

بررسی توزیع انرژی مزون‌های تولید شده از واپاشی کوارک تاپ

قطبیده با در نظر گرفتن قطبش بوزون W^+

سید محمد موسوی‌نژاد*، سعید پاک طینت مهدی‌آبادی؛

دانشگاه یزد، دانشکده فیزیک

پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM)، پژوهشکده ذرات و شتابگرها

پذیرش: ۹۸/۲/۳

دریافت: ۹۷/۵/۱۳

چکیده

بررسی توزیع انرژی هادرون‌های تولید شده از واپاشی کوارک تاپ قطبیده یا غیرقطبیده می‌تواند به عنوان کانال غیرمستقیمی برای بررسی خواص این کوارک در نظر گرفته شود. مطابق با مدل استاندارد فیزیک ذرات بنیادی، کوارک تاپ در فرایند آبشاری $t \rightarrow bW^+ \rightarrow Be^+ \nu_e + Jets$ به کوارک باتم و بوزون W^+ واپاشیده می‌شود که در ادامه، بوزون W^+ به زوج لپتون‌ها (یا کوارک-آنتی کوارک)، و کوارک باتم نیز در فرایند هادرونی شدن به مزون یا باریون قابل مشاهده (معمولاً مزون B) تبدیل می‌شود. پیش از این، طیف انرژی مزون‌های B تولید شده از واپاشی کوارک تاپ قطبیده بدون در نظر گرفتن سهم قطبش بوزون W^+ محاسبه شده است. در این مقاله، با در نظر گرفتن حالات مختلف قطبش بوزون W^+ به مطالعه عددی توزیع زاویه‌ای طیف انرژی مزون B در یک چار-چوب مرجع خاص می‌پردازیم. در نهایت، این طیف انرژی را در دو حالت کوارک تاپ قطبیده و غیرقطبیده مقایسه خواهیم کرد.

واژه‌گان کلیدی: کوارک تاپ، بوزون W^+ قطبیده، مزون B .

مقدمه

کوارک تاپ^۱ به عنوان سنگین‌ترین ذره مدل استاندارد فیزیک ذرات بنیادی، طول عمر بسیار کوچکی دارد ($3/3 \times 10^{-25}$ ثانیه [۱]) و لذا نمی‌تواند ساختار مقید تشکیل دهد. بنابراین اطلاعات اسپینی آن بدون تغییر به ذرات حاصل از واپاشی آن منتقل می‌شود. این خاصیت، شرایط منحصر بفردی را ایجاد می‌کند که می‌توان با مطالعه توزیع زاویه‌ای محصولات واپاشی کوارک تاپ به خواص اسپینی آن پی برد. کوارک‌های تاپ که به صورت زوج ($t\bar{t}$) تولید می‌شوند، بدون قطبش هستند ولی در تولید کوارک تاپ منفرد از طریق فرایندهای الکتروضعیف (که در آن پارته نقض می‌شود) این ذره می‌تواند قطبیده باشد. سه روش اصلی برای تولید کوارک تاپ منفرد وجود دارد که به ترتیب بزرگی سطح مقطع، شامل کانال t ، تاپ همراه W و کانال S هستند. به جز کانال دوم، کوارک تولید شده در دو کانال دیگر کاملاً قطبیده است. سطح مقطع تولید این رویدادها حتی می‌تواند به بزرگی حدود ۳۳٪ سطح مقطع تولید زوج $t\bar{t}$ باشد [۲]. همچنین در برخورد دهنده‌های خطی الکترون-پوزیترون، که چند مورد آن در حال بررسی است، با تنظیم قطبش طولی باریک‌های فرودی می‌توان کوارک تاپ ۱۰۰٪ قطبیده را به دست آورد [۳]. اولین مطالعه قطبش

*نویسنده مسئول: mmoosavi@yazd.ac.ir

¹ Top quark

کوارک تاپ توسط گروه $D\bar{O}$ [۴] در آزمایشگاه فرمی^۲ انجام شده است. نتایج این بررسی که در رویدادهای تولید زوج $t\bar{t}$ انجام شده، توافق بسیار خوبی را بین داده‌های آزمایشگاهی و پیشگوئی‌های مدل استاندارد نشان می‌دهد.

برخورد دهنده بزرگ هادرونی (LHC^۳) در سرن^۴ به عنوان کارخانه تولید کوارک تاپ شناخته می‌شود. در این برخورد دهنده در شرایط طراحی شده، انرژی مرکز جرم $\sqrt{S} = 14\text{TeV}$ و درخشندگی^۵ $10^{34}\text{ cm}^{-2}\text{ s}^{-1}$ ، سالانه بیش از ۹۰ میلیون زوج $t\bar{t}$ تولید می‌شود [۵]. تولید این تعداد زیاد کوارک تاپ امکان تعیین دقیق خواص این ذره از جمله جرم، نرخ واپاشی کل (Γ_t) و کسر انشعاب^۶ آن به محصولات مختلف را فراهم می‌کند.

با توجه به عنصر $V_{tb} \approx 0.999$ از ماتریس ترکیب کابیو-کوبایاشی-ماسکوا (CKM) [۶]، در پایین‌ترین مرتبه اختلال، کوارک تاپ با احتمال (تقریباً) صد در صد در فرایند دو جسمی $t \rightarrow bW^+$ واپاشیده می‌شود. در ادامه، بوزون W^+ به زوج لپتون-نوترینو (یا زوج کوارک-آنتی کوارک) واپاشیده می‌شود. همچنین کوارک باتم^۷ قبل از واپاشی، در یک فرایند هادرونی شدن^۸ ($b \rightarrow H + Jets$) به هادرون نهایی H تبدیل خواهد شد. هادرون H ذره‌ای بی‌رنگ و قابل مشاهده بوده که در اکثر موارد مزون B (مزونی با طعم کوارک باتم) است. بنابراین می‌توان با بررسی توزیع انرژی مزون تولید شده در فرایند واپاشی کوارک تاپ، کمیت‌های وابسته به اسپین این کوارک را تعیین کرد.

