هندسه‌های با نقض ابرمقیاس لیفشیتز در گرانش مکعبی

محمد علی گنجعلی، وحید امیرخانی؛
دانشگاه خوارزمی، دانشکدهٔ فیزیک

دریافت: ۹۷/۸/۲۹ پذیرش: ۹۹/۱۱/۱۵

چکیده

در [۱۲]، نظریه‌ای که تا مرتبهٔ سوم انحنا در حد خطی شده معادلات میدان در خلأ با گرانش اینشتینی هم‌ارز است معرفی شده است که ***گرانش مکعبی اینشتینی*** نامیده می‌شود. این نظریه گرانشی شامل جمله استاندارد اینشتین، ثابت کیهان‌شناسی، جمله گوس- بونه و جمله مرتبهٔ سوم انحنا است.

ما در این مقاله جواب‌هایی از این نظریه را در چهار بعد خواهیم یافت که در آنها فضا و زمان تحت تبدیلات مقیاس به‌صورت متفاوتی رفتار می‌کنند. برای یافتن این نوع جواب‌ها، از متریک لیفشیتز با نقض ابرمقیاس با پارامتر θ استفاده کردیم و نشان دادیم که در نظریه گرانش مکعبی فقط در صورتی جواب‌های سیاه‌چاله با نقض ابرمقیاس وجود دارد که ثابت کیهان‌شناسی برابر صفر باشد. همچنین، این جواب‌ها برای هر مقدار دلخواه از z و فقط برای $\theta = 2$ وجود دارند.

واژگان کلیدی: گرانش مکعبی اینشتینی، متریک لیفشیتز، نقض ابرمقیاس

مقدمه

از حدود دو دههٔ پیش گرانش‌های مرتبهٔ بالاتر نظرات زیادی را به ویژه در حوزهٔ فیزیک انرژی‌های بالا به خود جلب کرده‌اند. انتظار می‌رود برای توصیف کوانتومی از میدان گرانشی باید مجموعه‌ای از جملات با مشتقات مرتبهٔ بالاتر از میدان متریک که شامل ادغام‌های مختلف تانسور ریمان و مشتقات هموردای آن است را به کنش هیلبرت- اینشتین اضافه کنیم. اضافه کردن این جملات به کنش هیلبرت- اینشتین می‌تواند منجر به نظریهٔ گرانشی بازبهنجارش پذیر شود [۱]. در کیهان‌شناسی، گرانش مرتبهٔ بالاتر برای به دست آوردن مدل‌هایی فراتر از مدل استاندار کیهان‌شناسی برای یافتن پاسخی برای توصیف انبساط شتاب‌دار کیهانی، مسألهٔ ماده تاریک یا تورم به کار می‌رود [۲-۴]. هم‌چنین در چارچوب هولوگرافی از آنها برای مشخص کردن خواص متعدد نظریه‌های میدان همدیس به شدت جفت شده استفاده می‌کنیم [۵-۷]. از طرف دیگر، خود هولوگرافی انگیزه‌ای برای ساختن نظریه‌های جدید با مشتقات مرتبهٔ بالاتر مانند گرانش شبه‌توپولوژیک است [۸-۱۰].

[DOI: 10.52547/jmrph.4.2.83]

آن‌چه در مورد مطالعهٔ گرانش‌های مرتبهٔ بالاتر مهم است، بررسی شکل خطی شده معادلات حرکت مربوط به آنها است. چون با خطی‌سازی معادلات حرکت می‌توانیم مراحل آزادی فیزیکی منتشر شده را بررسی کنیم و از نبود مشکلاتی مانند شبح، ناپایداری تاکیونی و ناپایداری گرادیان اطمینان حاصل کنیم.

علی رغم وجود علاقهٔ زیاد به بررسی گرانش مرتبهٔ بالاتر و اهمیت آن، تعداد کمی از این مدل‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. به طور کلی بررسی این نظریه‌ها به دلیل وجود مشتقات مرتبهٔ بالا در معادلات حرکت و همین‌طور مشکلاتی نظیر شبح که نشان دهندهٔ غیریکانی بودن نظریهٔ کوانتومی است، بسیار دشوار است [۱۱]. در نتیجه برای جلوگیری از بروز این آسیب‌ها یا باید به دنبال مدل‌هایی برویم که در آنها بتوانیم این مشکلات را کنترل کنیم، مانند گرانش لاولاک و گرانش شبه‌توپولوژیک، یا مدل‌های گرانشی جدیدی بسازیم که شبح نداشته باشند.

