# ناهمسانگردی آماری اولیه در طیف توان نرده‌ای و تانسوری در مدل تورمی دوگانه ناهمسانگرد

حسن فیروزجاهی*؛
پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، پژوهشکدهٔ نجوم

دریافت: ۹۶/۷/۲۹ پذیرش: ۹۷/۲/۱۸

## چکیده

در این مقاله ناهمسانگردی آماری اولیه در طیف توان نرده‌ای و طیف توان امواج گرانشی در مدل‌های تورمی ناهمسانگرد مبتنی بر تورم دوگانه بررسی می‌شود. این مدل شامل میدان تورمی، میدان سنگین آبشاری و میدان پیمانه‌ای آبلی است. حالتی از این مدل منظور ماست که اختلالات انحناء از ناهمگنی سطح پایان تورم تولید می‌شوند. پیش‌بینی این مدل روی طیف توان نرده‌ای و تانسوری بررسی شده و قیدهای رصدی اولیه روی پارامترهای مدل به اختصار بررسی می‌شود.

**واژه‌گان کلیدی:** تورم، اختلالات نرده‌ای، اختلالات تانسوری.

## مقدمه

نظریهٔ تورم کیهانی از اجزاء اصلی کیهان‌شناسی استاندارد است که با مشاهدات رصدی سازگار است [۱-۲]. ساده‌ترین مدل‌های تورمی مبتنی بر دینامیک یک میدان نرده‌ای به نام میدان تورمی (اینفلاتون) است که به آرامی روی پتانسیل تقریباً ثابت می‌غلتد. در طی این مرحله از غلتش آرام میدان اینفلاتون، طول مقیاس کیهان $a(t)$ تقریباً رشدنمایی داشته که برای حل مشکلات افق و تختی نظریه کیهان‌شناسی استاندارد FRW، نیازمندیم که طول مقیاس تقریباً $e^{60}$ برابر بزرگتر شود. این مدل‌ها پیش‌بینی می‌کنند که اختلالات اولیه تقریباً مقیاس ناوردا، تقریباً بی در رو و تقریباً گاوسی باشند که به خوبی با مشاهدات رصدی سازگار هستند. برای مروری دربارهٔ تورم کیهانی ارجاع شود به منابع [۳-۴]. اگر چه مدل‌های تورمی تک میدانه مبتنی بر غلتش آرام، سازگاری خوبی با مشاهدات رصدی دارند ولی اغلب می‌توان این تصویر ساده راپیچیده‌تر کرد به طوری که پیش‌بینی‌های اولیهٔ مدل‌های جدید همچنان با رصدها سازگار بوده و به علاوه پیش‌بینی‌های جدیدی ارائه شود. از جمله این سناریوها، مدل‌های تورم ناهمسانگرد آماری هستند که می‌تواند با مشاهدات رصدی مقایسه شود. در این مقاله، ما مدل تورمی ناهمسانگرد مبتنی بر تورم دوگانه [۵] در حضور میدان پیمانه‌ای $A_\mu$ و میدان آبشاری $\psi$ را در نظر می‌گیریم. میدان آبشاری $\psi$ بسیار سنگین بوده و عملاً در دوران تورم در کمینهٔ موضعی خود قفل شده و سهمی در دینامیک تورم ایفا نمی‌کند. ولی در پایان تورم، وقتی که میدان تورمی $\varphi$ به سطح بحرانی (که در زیر بیش‌تر توضیح داده می‌شود) برسد، میدان آبشاری ناپایدار شده و به سرعت به سمت کمینهٔ سراسری خود می‌غلتد. در این مرحله اختلالات میدان پیمانه‌ای که عمدتاً سبک هستند، باعث ناهمگنی سطح پایان تورم شده و سهم جدیدی به اختلالات انحناء اولیه اضافه می‌کنند. این اختلالات در واقع

*نویسندگان: firouz@ipm.ir



[ DOI: 10.52547/jmrph.3.1.39 ]

ناهمسانگرد هستند که سرانجام باعث ایجاد اختلالات ناهمسانگرد آماری روی طیف توان تابش زمینه کیهانی (CMB) می‌شوند که با استفاده از مشاهدات رصدی می‌توان روی آن‌ها قید گذاشت.

## بخش اول: مدل تورم دوگانه

در این جا به اختصار مدل مورد نظر را معرفی می‌کنیم. کنش مورد نظر عبارتست از:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_P^2}{2}R - \frac{1}{2}\partial_\mu\phi^\mu\phi - \frac{1}{2}D_\mu\psi D^\mu\bar{\psi} - \frac{f^2(\phi)}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi,\psi,\bar{\psi})\right] \quad (۱)$$

که در آن $\varphi$ میدان اینفلاتون ، $\psi$ میدان آبشاری که یک میدان مختلط است و $F_{\mu\nu}$ مطابق معمول از میدان پیمانه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید.

$$F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (۲)$$

همچنین $D_\mu$ بیانگر مشتق تعمیم یافته در حضور میدان پیمانه‌ای است

$$D_\mu\psi = \partial_\mu\psi + ie\psi A_\mu \quad (۳)$$

که در آن $e$ بار الکتریکی میدان آبشاری است.