در مرجع [۷]، توزیع انرژی مزون B تولید شده از واپاشی کوارک تاپ غیرقطبیده طی فرآیند $t \rightarrow bW^+ \rightarrow Be^+v_e + Jets$ با در نظر گرفتن سهم قطبش‌های مختلف بوزون W^+ بررسی شده است. در کار حاضر، به صورت عددی به بررسی توزیع انرژی مزون B در واپاشی کوارک تاپ قطبیده طی فرآیند $t(\uparrow) \rightarrow bW^+ \rightarrow Be^+v_e + Jets$ خواهیم پرداخت که در آن، همانند قبل، قطبش‌های بوزون W^+ را نیز در نظر خواهیم گرفت و محاسبات عددی مربوط را تا مرتبه دوم اختلال در نظریه QCD پیش خواهیم برد. از نتایج این کار می‌توان به عنوان کانال جدید برای بررسی خواص کوارک تاپ و همچنین تعیین دقیق‌تر توابع ترکش پارتونی در آزمایشگاه‌هایی مانند سرن استفاده کرد. از آن جایی که هنوز داده آزمایشگاهی برای مزون‌های تولیدی از واپاشی کوارک تاپ قطبیده یا غیرقطبیده وجود ندارد لذا در حال حاضر نتایج تئوری، قابل مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی نیست. لازم به ذکر است، با توجه به محصولات نهایی لپتونی تولید شده از واپاشی کوارک تاپ، یکی از عمده‌ترین روش‌هایی که در حال حاضر برای مطالعه خواص این ذره استفاده می‌شود بررسی توزیع زاویه‌ای طیف انرژی محصولات لپتونی خروجی از واپاشی بوزون W^+ است. با این وجود، در رهیافت پیشنهادی این مقاله، می‌توان با مطالعه طیف انرژی مزون‌های خروجی به اطلاعاتی مکمل دست یافت و حدود دقیق‌تری روی مقادیر قابل اندازه‌گیری این ذره قرار داد. در کنار این، همچنین می‌توان تابع ترکش کوارک باتم را از این سنجش با دقت بالاتری تعیین کرد.

² Fermilab

³ Large Hadron Collider

⁴ CERN

⁵ Luminosity

⁶ Branching ratio

⁷ Bottom quark

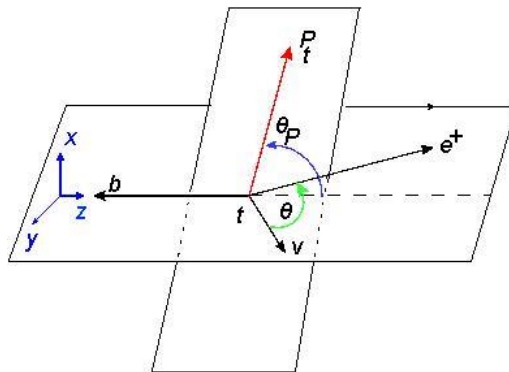
⁸ Hadronization process

ساختار توزیع زاویه‌ای نرخ واپاشی

در حالت کلی، توزیع زاویه‌ای نرخ واپاشی یک کوارک تاپ قطبیده در فرایند $t \rightarrow b+W^+ (\rightarrow e^+ \nu_e)$ به صورت زیر بیان می‌شود [۸]:

$$\frac{d^4\Gamma}{dx_b d \cos \theta d \cos \theta_p} = \frac{1}{2} \left(\frac{d^4\Gamma^{Unpol}}{dx_b d \cos \theta} + P \frac{d^4\Gamma^{Pol}}{dx_b d \cos \theta} \cos \theta_p \right) \quad (1)$$

که در آن P ، اندازه قطبش کوارک تاپ را مشخص می‌کند ($0 \leq P \leq 1$) و زوایای قطبی θ_p و θ در شکل ۱ معرفی شده‌اند.



شکل ۱. چار-چوب مرجع واپاشی کوارک تاپ قطبیده که در آن صفحه رویداد صفحه $y-z$ انتخاب شده است. همچنین بردار اسپین کوارک تاپ نشان داده شده است.

در واقع زاویه θ_p به جهت‌گیری بردار اسپین کوارک تاپ اشاره دارد و زاویه θ سمت‌گیری پوزیترون نسبت به نوترینو را مشخص می‌کند. همچنین پیرو مرجع $[\gamma]$ ، انرژی سنج شده کوارک باتم را به صورت $x_b = 2E_b / (m_t(1-\omega))$ در نظر می‌گیریم که در آن $\omega = m_W^2 / m_t^2$ و $0 \leq x_b \leq 1$. همان‌گونه که در مقدمه عنوان شد، در مرجع $[\gamma]$ کمیت $d^4\Gamma^{Unpol} / (dx_b d \cos \theta)$ با در نظر گرفتن حالات مختلف قطبش بوزون W^+ محاسبه شده است که در این مقاله ابتدا به جزئیات این محاسبه پرداخته و سپس سهم قطبیده را در نظر می‌گیریم. از آن جایی که نتایج حالت قطبیده به صورت تحلیلی قابل ارائه نیستند به تحلیل عددی سهم قطبیده و مقایسه آن با سهم غیر قطبیده خواهیم پرداخت. از طرفی چون نسبت $(m_b / m_t)^2$ بسیار کوچک است در محاسباتمان از جرم کوارک باتم صرف نظر می‌کنیم (رهیافت بدون-جرم^۹). همچنین محاسباتمان را با فرض تقریب پهنای باریک^{۱۰} که در آن شرط $p_W^2 = m_W^2$ در نظر گرفته می‌شود، انجام خواهیم داد. به عبارتی، در انجام محاسبات بوزون برداری W^+ را ذره حقیقی فرض می‌کنیم. در این تقریب و در حالت کلی، فرایند $t \rightarrow bW^+ \rightarrow Be^+ \nu_e + Jets$ را می‌توان به دو بخش $t \rightarrow bW^+$ (با قطبش مشخص بوزون $W^+ \rightarrow e^+ \nu_e$) و تفکیک کرد. با در نظر گرفتن عملگرهای تصویر هموردای زیر $[\gamma]$:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^\mu(\odot) \mathcal{E}^{\nu*}(\odot) &= \frac{\omega}{P_W} \left(p_t^\mu - \frac{P_t \cdot P_W}{m_W^2} p_W^\mu \right) \left(p_t^\nu - \frac{P_t \cdot P_W}{m_W^2} p_W^\nu \right) \\ \mathcal{E}^\mu(\pm) \mathcal{E}^{\nu*}(\pm) &= \frac{1}{2} \left[-g^{\mu\nu} + \frac{P_W^\mu P_W^\nu}{m_W^2} - \frac{\omega}{P_W} \left(p_t^\mu - \frac{P_t \cdot P_W}{m_W^2} p_W^\mu \right) \left(p_t^\nu - \frac{P_t \cdot P_W}{m_W^2} p_W^\nu \right) \right] \mp \frac{i \mathcal{E}^{\mu\nu\rho\sigma}}{m_t |\vec{P}_W|} P_{t\rho} P_{W\sigma} \end{aligned} \quad (2)$$

