to-\infty$ و $\dot{\psi}\to\infty$. با انجام محاسبه‌های نسبتاً طولانی [۱۵] می‌توان نشان داد این انتظار برآورده می‌شود و با $a(t)$ فوق در مجاورت تکینگی، رفتار سایر کمیات نیز در نزدیک این نقطه به شکل زیر است:

$$\rho=\rho_0+\rho_1\epsilon^{n-1},\psi=\psi_0+\psi_1\epsilon^n$$
$$F=F_0+F_1\epsilon^n,H=H_0+H_1\epsilon^{n-1} \qquad (۷)$$

که قیود بین ضرایب ثابت موجود در روابط فوق با جای‌گذاری در معادله‌های (۵) و برابری ضرایب توان‌های غالب در طرفین معادلات به دست می‌آید. باید توجه داشت که متناهی ماندن F در مجاورت تکینگی به این معناست که حتی با دینامیکی انگاشتن سرعت نور، این کمیت در مجاورت تکینگی آتی متناهی خواهد ماند.

کاربرد مهم سرعت دینامیکی نور، منظم[۱۳] ساختن تکینگی‌ها است. برای نشان دادن این کاربرد و ذکر مثال، عامل مقیاس (۳) را در نظر بگیرید. می‌توان نشان داد با انتخاب مناسب $F(\psi)$ می‌توان از بروز تکینگی آنی جلوگیری کرد.

[13] Regularization

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2026-05-22]
[DOI: 10.52547/jmrph.3.1.23]

به عبارت دیگر حتی با در نظر گرفتن (۳) فشار و سایر کمیات در $t \to t_s$ متناهی خواهند بود. برای نشان دادن این مطلب فرض کنید:

$$F = F_0\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^{\beta}$$

$$\psi = \psi_s\left(\frac{t}{t_s}\right)^{\alpha} + \psi_0\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^{\gamma} \quad (۸)$$

با جای‌گذاری این روابط در معادلات (۵) و شرط متناهی بودن فشار و چگالی در $t \to t_s$، کران‌های $\beta \geq 2$ و $\gamma \geq 1$ به‌دست می‌آید. ضمن آن که با محاسبات لازم [۱۵-۱۴] داریم:

$$\rho(t) = -\left(U_0 + \frac{\psi_s^2\alpha^2}{2t_s^2}\right) + \frac{\psi_s^2\alpha^2(1-6m)}{2t_s^2}\left(1-\frac{t}{t_s}\right)$$

$$P(t) = \left(U_0 - \frac{\psi_s^2\alpha^2}{2t_s^2}\right) + \begin{cases} \frac{-F_0\beta(\beta-1)}{t_s^2}\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^{\beta-2} & \beta < 1+\gamma, \beta < 3 \text{ اگر} \\ \frac{2\psi_0\psi_s\alpha\gamma}{t_s^2}\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^{\gamma-1} & \beta > 1+\gamma, \gamma < 2 \text{ اگر} \\ \frac{\psi_s^2\alpha^2(\alpha-1+3m)}{t_s^2}\left(1-\frac{t}{t_s}\right) & \beta > 3, \gamma > 2 \text{ اگر} \end{cases} \quad (۹)$$

$$\omega = \frac{-U_0 - \frac{\psi_s^2\alpha^2}{2t_s^2}}{U_0 + \frac{\psi_s^2\alpha^2}{2t_s^2}}$$

که هر سه کمیت در مجاورت t_s، متناهی هستند. محاسبات مشابهی را می‌توان با کمک (۳) برای تکینگی‌های آنی، مه چاک و انجماد بزرگ انجام داد و منظم‌سازی تکینگی را در این انواع نیز مشاهده کرد [۱۳].

نتیجه‌گیری

در این مقاله ضمن معرفی انواع تکینگی‌های آتی کیهان به بررسی دقیق‌تری از دو تکینگی آنی و ω پرداختیم. سپس سراغ نظریه اسکالر-تانسوری سرعت نور متغیر با زمان کیهانی رفتیم و نشان دادیم در مجاورت تکینگی آنی سرعت متغیر نور متناهی می‌ماند ضمن آن که با کمک درجهٔ آزادی اضافه $F(\psi)$ در لاگرانژی این نظریه، می‌توان بسیاری از تکینگی‌ها شامل آنی، انجماد بزرگ، مه‌چاک و ω را برطرف نمود. محاسبات در مورد تکینگی ω نشان می‌دهد که $\rho + P$ در مجاورت تکینگی به $\frac{-\psi_s^2\alpha^2}{t_s^2}$ میل می‌کند و در نتیجه همه شرایط انرژی نقض می‌شوند.

منابع

1. R. R. Caldwell, Phys. lett. B, 545, 23, (2002)

2. J. D. Barrow, Class. Quant. Grav. , 21, L79, (2004)

3. S. Nojiri, S.D. Odintsov, Phys. Rev. D, 70,103522, (2004)

4. V. Gorini, A. Kamenshchik, U. Moschella, V. Pasquier, Phys. Rev. D, 69,123512,(2004)

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2026-05-22]

[DOI: 10.52547/jmrph.3.1.23]

5. J. D. Barrow, C.G. Tsagas, Class. Quant. Grav., 22.1563,(2005)

6. M. P. Dabrowski, T. Denkiewicz, Phys. Rev. D, 79,063521, (2009)

7. M. P. Dabrowski , T. Marosek , JCAP, 02,012, (2013)

8. V. Faraoni, "Cosmology in Scalar– tensor Gravity" Kluwer Academic Publishers, (2004)

9. J. Uzan, Rev. Mod. Phys. 75, 403, (2003)

10. J. W. Moffat. Int. J. Mod. Phys. D, 351, (1993)

11. A. Albrecht, J. Magueijo, Phys. Rev. D, 59, 043516, (1999)

12. G. F. R. Ellis, J.P. Uzan, Am. J. Phys., 73, 3,240, (2005)

13. F. Shojai, A. Shojai, M. Sanati, Eur. Phys. J. C., 75, 568, (2015)

۱۴. یاسمن همایونی، "تکینگیهای آتی کیهان" پایان نامه کارشناسی ارشد، با راهنمایی دکتر فاطمه شجاعی، دانشکدهٔ فیزیک دانشگاه تهران، شهریور ماه ۱۳۹۲

۱۵. مهسا صنعتی، "انرژی تاریک و تکینگی‌های کیهان" پایان نامه کارشناسی ارشد، با راهنمایی دکتر فاطمه شجاعی، دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، تیر ماه ۱۳۹۳

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2026-05-22]

[DOI: 10.52547/jmrph.3.1.23]