در [۱۲] نشان داده شده است که تا مرتبهٔ سوم انحنا، فقط یک نظریه وجود دارد که در حد خطی شده معادلات میدان در خلأ با گرانش اینشتینی هم‌ارز است به این معنی که تنها مد فیزیکی انتشار یافته توسط اختلالات متریک برای هر دو نظریه، گراویتون بدون جرم است. هم‌چنین این نظریه ثابت‌های جفت‌شدگی مستقل از بعد دارد. این نظریهٔ جدید که ***گرانش مکعبی اینشتینی*** نامیده می‌شود، شامل جمله استاندارد اینشتین، ثابت کیهان‌شناسی، جملهٔ گوس- بونه و جملهٔ مرتبهٔ سوم انحنا است. یافتن جواب معادلات حرکت گرانش مکعبی اینشتینی بسیار مهم است. حل‌های سیاه‌چاله و ترمودینامیک آن در [۱۳] و [۱۴] بررسی شده است.

ما در این مقاله در جستجوی جواب‌هایی از این نظریه هستیم که در آنها فضا و زمان تحت تبدیلات مقیاس به‌صورت متفاوتی رفتار می‌کنند. برای یافتن این نوع جواب‌ها در ابتدا از متریک زیر و سپس از حالت‌های کلی‌تر شده آن که بیانگر جواب‌های سیاه‌چاله هستند استفاده می‌کنیم:

(۱)

$$ds^2 = \frac{-r^{2z}}{L^2}dt^2 + \frac{L^2}{r^2}dr^2 + r^2\sum_{i=1}^{d} dx_i^2$$

که d نشان دهنده بعد فضایی، z متغیر دینامیکی و L شعاع انحنا است. واضح است که این متریک تحت تبدیلات زیر ناوردا است:

(۲)

$$t \to \lambda^z t, \qquad r \to \lambda^{-1} r, \qquad x_i \to \lambda x_i$$

به متریک (۱) که گروه ایزومتری آن شامل مولدهای دوران‌ها و انتقال‌های فضایی، انتقال‌های زمانی و اتساع زمانی است و در آن، زمان و مکان به‌صورت متفاوتی تحت تبدیلات مقیاس تغییر می‌کنند هندسهٔ لیفشیتز می‌گویند [۱۵].

می‌توانیم این متریک را به متریک لیفشیتز همدیس هم تعمیم دهیم. در این صورت متریک به‌صورت زیر داده می‌شود [۱۶]:

[DOI: 10.52547/jmrph.4.2.83]

(۳)

$$ds^2 = r^{-2\frac{\theta}{d-1}}\left(\frac{-r^{2z}}{L^2}dt^2 + \frac{L^2}{r^2}dr^2 + r^2 \sum_{i=1}^{d} dx_i^2\right)$$

که در این‌جا به θ نقض ابرمقیاس می‌گوییم. متریک بالا به هندسه با نقض ابرمقیاس معروف است. اگر θ، صفر نباشد آن‌گاه می‌توان نشان داد که با استفاده از تناظر AdS/CFT، فاصلهٔ تحت مقیاس ناوردا نیست، در نتیجه شاهد نقض ابرمقیاس در نظریهٔ میدان دوگان خواهیم بود [۱۷]. برای بررسی عمیق‌تر این هندسه و ویژگی‌های آن، به [۱۸-۲۱] مراجعه کنید.

در ادامه این مقاله برای سادگی قرار می‌دهیم $w = \frac{\theta}{d-1}$ و $L = 1$.

این مقاله از این بخش‌ها تشکیل شده است: در بخش بعدی به‌صورت اجمالی کنش گرانش مکعبی اینشتینی و متریک مورد استفاده را معرفی می‌کنیم. سپس معادلات حرکت به‌دست آمده از کنش را می‌نویسیم و به ازای $w = 0,1,-1$ معادلات حرکت را به‌دست می‌آوریم و به دنبال جواب‌های نقض ابرمقیاس لیفشیتز می‌گردیم و در پایان نشان می‌دهیم که برای (۱) فقط به ازای $\theta = 2$، نقض ابرمقیاس لیفشیتز وجود دارد.