⁹ Massless scheme

¹⁰ Narrow-width approximation

که روابط بین بردارهای قطبش بوزون W^+ (بردار $\varepsilon^\mu(\lambda)$ با قطبش $\lambda = 0, \pm 1$) را مشخص می‌کنند، می‌توان سهم سه درجه آزادی قطبش W^+ را در محاسبه وارد کرد. در رابطه فوق، $\varepsilon^{033} = 1$ و $|\vec{p}_W| = \sqrt{(p_t \cdot p_W / m_t)^2 - m_W^2}$ بردار تکانه بوزون W^+ در چار-چوب کوارک تاپ ساکن است. با در نظر گرفتن جمع روابط فوق، به رابطه آشنای زیر برای بردارهای قطبش بوزون W^+ می‌رسیم:

$$\sum_{\lambda=-1}^1 \varepsilon^\mu(\lambda) \varepsilon^{\nu*}(\lambda) = -g^{\mu\nu} + \frac{p_W^\mu p_W^\nu}{m_W^2} \tag{۳}$$

با در نظر گرفتن عملگرهای (۲) سهم نرخ قطبیده (غیر قطبیده) در رابطه (۱)، یعنی $d^4\Gamma^{pol/unpol} / (dx_b d \cos \theta)$ ، با در نظر گرفتن قطبش‌های مختلف بوزون W^+ عبارت است از:

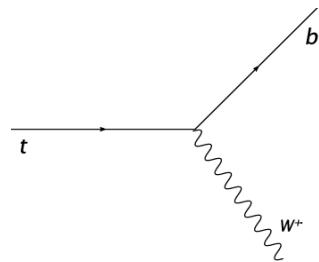
$$\frac{d^4\Gamma}{dx_b d \cos \theta} = \frac{3}{\lambda} (1 + \cos \theta)^2 \frac{d\Gamma^+}{dx_b} + \frac{3}{\lambda} (1 - \cos \theta)^2 \frac{d\Gamma^-}{dx_b} + \frac{3}{4} \sin^2 \theta \frac{d\Gamma^0}{dx_b} \tag{۴}$$

که Γ^+ به سهم قطبش عرضی-مثبت، Γ^- به سهم قطبش عرضی-منفی و Γ^0 به سهم قطبش طولی بوزون W^+ اشاره دارند.

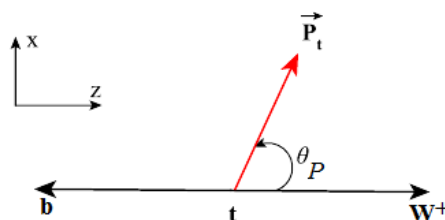
جهت محاسبه سهم مرتبه اول اختلال (LO^{11}) در توزیع (۴)، با در نظر گرفتن نمودار فاینمن شکل ۲ و چار-چوب هلیسیتی نشان داده شده در شکل ۳، برای دامنه گذار داریم:

$$M^{LO} = \varepsilon^\mu(\lambda) \bar{u}(p_b) \left(-\frac{e \gamma_\mu (1 - \gamma_5)}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \right) u(p_t) \tag{۵}$$

که در آن $\varepsilon^\mu(\lambda)$ چار-بردار قطبش بوزون W^+ با قطبش $\lambda = 0, \pm 1$ ، اسپینور دیراک و $u(p)$ اسپینور دیراک و $\sin^2 \theta_W = 0.23124$ [۹] هستند.



شکل ۲. نمودار فاینمن برای واپاشی کوارک تاپ در پایین ترین مرتبه اختلال



¹¹ Leading order

شکل ۳. چار-چوب هلیسیته‌ای که در آن بوزون W^+ در راستای محور z حرکت می‌کند و بردار قطبش کوآرک تاپ با راستای تکانه W^+ زاویه θ_p می‌سازد.

با در نظر گرفتن دامنه (۵) و روابط کامل بودن^{۱۲} بین اسپینورهای دیراک، مربع دامنه گذار عبارت است از:

$$|M^{LO}|^2 = \varepsilon^\mu(\lambda)\varepsilon^\nu(\lambda)\left(\frac{e^\gamma}{\lambda \sin^\gamma \theta_W}\right) \text{Tr}[p_b \gamma_\mu (1-\gamma_5)(p_t + m_t) \frac{1+\gamma_5 \not{s}_t}{2} \gamma_\nu (1-\gamma_5)] \quad (6)$$

در رابطه فوق، جهت وارد کردن اثر قطبش کوآرک تاپ به جای استفاده از رابطه $u(p, s_t)\bar{u}(p, s_t) = (p_t + m_t)$ از رابطه $u(p, s_t)\bar{u}(p, s_t) = (p_t + m_t)(1-\gamma_5 \not{s}_t)/2$ استفاده کرده‌ایم. در دستگاه سکون کوآرک تاپ، برای چار-بردارهای تکانه و قطبش داریم:

$$p_t^\mu = m_t(1; \vec{0}), \quad p_b^\mu = (E_b; \vec{0}, -E_b), \quad p_W^\mu = (E_W; \vec{0}, p_W), \quad \vec{P}_t = P(\circ; \sin\theta_p \cos\varphi_p, \sin\theta_p \sin\varphi_p, \cos\theta_p)$$

در نتیجه با محاسبه رد^{۱۳} ماتریس‌های رابطه (۶) و با در نظر گرفتن ضرب نقطه‌ای چار-بردارهای تکانه، مربع دامنه گذار به ازای حالات مختلف قطبش بوزون W^+ عبارت است از:

$$|M_{LO}^\circ|^2 = \frac{m_t^2}{\sin^2 \theta_W} \frac{1-\omega}{\omega} \pi \alpha [1 + P \cos \theta_p], \quad |M_{LO}^-|^2 = \frac{2m_t^2}{\sin^2 \theta_W} (1-\omega) \pi \alpha [1 - P \cos \theta_p], \quad |M_{LO}^+|^2 = 0 \quad (8)$$

که در آن، $\alpha \approx 1/137$ ثابت ساختار ریز است.

اکنون با در نظر گرفتن شکل کلی رابطه (۴) و با انتگرالگیری روی x_b ($0 \leq x_b \leq 1$)، برای توزیع زاویه‌ای نرخ واپاشی داریم:

$$\frac{d\Gamma_{LO}}{d \cos \theta} = \frac{3}{\lambda} (1 + \cos \theta)^\gamma \Gamma_{LO}^+ + \frac{3}{\lambda} (1 - \cos \theta)^\gamma \Gamma_{LO}^- + \frac{3}{4} \sin^\gamma \theta \Gamma_{LO}^\circ \quad (9)$$

که با در نظر گرفتن روابط (۸) و رابطه نرخ واپاشی در مرتبه اول اختلال:

$$d\Gamma_{LO}^\lambda = \frac{1}{2m_t} |M_{LO}^\lambda|^2 \frac{d^3 \mathbf{p}_b}{(2\pi)^3 2E_b} \frac{d^3 \mathbf{p}_W}{(2\pi)^3 2E_W} (2\pi)^4 \delta^4(\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_W - \mathbf{p}_b) \quad (10)$$

برای نرخ واپاشی کوآرک تاپ قطبیده و غیر قطبیده به ازای قطبش‌های مختلف بوزون W^+ داریم:

$$\Gamma_{LO}^{+, unpol} = 0, \quad \Gamma_{LO}^{-, unpol} = \frac{\sqrt{2} m_t^\gamma G_F}{16\pi} (2\omega)(1-\omega)^\gamma, \quad \Gamma_{LO}^{\circ, unpol} = \frac{\sqrt{2} m_t^\gamma G_F}{16\pi} (1-\omega)^\gamma \quad (11)$$

$$\Gamma_{LO}^{+, pol} = 0, \quad \Gamma_{LO}^{-, pol} = -\frac{\sqrt{2} m_t^\gamma G_F}{16\pi} (2\omega)(1-\omega)^\gamma, \quad \Gamma_{LO}^{\circ, pol} = \frac{\sqrt{2} m_t^\gamma G_F}{16\pi} (1-\omega)^\gamma$$

در رابطه فوق $G_F = \pi\alpha / (\sqrt{2} m_W^\gamma \sin^\gamma \theta_W) = 1/16637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ ثابت فرمی است. با جمع زدن مقادیر فوق، به رابطه زیر برای سهم کل نرخ واپاشی کوآرک تاپ قطبیده در پایین‌ترین مرتبه اختلال خواهیم رسید:

¹² Completeness relations

¹³ Trace

$$\Gamma_{LO}^{Pol}(t(\uparrow) \rightarrow bW^+) = \Gamma_{LO}^{-,Pol} + \Gamma_{LO}^{-,Pol} + \Gamma_{LO}^{+,Pol} = \frac{\sqrt{2}m_t^2 G_F}{16\pi} (1-\omega)(1-\omega)^2 \quad (12)$$

که قابل مقایسه با نتیجه مرجع [۷] برای سهم کل نرخ واپاشی کوارک تاپ غیرقطبیده است:

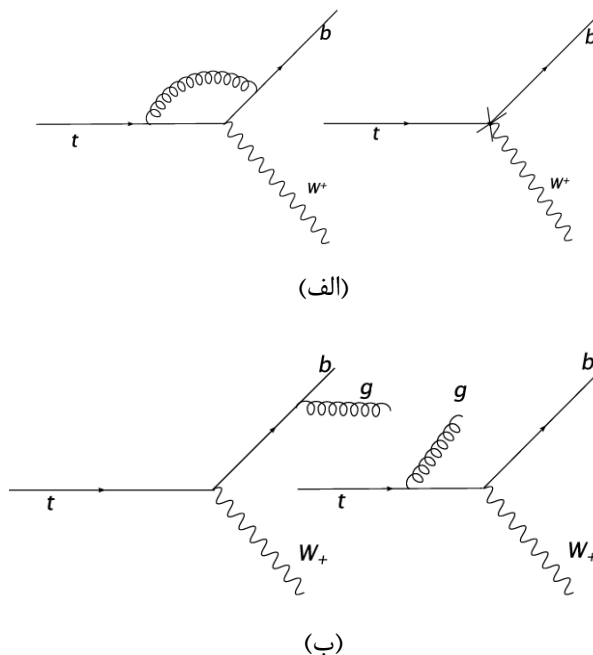
$$\Gamma_{LO}^{unpol}(t \rightarrow bW^+) = \frac{\sqrt{2}m_t^2 G_F}{16\pi} (1+\omega)(1-\omega)^2 \quad (13)$$

در واقع، برای نسبت نرخ واپاشی کوارک تاپ در حالت قطبیده به غیرقطبیده داریم: $\Gamma_{LO}^{Pol} / \Gamma_{LO}^{UnPol} = (1-\omega) / (1+\omega)$. که با فرض $m_W = 80 / 339 GeV$ و $m_t = 172 / 9 GeV$ این نسبت برابر است با: $\Gamma_{LO}^{Pol} / \Gamma_{LO}^{UnPol} = 0 / 396$.

در ادامه، به محاسبه نرخ واپاشی دیفرانسیلی در مرتبه دوم اختلال (NLO^{۱۴}) می‌پردازیم. نمودارهای فاینمن مربوط به تصحیحات مجازی و حقیقی در این مرتبه، به ترتیب در شکل‌های ۴-الف و ۴-ب نشان داده شده‌اند. برای جداسازی تکینگی‌ها، نرخ واپاشی دیفرانسیلی را در رهیافت D -بعد (با $D = 4 - 2\epsilon$ که در آن $0 < \epsilon \leq 1$) محاسبه می‌کنیم (روش منظم سازی ابعادی^{۱۵}). در این روش، تکینگی‌ها بر حسب پارامتر ϵ مرتب می‌شوند. برای سهم تصحیحات مجازی در فضا-زمان D -بعد داریم:

$$d\Gamma^{vir} = \frac{\mu_F^{i-D}}{2m_t} |M^{vir}|^2 \frac{d^{D-1}\mathbf{p}_b}{2E_b} \frac{d^{D-1}\mathbf{p}_W}{2E_W} (2\pi)^{4-D} \delta^D(\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_W) \quad (14)$$

در رابطه فوق، μ_F پارامتری با واحد جرم می‌باشد که در روش منظم سازی ابعادی جهت حفظ دیمانسیون رابطه وارد می‌شود. جهت محاسبه انتگرال فضای فاز در رابطه فوق، از روابط زیر کمک می‌گیریم:



شکل ۴. نمودارهای فاینمن برای واپاشی کوارک تاپ به کوارک باتم و بوزون W^+ به ازای (الف) - تصحیحات مجازی و (ب) - تصحیحات حقیقی

¹⁴ Next-to-leading order

¹⁵ Dimensional regularization scheme

$$d^{D-1} \mathbf{p}_W = \mathbf{p}_W^{D-2} E_W dE_W d\Omega_W \quad , \quad d\Omega_W = -\frac{2\pi^{(D-2)/2}}{\Gamma(D/2-1)} \sin^{D-2} \theta_p d \cos \theta_p \quad (15)$$