کنش گرانش مکعبی اینشتینی

در این بخش کنش معرفی شده در [۱۲] را به طور مختصر بررسی می‌کنیم. برای این منظور ابتدا چگالی لاگرانژی متناظر با نظریهٔ گرانش مکعبی اینشتینی را می‌نویسیم:

(۴)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2\kappa}\left[-2\Lambda + R\right] + \alpha\chi_4 + \kappa\left[\beta\chi_6 + \lambda P\right]$$

که در آن Λ ثابت کیهان‌شناسی، χ_4، χ_6 و P شامل برهمکنش‌های مرتبه ۲ و ۳ انحنا و ضرایب α، β و λ سه پارامتر حقیقی دلخواه هستند. χ_4 جمله گوس- بونه در چهار بعد (جمله لاولاک مربعی) است و برابر است با:

(۵)

$$\chi_4 = R_{abcd}R^{abcd} - 4R_{ab}R^{ab} + R^2$$

χ_6 جمله گوس- بونه در شش بعد (جمله لاولاک مکعبی) است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

(۶)

$$\begin{aligned}\chi_6 &= \frac{1}{8}\varepsilon_{abcdef}\varepsilon^{ghijkl}R_{ab}{}^{gh}R_{cd}{}^{ij}R_{ef}{}^{kl}\\ &= 4R_{ab}{}^{cd}R_{cd}{}^{ef}R_{ef}{}^{ab} - 8R_{a\ b}^{\ c\ d}\,R_{c\ d}^{\ e\ f}\,R_{e\ f}^{\ a\ b} - 24R_{abcd}R^{abc}{}_{e}\\ &+3R_{abcd}R^{abcd}R + 24R_{abcd}R^{ac}R^{bd} + 16R_a{}^bR_b{}^cR_c^a - 12R_a{}^bR_b^a + R + R^3\end{aligned}$$

[DOI: 10.52547/jmph.4.2.83]

این جمله در $D=6$ سهمی در معادلات حرکت ندارد و برای $D \leq 5$، صفر است. P جمله جدید مکعبی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۷)

$$P = 12R_{a\ b}^{\ c\ d}R_{c\ d}^{\ e\ f}R_{e\ f}^{\ a\ b} + R_{ab}^{cd}R_{cd}^{ef}R_{ef}^{ab} - 12R_{abcd}R^{ac}R^{bd} + 8R_a^bR_b^cR_c^a$$

در این مقاله، ما کنش را در $D=4$ بررسی می‌کنیم. در نتیجه کنش برابر می‌شود با:

(۸)

$$A = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2\kappa}[-2\Lambda + R] + \alpha\chi_4 + \kappa\lambda P\right)$$

هدف ما پیدا کردن جواب‌های نقض ابرمقیاس لیفشیتز است. برای این منظور از روش کنش مؤثر استفاده می‌کنیم. به عبارت دیگر متریک زیر را در نظر می‌گیریم:

(۹)

$$ds^2 = [-f^2(r)dt^2 + \frac{dr^2}{h^2(r)} + r^{2-2w}(dx^2 + dy^2)]$$

برای این متریک، می‌توانیم عناصر تانسور انحنا را با استفاده از عبارت‌های زیر بنویسیم [۲۲]:

$$m = g^{rr}g^{ii}R_{riri} \qquad n = g^{tt}g^{rr}R_{trtr} \tag{۱۰}$$

$$p = g^{tt}g^{ii}R_{titi} \qquad q = g^{ii}g^{jj}R_{ijij} \tag{۱۱}$$

که اندیس‌های i و j نشان دهندهٔ مختصه‌های فضایی هستند. حال با استفاده از (۱۰) و (۱۱) روابط زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$R = 2n + 4m + 4p + 2q \tag{۱۲}$$

$$\chi_4 = 8\ (2mp + nq) \tag{۱۳}$$

متریک (۹) را در رابطهٔ (۸) قرار می‌دهیم و نسبت به میدان‌های $f(r)$ و $h(r)$ وردش می‌گیریم تا معادلات حرکت را برای هر کدام از میدان‌ها به‌دست آوریم. ما فقط دو معادله حرکت برای $f(r)$ و $h(r)$ خواهیم داشت. معادلات حرکت به‌دست آمده بسیار پیچیده هستند. ما به دنبال جواب‌های نقض ابرمقیاس هستیم که در بخش بعدی به آن می‌پردازیم.