با در نظر گرفتن نمودارهای فاینمن ۴-الف و شکل کلی توزیع زاویه‌ای (۴)، برای سهم تصحیحات مجازی نرخ غیرقطبیده داریم:

$$\frac{d\Gamma_{Vir}^+}{dx_b} = 0$$

$$\frac{d\Gamma_{Vir}^{\circ}}{dx_b} = -\Gamma_{LO}^{\circ} \frac{C_F \alpha_s}{2\pi} \delta(1-x_b) \left\{ \frac{F^{\tau}}{2} + \frac{\delta}{2} F + 2(\tau\omega-1) \ln[1-\omega] - 2 \ln \omega \ln[1-\omega] - 2 Li_{\tau}(1-\omega) + \frac{1}{\varepsilon^{\tau}} + \frac{F}{\varepsilon} + \frac{\delta\pi^{\tau}}{12} \right\} \quad (16)$$

$$\frac{d\Gamma_{Vir}^{-}}{dx_b} = -\Gamma_{LO}^{-} \frac{C_F \alpha_s}{2\pi} \delta(1-x_b) \left\{ \frac{F^{\tau}}{2} + \frac{\delta}{2} F + 2 \ln[1-\omega] - 2 \ln \omega \ln[1-\omega] - 2 Li_{\tau}(1-\omega) + \frac{1}{\varepsilon^{\tau}} + \frac{F}{\varepsilon} + \frac{\delta\pi^{\tau}}{12} \right\}$$

در رابطه فوق $C_F = 4/3$ ضریب رنگ و F برابر است با: $F = \ln[\frac{4\pi\mu_F^2}{m_t^2}] - 2 \ln[1-\omega] - \gamma_E$ که در آن γ_E ثابت اولیر می‌باشد. مقادیر Γ_{LO}° و Γ_{LO}^{-} نیز در رابطه (۱۱) داده شده‌اند. توجه کنید که در محاسبه تصحیحات مجازی پس از جمع همه تصحیحات تابشی یک-حلقه‌ای، کلیه واگرایی‌های ماوراء بنفش^{۱۶} حذف شده و تنها تکینگی‌های مادون قرمز^{۱۷} باقی خواهند ماند که با ε برچسب زده شده‌اند. در واقع منشاء تکینگی‌های مادون قرمز، نشر گلوئون نرم (گلوئون با تکانه صفر) است. در ادامه، با در نظر گرفتن نمودارهای فاینمن ۴-ب و شکل کلی توزیع زاویه‌ای (۴)، سهم تصحیحات حقیقی را محاسبه می‌کنیم. با صرف نظر از جزئیات محاسبه، توجه کنید که در این حالت تنها واگرایی‌های مادون قرمز حضور خواهند داشت که منشاء ایجاد آنها دو عامل است: ۱- نشر گلوئون نرم از کوآرکها و ۲- نشر گلوئون همراستا با کوآرک بدون جرم باتم. عامل اول باعث ایجاد تکینگی‌های نرم^{۱۸} و دومی منشاء ایجاد تکینگی‌های همراستا^{۱۹} می‌باشد. پس از جمع همه تصحیحات تابشی حقیقی و مجازی، واگرایی‌های مادون قرمز باقیمانده حذف شده به گونه‌ای که نرخ‌های واپاشی دیفرانسیلی عاری از هر گونه تکینگی بوده و توابع معین هستند. در ادامه، نتایج تحلیلی به دست آمده برای توزیع واپاشی کوآرک غیرقطبیده در مرتبه دوم اختلال را برای حالات مختلف قطبش بوزون W^+ ارائه خواهیم کرد. برای سهم قطبش طولی بوزون W^+ (بوزون W^+ با هلیسیتی صفر) در نرخ واپاشی دیفرانسیلی کوآرک تاپ غیرقطبیده داریم:

$$\frac{d\Gamma_{NLO}^{\circ}}{dx_b} = \frac{\Gamma_{LO}^{\circ}}{1+2\omega} \left\{ \delta(1-x_b) + \frac{\alpha_s(\mu_R)}{2\pi} C_F \left[\delta(1-x_b) \left\{ 2 \ln \omega \ln[1-\omega] + 4 Li_{\tau}(1-\omega) - \frac{2\omega}{1-\omega} \ln \omega - 2 \frac{2+\delta\omega}{1+2\omega} - \frac{2\pi^{\tau}}{3} \right\} + \right. \right.$$

$$\left. \left. 2(1+x_b^{\tau}) \left(\frac{\ln[1-x_b]}{1-x_b} \right)_{+} + \frac{1}{(1-x_b)_{+}} \left(2(1+x_b^{\tau}) \ln[x_b(1-\omega)] + 2(1-\omega)x_b^{\tau} + \frac{\lambda\omega^{\tau} - 4\omega - 3}{1+2\omega} x_b^{\tau} - 2(1+\omega)x_b + \frac{1}{1+2\omega} \right) - \right. \right.$$

$$\left. \left. \frac{2x_b(1-x_b)(2-x_b(1-\omega))^{\tau}}{(1-\omega)x_b^{\tau} - 4x_b + 4} + \frac{2(R_1 - R_{\tau})\sqrt{\omega}}{(\omega-1)((1-\omega)x_b^{\tau} - 4x_b + 4)^{\tau}} \right] \right\}$$

¹⁶ Ultraviolet

¹⁷ Infrared

¹⁸ Soft singularities

¹⁹ Collinear singularities

که در آن $\frac{1}{(1-x_b)_+}$ نسخه-پلاس تابع $\frac{1}{(1-x_b)}$ با تعریف $\int dx g(x)[f(x)-f(0)] = \int dx g(x)[f(x)]_+$ است.

همچنین کمیت Γ_{LO} در رابطه (۱۳) داده شده است. برای سهم قطبش منفی بوزون W^+ داریم:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_{NLO}^-}{dx_b} = & \Gamma_{LO} \frac{\gamma\omega}{1+\gamma\omega} \left\{ \delta(1-x_b) + \frac{\alpha_s(\mu_R)}{2\pi} C_F \left[\delta(1-x_b) \left\{ \gamma \ln \omega \ln[1-\omega] + \lambda L_{i^+}(1-\omega) - \frac{\gamma\omega}{1-\omega} \ln \omega - \gamma \frac{1-\omega}{\omega} \ln[1-\omega] - \frac{4\pi^2}{3} \right\} \right. \right. \\ & + \gamma(1+x_b^{\gamma} + \gamma x_b^{\gamma}) \left(\frac{\ln[1-x_b]}{1-x_b} \right)_+ + \frac{1}{(1-x_b)_+} \left(\gamma(1+x_b^{\gamma}) \ln[x_b(1-\omega)] - R_\delta x_b^{\gamma} + \frac{x_b^{\gamma}(R_\gamma - R_\tau) \sqrt{1-\omega}}{\sqrt{(1-\omega)x_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma}} \right) - \\ & \frac{(R_\gamma - R_\tau)}{\sqrt{\omega(\omega-1)}((1-\omega)x_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma)^{\gamma}} + (-R_\delta + \gamma \ln[1-x_b])(1+x_b + \gamma x_b^{\gamma}) + \gamma B_1 - \gamma B_\gamma (R_\tau - R_\gamma) \\ & + \gamma \left(\frac{1+\omega}{1-\omega} - x_b \right) (\ln[1-x_b(1-\omega)] - R_\gamma + \ln[\omega]) + \frac{1}{\sqrt{\gamma - \gamma x_b + Sx_b^{\gamma}}} \left(x_b^{\gamma} \sqrt{S} + \frac{(S-1)x_b}{\sqrt{S}} \right. \\ & \left. - \frac{\gamma}{1-x_b} + \frac{\gamma S^{\gamma/\tau} - \delta S + \gamma}{S^{\gamma/\tau}} + \frac{4Sx_b^{\gamma}(\gamma S^{\gamma/\tau} - \gamma S + 1\epsilon) - S(\gamma\lambda - 1\gamma S) + \epsilon}{S^{\gamma/\tau}(\gamma - \gamma x_b + Sx_b^{\gamma})} - \frac{\gamma Sx_b^{\gamma}(1\gamma - \gamma S + S^{\gamma/\tau}) + 1\delta S(S-\gamma) + 1\gamma(1-x_b)}{S^{\delta/\tau}(\gamma - \gamma x_b + Sx_b^{\gamma})^{\gamma}} \right) \left. \right\} \end{aligned}$$

همچنین برای سهم قطبش مثبت، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_{NLO}^+}{dx_b} = & \Gamma_{LO} \frac{\gamma\omega}{(1+\gamma\omega)} \frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} C_F \left\{ -\gamma \left(\frac{1+\omega}{1-\omega} - x_b \right) (\ln[1-x_b(1-\omega)] - R_\gamma + \ln[\omega]) + \frac{\gamma}{(1-x_b)_+} \left(R_\delta x_b^{\gamma} + \frac{x_b^{\gamma}(R_\tau - R_\gamma) \sqrt{1-\omega}}{\sqrt{(1-\omega)x_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma}} \right) \right. \\ & \frac{(R_\gamma - R_\tau)}{\sqrt{\omega(\omega-1)}((1-\omega)x_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma)^{\gamma}} + (R_\delta - \gamma \ln[1-x_b])(1+x_b + \gamma x_b^{\gamma}) - \gamma B_1 - \gamma B_\gamma (R_\tau - R_\gamma) \\ & \left. - \frac{(1-x_b)}{x_b^{\gamma} \sqrt{Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma}} \left(\gamma + 1\gamma x_b^{\gamma} - 1\epsilon x_b + \frac{(\gamma - x_b)(1-x_b)^{\gamma}}{(Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma)^{\gamma}} + \frac{1\epsilon x_b^{\gamma} - \gamma\gamma x_b^{\gamma} + \epsilon\gamma x_b - \gamma\lambda}{\gamma - \gamma x_b + Sx_b^{\gamma}} + \frac{\gamma Sx_b^{\gamma}(x_b^{\gamma} + \delta x_b - \gamma)}{1-x_b} + \frac{\gamma S^{\gamma/\tau} x_b^{\gamma}(1+x_b^{\gamma})}{(1-x_b)^{\gamma}} \right) \right\} \end{aligned}$$

که در عبارات فوق، پارامترهای R_i, B_i و B_γ عبارتند از:

$$\begin{aligned} R_1 &= (1+\sqrt{\omega})^{\gamma} (x_b(1-\sqrt{\omega}))^{\gamma} + \gamma\sqrt{\omega}(x_b^{\gamma}(1-\omega) + x_b(\sqrt{\omega}-\gamma) + \gamma) \ln \left[1-x_b(1-\sqrt{\omega}) \right], \\ R_\tau &= (1-\sqrt{\omega})^{\gamma} (x_b(1+\sqrt{\omega}) - \gamma\sqrt{\omega})(x_b^{\gamma}(1-\omega) - x_b(\sqrt{\omega}+\gamma) + \gamma) \ln \left| 1-x_b(1+\sqrt{\omega}) \right|, \\ R_\gamma &= \ln \left[1+(S-1)x_b + \sqrt{S(Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma)} \right], \\ R_\delta &= \ln \left[1-\gamma S^{\gamma/\tau} x_b^{\gamma} + \gamma Sx_b^{\gamma} - (1+\gamma S)x_b + \left| \gamma Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + 1 \right| \sqrt{S(Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma)} \right], \\ R_\delta &= \ln \left[(1-S)x_b^{\gamma} - x_b + (1+\left| \gamma Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + 1 \right|) / \gamma \right], \\ R_\gamma &= \ln \left[1+\gamma S^{\gamma/\tau} x_b^{\gamma} - (1+\gamma x_b)S - S \left| \gamma Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + 1 \right| \right], \\ B_1 &= \frac{(x_b(1+\omega) - \gamma) \left| \gamma Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + 1 \right|}{(1-x_b)(1-\omega)(-\gamma Sx_b^{\gamma} + \gamma x_b - \gamma)}, \\ B_\gamma &= \frac{1}{\gamma \left[(\gamma Sx_b^{\gamma} - \gamma x_b + \gamma)(1-\omega) \right]^{\gamma/\tau}} \left[(\omega-1)^{\gamma} x_b^{\gamma} + (\omega-\gamma)(\omega-1)^{\gamma} x_b^{\gamma} + \gamma(\omega-1\gamma)(\omega-1)x_b^{\gamma} - \gamma(\omega^{\gamma} - \lambda\omega + \gamma) + \lambda \right], \end{aligned}$$

²⁰ Plus-description

جهت ساده‌سازی روابط، از تعریف $S = (1-\omega)/2$ در روابط فوق استفاده کردیم. با جمع روابط (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) به نرخ واپاشی دیفرانسیلی کوارک تاپ $(1/\Gamma_{LO} \times d\Gamma_{NLO} / dx_b)$ در حضور بوزون W^+ غیرقطبیده دست پیدا خواهیم کرد که با نتیجه ارائه شده در مرجع [۷] همخوانی کامل دارد.

همچنین با در نظر گرفتن روابط (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) و انتگرالگیری روی x_b ($0 \leq x_b \leq 1$)، به نتایج تحلیلی ارائه شده در مرجع [۱۱] برای نرخ واپاشی کوارک تاپ به ازای قطبش‌های مختلف بوزون W^+ دست پیدا خواهیم کرد. با همین دستورالعمل، محاسبات را برای نرخ واپاشی کوارک تاپ قطبیده تکرار می‌کنیم. به دلیل روابط بسیار طولانی به دست آمده برای نرخ واپاشی، در ادامه، تنها به تحلیل عددی نتایج می‌پردازیم. با فرض $m_t = 172/9 GeV$ ، $m_b = 4.18 GeV$ و $m_W = 80.339 GeV$ ، $\alpha_s(m_t) = 0.10702$ و بوزون W^+ داریم: $\Gamma^{-,P} = -0.276$ ، $\Gamma^{+,P} = 0.00074$ و $\Gamma^{-,P} = 0.636$ که دقیقاً منطبق با نتایج عددی مرجع [۱۱] می‌باشند که صحت محاسبات ما را تأیید می‌کند.