جواب نقض ابرمقیاس لیفشیتز

همان‌طور که بیان شد در این بخش می‌خواهیم جواب‌های نقض ابرمقیاس لیفشیتز را برای کنش رابطهٔ (۸) با استفاده از متریک داده شده در رابطهٔ (۹) به‌دست بیاوریم. برای این منظور تعریف‌های زیر را در (۹۹) اعمال می‌کنیم [۲۲]:

$$f(r) = r^{z-w-1} g(r), \qquad h(r) = r^{w} g(r) \tag{۱۴}$$

هم‌چنین برای سادگی قرار می‌دهیم $g(r) = r^2 - S$ که در آن S یک ثابت دلخواه است. حال با این فرضیات، به دنبال شرایطی بر پارامترهای α و λ می‌گردیم به طوریکه $f(r)$ و $h(r)$ تعریف شده در (۱۴) جواب معادلات حرکت باشند. ما این کار را در ۴ بعد انجام می‌دهیم، تعمیم به بعدهای بالاتر سرراست است.

با وردش‌گیری از کنش به کمک نرم‌افزار Mathematica، معادلات حرکت برای $f(r)$ و $h(r)$ به ترتیب برابر می‌شوند با:

$$\frac{1}{(r^2-S)\kappa} r^{-5+w-z}\sqrt{r^{2-8w+2z}}\Big(-r^{4+2w}(r^2-S)(-1+w)(S+r^2(-5+w)-Sw)-r^6\Lambda+48r^{6w}(r^2-S)^2(-1+w)^2\kappa^2\lambda\Big(4\Big(-r^8(3+w)(5+9w+6w^2)+2r^2S^3\big(1+w^2(4+9w)\big)-2r^4S^2(1+w)\big(-1+w(8+15w)\big)+S^4\big(3+w(8+w-4w^2)\big)+2r^6S\Big(2+w\big(19+w(32+11w)\big)\Big)\Big)+4(r^2-S)\Big(r^6(1+w)(4+w)(1+2w)-S^3(-2+w)\big(5+w(9+2w)\big)-r^4Sw\big(37+3w(9+2w)\big)+r^2S^2\Big(10+w\big(11+3w(7+2w)\big)\Big)\Big)z-(r^2-S)^2\Big(S^2\big(-43+w(-16+11w)\big)-2r^2S\big(28+w(17+11w)\big)+r^4\big(3+w(50+11w)\big)\Big)z^2+(r^2-S)^3\big(-S(-17+w)+r^2(21+w)\big)z^3+2(r^2-S)^4z^4\Big)\Big)=0, \tag{۱۵}$$

و

$$\frac{1}{(r^2-S)\kappa} r^{-6-w}\sqrt{r^{2-8w+2z}}(r^6\Lambda+r^{4+2w}(r^2-S)(-1+w)(r^2(-3+3w-2z)+S(-1-3w+2z))-48r^{6w}(r^2-S)^2(-1+w)^2\kappa^2\lambda(-4r^2S^3(-2+2w(3+8w)+(-3+w(-39+4(-6+w)w))z+3(6+w(15+w))z^2-6(3+2w)z^3+5z^4)+S^4(1+w-z)(-2+z)(-2+4w^2+(13-5z)z+w(-22+7z))+r^8(-1+w-z)(20+4w^2(6+z)+z(4-z(7+5z))+w(36+z(4+7z)))-4r^6S(4w^3(4+z)+w^2(4+3(-8+z)z)+z(1+z)(-3+z(-3+5z))-w(4+3z(1+z(-1+4z))))+2r^4S^2(12w^3(2+z)+w^2(16+9(-8+z)z)-12w(1+z(1+3(-2+z)z))+(-1+z)(4+3z(-4+z(-3+5z))))))=0. \tag{۱۶}$$

[DOI: 10.52547/jmrph.4.2.83]

همان‌طور که می‌بینید، معادلات حرکت بسیار پیچیده هستند. این دو معادله را می‌توانیم به شکل یک چندجمله‌ای به صورت زیر بنویسیم:

$$P^{f,h}(r)=\sum_{a=b=0}^{3} p_{ab}^{f,h} r^{2a+2bw}=0 \qquad (۱۷)$$

که در آن f و h نشان دهندهٔ وردش‌گیری نسبت به $f(r)$ و $h(r)$ و $p_{ab}^{f,h}$ ها ثابت هستند. این چند جمله‌ای باید به ازای همهٔ مقادیر r صفر شود. برای پیدا کردن جواب‌های نقض ابرمقیاس لیفشیتز، در معادلات حرکت قرار می‌دهیم $w=0,1,-1$. برای حالت $w=0$ و $w=-1$، جوابی به‌دست نمی‌آوریم (معادلات حرکت برای این دو وضعیت در پیوست آورده شده‌اند.) اما معادلات حرکت به ازای $w=1$ برای $f(r)$ و $h(r)$ به ترتیب برابر می‌شوند با

$$\frac{\sqrt{r^{-6+2z}}\Lambda}{r^3\kappa-rS\kappa}=0 \qquad (۱۸)$$

و

$$-\frac{r^{2-2z}\sqrt{r^{-6+2z}}\Lambda}{r^2\kappa-S\kappa}=0 \qquad (۱۹)$$

همان‌طور که می‌بینیم، در نظریهٔ گرانش مکعبی جواب‌های سیاه‌چاله فقط در صورتی وجود دارد که ثابت کیهان‌شناسی برابر صفر باشد. البته، صفر بودن ثابت کیهان‌شناسی با توجه به این‌که متریک انتخابی (۹) که نمایانگر یک فضا–زمان تخت است، از ابتدا قابل پیش‌بینی بود.

علاوه بر این، جواب‌های فوق به ازای هر S برقرار است که به ازای S-های منفی به معنی جواب‌های سیاه‌چاله‌ای است که دارای یک افق سیاه‌چاله است.

همچنین، قابل توجه است که این جواب‌ها برای هر مقدار دلخواه از z اما فقط برای $w=1$ وجود دارند و این‌که پارامتر جملهٔ مرتبه بالاتر نقشی ندارد که بسیار جالب است.

نتیجه‌گیری

در [۱۲] نظریه‌ای که تا مرتبهٔ سوم انحنا در حد خطی شده معادلات میدان در خلأ با گرانش اینشتینی هم‌ارز است معرفی شده است که ***گرانش مکعبی اینشتینی*** نامیده می‌شود. در آن مقاله نشان داده شد که مد فیزیکی انتشار یافته توسط اختلالات متریک برای هر دو نظریه گراویتون بدون جرم است. هم‌چنین این نظریهٔ ثابت‌های جفت‌شدگی مستقل از بعد دارد. این نظریهٔ گرانشی شامل جملهٔ استاندارد اینشتین، ثابت کیهان‌شناسی، جمله گوس- بونه و جمله مرتبهٔ سوم انحنا است.

ما در این مقاله جوابهایی از این نظریه را در چهار بعد پیدا کردیم که در آنها فضا و زمان تحت تبدیلات مقیاس بصورت متفاوتی رفتار می کنند. برای یافتن این نوع جواب‌ها در ابتدا از متریک لیفشیتز با نقض ابرمقیاس استفاده کردیم و

[DOI: 10.52547/jmrph.4.2.83]

نشان دادیم که در نظریه گرانش مکعبی فقط در صورتی جواب های سیاهچاله وجود دارد که ثابت کیهان‌شناسی برابر صفر باشد. البته، این جواب ها برای هر مقدار دلخواه از z و فقط برای $w=1$ وجود دارند.

پیوست

الف: معادله حرکت به ازای $w=0$

برای $f(r)$:

(۲۰)

$$\frac{1}{(r^2-S)\kappa} r^{-5-z}\sqrt{r^{2+2z}}(r^4(r^2-S)(-5r^2+S)-r^6\Lambda+48(r^2-S)^2\kappa^2\lambda(S^4(-2+z)(-1+z)(6+z(-11+2z))+2r^2S^3(4+z^2(-15+(15-4z)z))+4r^4S^2(-1+z)(-2+3z(-4+z(2+z)))+r^8(-60+z(16+z(-3+z(21+2z))))-2r^6S(-8+z(8+z(-31+z(23+4z))))))=0$$

برای $h(r)$:

(۲۱)

$$\frac{1}{r^6(r^2-S)\kappa}\sqrt{r^{2+2z}}(r^6\Lambda+r^4(r^2-S)(S-2Sz+r^2(3+2z))-48(r^2-S)^2\kappa^2\lambda(S^4(-2+z)(-1+z)(2+z(-13+5z))-4r^2S^3(-2+z)(-1+z)(-1+z(-3+5z))+2r^4S^2(-1+z)(4+3z(-4+z(-3+5z)))+4r^6Sz(3+z(6-z(2+5z)))+r^8(1+z)(-20+z(-4+\xi(7+5z)))))=0$$

ب: معادله حرکت به ازای $w=-1$

برای $f(r)$:

(۲۲)

$$\frac{1}{(r^2-S)\kappa} r^{-12-z}\sqrt{r^{2(5+z)}}(-4r^8(3r^4-4r^2S+S^2)-3072r^2(r^2-S)^2(r^6-2r^4S+2S^3)\kappa^2\lambda-r^{12}\Lambda+1536(r^2-S)^3S(8r^4+7r^2S-3S^2)\kappa^2\lambda z+768(r^2-S)^4(9r^4+11r^2S+4S^2)\kappa^2\lambda z^2+384(r^2-S)^5(10r^2+9S)\kappa^2\lambda z^3+384(r^2-S)^6\kappa^2\lambda z^4)=0$$