توزیع زاویه‌ای نرخ واپاشی کوارک تاپ در سطح هادرونی

با داشتن نرخ واپاشی دیفرانسیلی فرآیند $t \rightarrow bW^+(\uparrow) \rightarrow be^+v_e$ ، به مطالعه توزیع زاویه‌ای انرژی بهنجار شده مزون خروجی B ، یعنی کمیت $x_B = 2E_B / (m_t(1-\omega))$ ، می‌پردازیم. برای انجام آن، به محاسبه کمیت $d\Gamma^\lambda / dx_B$ به ازای قطبش‌های مختلف بوزون W^+ می‌پردازیم. ابزار این بررسی، قضیه فاکتوربندی^{۲۱} [۱۲] در نظریه QCD است که مطابق با آن، نرخ واپاشی فرآیند $t \rightarrow b(\rightarrow B + Jets) + W^+(\rightarrow e^+v_e)$ را می‌توان به دو بخش اختلالی (متناظر با فرآیند پارتونی $t \rightarrow be^+v_e$) و غیر اختلالی (توصیف کننده گذار $b \rightarrow B$) تفکیک کرد:

$$\frac{d\Gamma^\lambda}{dx_B}(t \rightarrow Be^+v_e + Jets) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx_b}{x_b} \frac{d\Gamma^\lambda}{dx_b}(\mu_R, \mu_F) D_b^B\left(\frac{x_B}{x_b}, \mu_F\right) \quad (21)$$

در رابطه فوق، $d\Gamma^\lambda / dx_b$ نرخ واپاشی دیفرانسیلی فرآیند پارتونی $t \rightarrow be^+v_e$ بوده، μ_F مقیاس فاکتوربندی و μ_R مقیاس بازبهنجارش ثابت جفت شدگی قوی است. مقادیر این مقیاس‌ها اختیاری هستند و در این مقاله ما فرض $\mu_R = \mu_F = m_t$ را انتخاب می‌کنیم. در رابطه (۲۱)، $D_b^B(z, \mu_F)$ تابع ترکش غیراختلالی (توصیف کننده تولید هادرون B از پارتون b) است که عموماً از روش‌های پدیده‌شناسی تعیین می‌شود. در مرجع [۱۳]، با در نظر گرفتن یک مدل توانی ساده با سه پارامتر آزاد N ، α و β به صورت:

$$D_b^B(z, \mu_0) = Nz^\alpha(1-z)^\beta \quad (22)$$

و از برآزش با داده‌های آزمایشگاهی فرآیند نابودی الکترون-پوزیترون، پارامترهای این تابع در مقیاس اولیه $\mu_0 = m_b$ به صورت زیر تعیین شده است:

$$N = 6.84/1, \quad \alpha = 16/17, \quad \beta = 2/128 \quad (23)$$

برای مطالعه بیشتر در مورد توابع ترکش به مراجع [۱۴ و ۱۶] رجوع نمایید.

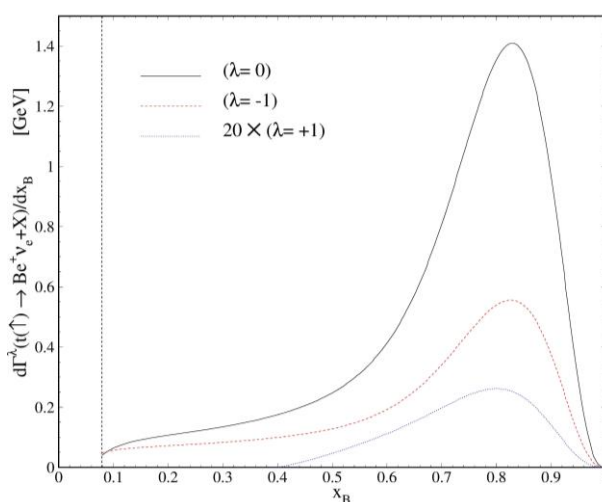
²¹ Factorization theorem

برای به دست آوردن تابع ترکش در مقیاس‌های بالاتر انرژی می‌توان از معادلات تحول آلتارلی-پاریسی کمک گرفت [۱۷-۱۹]:

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} D_i(z, \mu) = \sum_j \int_z^1 \frac{dy}{y} P_{ij}\left(\frac{z}{y}, \mu\right) D_j(y, \mu), \quad (24)$$

در معادله فوق $P_{ij}(x, \mu)$ توابع آلتارلی-پاریسی برای شکافت پارتون نوع j به نوع i با کسر تکانه x است. تنها قید در حل معادله فوق آن است که باید تابع ترکش در مقیاس اولیه μ_0 مشخص باشد.

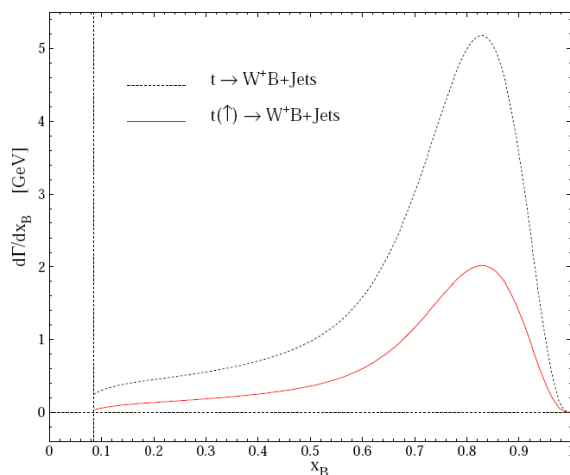
حال با داشتن نرخ واپاشی دیفرانسیلی سطح پارتونی به ازای حالات مختلف قطبش بوزون W^+ و همچنین تابع ترکش $D_b^B(z, \mu_0)$ (معادله (۲۲))، می‌توان طیف انرژی مزون B تولید شده در واپاشی کوارک تاپ قطبیده را به دست آورد. نتیجه در شکل ۵ نشان داده شده است. نمودار توپر در این شکل، سهم قطبش طولی بوزون W^+ را در توزیع انرژی مزون B مشخص می‌کند همچنین نمودار خط-چین بیانگر سهم قطبش عرضی-منفی و نمودار نقطه-چین سهم قطبش عرضی-مثبت بوزون W^+ را نشان می‌دهد. از آن جایی که سهم قطبش عرضی-مثبت در مرتبه اول اختلال صفر است (رابطه (۱۱))، لذا سهم این قطبش در مرتبه دوم اختلال بسیار کوچک است. با توجه به آنکه حداقل مقدار x_B به ازای $m_B = 5/279 \text{ GeV}$ برابر است با $\approx 0/08$ ، بنابراین $x_B = 2m_B / (m_t(1-\omega)) \approx 0/08$ ، بنابراین در شکل ۵ یک آستانه انرژی برای تولید مزون B نشان داده شده است. همانگونه که از رفتار این نمودار مشاهده می‌شود بیش‌ترین سهم انرژی مزون خروجی در حالی به دست می‌آید که بوزن W^+ قطبش طولی داشته باشد و کم‌ترین آن مربوط به سهم قطبش عرضی راستگرد بوزون W^+ است. نرخ واپاشی کوارک تاپ به مزون B در حالی که بوزون W^+ قطبش طولی دارد حدود $2/7$ برابر بزرگتر از حالتی است که در آن قطبش عرضی-مثبت داشته باشد این در حالی است که محل رخداد قله نمودار برای تمام حالات قطبش حدود $x_B \approx 0/8$ است.



شکل ۵. توزیع انرژی مزون B تولید شده از واپاشی کوارک تاپ قطبیده با در نظر گرفتن سهم قطبش‌های مختلف بوزون W^+ .

در شکل ۶، توزیع انرژی مزون خروجی B را در دو حالت کوارک تاپ قطبیده و غیرقطبیده نشان داده‌ایم. در هر دو محاسبه، بوزون W^+ را غیر قطبیده در نظر گرفته‌ایم. به عبارتی، در محاسبه سهم کوارک تاپ غیرقطبیده در طیف

انرژی مزون B ، در رابطه (۲۱) از مجموع روابط (۱۷)-(۱۹) برای کمیت $d\Gamma/dx_B$ استفاده کرده ایم. همان گونه که مشاهده می شود سهم کوارک تاپ غیرقطبیده (نمودار نقطه چین) در توزیع انرژی مزون خروجی حدود ۲/۸ برابر بزرگ تر از سهم کوارک تاپ قطبیده (نمودار توپر) است. از آنجا که منشاء تاپ قطبیده و غیر قطبیده در مدل استاندارد کاملاً مشخص است، با اندازه گیری توزیع انرژی مزون خروجی در برخورد دهنده ای مانند LHC و مقایسه آن با شکل ۶ می توان روش منحصر به فردی برای سنجش اعتبار مدل استاندارد به دست آورد. هر گونه انحراف موثری از این پیش بینی می تواند نشان دهنده فیزیک جدیدی در این مقیاس باشد.



شکل ۶. توزیع انرژی مزون B در واپاشی کوارک تاپ قطبیده (خط توپر) و غیرقطبیده (خط نقطه چین) در حضور بوزون W^+ غیرقطبیده

نتیجه گیری

برخورد دهنده بزرگ هادرونی در سرن، منبع عظیم تولید کوارک تاپ به حساب می آید. آمار زیاد این رویدادها امکان بررسی دقیق خواص کوارک تاپ را فراهم می کند. بسیاری از خواص کوارک تاپ به ویژه خواص مربوط به اسپین آن تاکنون به طور دقیق تعیین نشده اند. در حال حاضر، روش عمده تعیین خواص کوارک تاپ از طریق بررسی توزیع زاویه ای انرژی لپتون خروجی است. در این مقاله به معرفی روش غیر مستقیمی برای مطالعه خواص اسپینی کوارک تاپ پرداختیم که می تواند در کنار سایر نتایج، حدود دقیق تری روی ویژگی های قابل اندازه گیری این ذره قرار دهد. در این روش، می توان با بررسی توزیع انرژی هادرون های تولید شده از واپاشی کوارک تاپ قطبیده به تعیین دقیق خواص اسپینی کوارک تاپ پرداخت. در مرجع [۷]، توزیع انرژی مزون B در واپاشی کوارک تاپ غیرقطبیده با در نظر گرفتن سهم قطبش های مختلف بوزون W^+ مطالعه شده است. در مرجع [۱۰]، این توزیع انرژی در واپاشی کوارک تاپ قطبیده مطالعه شده است در حالیکه اثر قطبش بوزون W^+ در محاسبات لحاظ نشده است. در مقاله حاضر، طیف انرژی مزون B را در واپاشی کوارک تاپ قطبیده با در نظر گرفتن سهم قطبش های مختلف بوزون W^+ مطالعه کرده ایم. از

مقایسه نتایج پیش‌بینی شده با داده‌های آزمایشگاهی که در آینده از سرن به دست خواهد آمد، می‌توان علاوه بر تعیین حالت اسپینی کوارک تاپ، به درک بهتری از فرایند هادرونی‌شدن پارتون‌ها و همچنین تعیین دقیق‌تر توابع ترکش غیر اختلالی پارتونی دست یافت.

منابع

1. C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 40, 100001 (2016) and 2017 update.
2. A. M. Sirunyan *et al.* (CMS Collaboration), Phys. Lett. B 772, 752 (2017).
3. S. Groote, J. G. Korner, B. Melic, and S. Prelovsek, Phys. Rev. D 83, 054018 (2011).
4. V. M. Abazov *et al.* (D0 Collaboration), Phys. Rev. D 87, 011103 (2013).
5. S. Moch and P. Uwer, Phys. Rev. D 78, 034003 (2008).
6. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. 10, 531 (1963); Kobayashi and Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49, 652(1973).
7. B. A. Kniehl, G. Kramer, and S. M. Moosavi Nejad, Nucl. Phys. B 862, 720 (2012).
8. S. Groote, W. S. Huo, A. Kadeer, and J. G. Korner, Phys. Rev. D 76, 014012 (2007).
9. C. Caso *et al.* (Particle Data Group Collaboration), Eur. Phys. J. C 3, 1 (1998).
10. S. M. Moosavi Nejad, Phys. Rev. D 88, 094011 (2013).
11. M. Fischer, S. Groote, J. G. Korner, M. C. Mauser, and B. Lampe, Phys. Lett. B 451, 406 (1999).
12. J. C. Collins, Phys. Rev. D 58, 094002 (1998).
13. B. A. Kniehl, G. Kramer, I. Schienbein, and H. Spiesberger, Phys. Rev. D 77, 014011.
14. S. M. Moosavi Nejad, P. Sartipi Yarahmadi, Eur. Phys. J. A 52, 10 (2016).
15. M. Soleymaninia, H. Khanpour, S. M. Moosavi Nejad, Phys. Rev. D 97, 7 (2018).
16. S. M. Moosavi Nejad, Eur. Phys. J. Plus 130, 7 (2015).
17. V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) 438.
18. Maral Salajegheh, S. M. Moosavi Nejad, H. Khanpour, S. Atashbar, Phys. Rev. C 97, 5 (2016).
19. S. M. Moosavi Nejad, Phys. Rev. D 85, 054010 (2012).