برای $h(r)$:

(۲۳)

$$\frac{1}{r^5(r^2-S)\kappa}\sqrt{r^{2(5+z)}}(r^6\Lambda+4r^2(r^2-S)(-S(1+z)+r^2(3+z))+\frac{1}{r^6}192(r^2-S)^2\kappa^2\lambda(-S^4(-2+z)z(-24+z(-6+5z))+4r^6S(-2+z^2)(4+z(14+5z))+2r^4S^2z(56-3z(-22+z(4+5z)))-r^8(2+z)(-8+z(-4+z(14+5z)))+4r^2S^3(8+z(8+z(-24+z(-6+5z)))))) = 0$$

منابع

1. Stelle K.S., "Renormalization of higher derivative quantum gravity", Phys. Rev. D, 16 (1977) 953.

2. Sotiriou T.P., Faraoni V., " $f(R)$ Theories of gravity", Rev. Mod. Phys, 82 (2010), 451.

3. Nojiri S., Odintsov S.D., "Unified cosmic history in modified gravity: from $f(R)$ theory to Lorentz non-invariant models", Phys. Rept., 505 (2011) 59.

4. Clifton T., Ferreire P.G., Padilla A., Skordis C., "Modified Gravity and Cosmology", Phys. Rept., 513 (2012) 1.

5. Maldacena J.M., "The Large N limit of superconformal field theories and supergravity", Int. J. Theor. Phys., 38 (1999) 1113.

6. Witten E., "Anti-de Sitter space and holography", Adv. Theor. Math. Phys., 2 (1998) 253.

7. Gubser S.S., Klebanov I.R., Polyakov A.M., "Gauge theory correlators from noncritical string theory", Phys. Lett. B, 428 (1998) 105.

8. Myers R.C., Robinson B., "Black Holes in Quasi-topological Gravity", JHEP, 08 (2010) 067.

9. Myers R.C., Paulos M.F., Sinha A., "Holographic studies of quasi-topological gravity", JHEP, 08 (2010) 035.

10. Oliva J., Ray S., "A new cubic theory of gravity in five dimensions: Black hole, Birkhof's theorem and C-function", Class. Quant. Grav., 27 (2010) 225002.

[DOI: 10.52547/jmrph.4.2.83]

11. Boulware D.G., Deser S., "String Generated Gravity Models", Phys. Rev. Lett., 55 (1985) 2656.

12. Bueno P., Cano P.A., "Einsteinian cubic gravity", Phys.Rev. D, 94 (2016) 1040045.

13. Hennigar R.A., Mann R.B., "Black holes in Einsteinian cubic gravity", Phys. Rev. D, 95 (2017) 064055.

14. Bueno P., Cano P.A., "Four-dimensional black holes in Einsteinian cubic gravity", Phys. Rev. D, 94 (2016) 124051.

15. Kachru S., Liu X., Mulligan M., "Gravity duals of Lifshitz-like Fixed Points", Phys. Rev. D, 78 (2008) 106005.

16. Charmousis C., Gouteraux B., Kim B.S., Kiritsis E., Meyer R., "Effective holographic theories for low-temperature condensed matter systems", JHEP, 1011 (2010) 151.

17. Gouteraux B., Kiritsis E., "Generalized Holographic Quantum Criticality at Finite Density", JHEP, 1122 (2011) 036.

18. Ayon-Beato E., Garbarz A., Giribet G., Hassaine M., "Analytic Lifshitz black holes in higher dimensions", JHEP, 1004 (2010) 030.

19. Lu H., Pang Y., Pope C.N., Vazquez-Poritz J.F., "AdS and Lifshitz Black Holes in Conformal and Einstein-Weyl Gravities", Phys. Rev. D, 87 (2013) 10.

20. Alishahiha M., Yavartanoo H., "On Holography with Hyperscaling Violation", JHEP, 034 (2012) 1211.

21. Brenna W.G., Dehghani M.H., Mann R.B., "Quasi-Topological Lifshitz Black Holes", Phys. Rev. D, 84 (2011) 024012.

22. Ganjali M.A., "Hyperscaling-violating Lifshitz Solutions in Cubic Gravity", Phys. Rev. D, 93 (2016) 024002

[DOI: 10.52547/jmrph.4.2.83]