تابع $f(\varphi)$ نمایانگر جفت شدگی پیمانه‌ای وابسته به زمان است. شکل تابعی $f(\varphi)$ جوری انتخاب می‌شود که میدان الکتریکی روشن شده در دوران تورم به طور نمایی افت نکرده و در واقع بتواند مقدار کوچک ولی تقریباً ثابتی اختیار کند [۶]. به این حالت حد جاذب سیستم گفته می شود.

در مدل مبتنی بر تورم دو گانه، شکل پتانسیل به صورت زیر داده می‌شود [۵]

$$V(\phi,x) = \frac{\lambda}{4}\left(x^2 - \frac{M^2}{\lambda}\right)^2 + \frac{g^2}{2}\phi^2x^2 + \frac{m^2}{2}\phi^2 \quad (۴)$$

که در آن میدان آبشاری مختلط به صورت $\psi = \chi\, e^{i\Theta}$ نوشته شده است. با فرض تقارن محوری پتانسیل نسبت به میدان مختلط، پتانسیل مستقل از زاویه $\Theta$ است. در این پتانسیل، $\lambda$ و $g$ کمیت‌های بدون بعد هستند که اولی معیاری از جفت شدگی میدان آبشاری با خودش و دومی بیانگر جفت شدگی بین میدان‌های $\varphi$ و $\psi$ است. همچنین $m$ جرم اینفلاتون و $M$ انرژی شکست تقارن است که می‌تواند به عنوان جرم برهنه میدان آبشاری در نظر گرفته شود. با فرض سنگین بودن میدان آبشاری در دوران تورم، داریم $M \gg H$ که $H$ بیانگر ثابت هابل در دوران تورم است.در این مدل فرض می‌کنیم که میدان الکتریکی زمینه در راستای محور $x$ روشن شده به طوری که

$$A_\mu = (0, A(t), 0, 0) \quad (۵)$$

همچنان که قبلاً اشاره شده، با انتخاب مناسب جفت شدگی $f(\varphi)$ می‌توان از افت نمایی انرژی الکتریکی در دوران تورم جلوگیری کرد. به طور مشخص، چگالی انرژی عبارتست از



[ DOI: 10.52547/jmrph.3.1.39 ]

$$\varepsilon = V(\phi, x) + a(t)^{-2}\left(\frac{1}{2}f^2(\phi)\dot{A}_x^2 + \frac{e^2\chi^2}{2}A_x^2\right) \tag{۶}$$

که در آن دو جملهٔ آخر سهم میدان پیمانه‌ای است. همچنان که در [۷] نشان داده شده است با انتخاب جفت‌شدگی به صورت:

$$f(\phi) = \left(\frac{\phi}{\phi_f}\right)^p = \left(\frac{a(\eta)}{a_f}\right)^{-2p/p_c} \tag{۷}$$

می توان از افت انرژی الکتریکی در دوران تورم جلوگیری کرده به طوری که سهم انرژی الکتریکی به انرژی کل ، به مقدار کوچک و ثابتی برسد. در رابطهٔ بالا $\mathrm{p}$ یک عدد مثبت و $p_c$ به صورت زیر به پارامترهای مدل تورم دوگانه ربط دارد:

$$p_c \equiv \frac{M^4}{2\lambda m^2 M_p^2} \tag{۸}$$

که در آن $M_p$ ثابت پلانک است.

در دوران تورم، انبساط عمدتاً با پتانسیل داده می‌شود. با فرض این که میدان آبشاری سنگین بوده و به کمینهٔ موضعی خود می‌غلتد، پتانسیل به صورت زیر تقریب زده می‌شود.

$$V \simeq \frac{M^4}{4\lambda} + \frac{1}{2}m^2\phi^2 \tag{۹}$$

در حد جاذب که انرژی میدان پیمانه‌ای به کسری ثابت از انرژی کل می‌رسد ، پارامتر R که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$R \equiv \frac{\dot{A}_x^2 f(\phi)^2 a^2}{2V} \tag{۱۰}$$

به مقدار تقریبی $R \sim I\epsilon_H$ می‌رسد [ 5,7 ] که در آن $\epsilon_H$ پارامتر غلتش آرام و $\mathrm{I} = \left(\frac{\mathrm{p}}{p_c}\right) - 1$ یک پارامتر مدل است. برای این که سیستم به حد جاذب برسد نیاز داریم $p > p_c$ .

هدف اصلی ما در این مقاله، محاسبهٔ سهم اختلالات انحناء ایجاد شده در سطح پایان تورم است. به طور مشخص در سطح پایان تورم میدان آبشاری ناپایدار شده و به سرعت به کمینه سراسری خود می‌غلتد.

$$|\chi| = \mu \equiv M/\sqrt{\lambda}$$

سطح پایان تورم، با این توصیف، متناظر با سطحی است که جرم مؤثر میدان آبشاری برابر صفر می‌شود که با جواب مطالعهٔ زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \chi^2}|_{x=0} = g^2(\phi^2 - \phi_c^2) + e^2 a(t)^{-2}A^2 \tag{۱۱}$$



[ DOI: 10.52547/jmph.3.1.39 ]

در غیاب میدان پیمانه‌ای، لحظهٔ ناپایداری آبشاری موقعی اتفاق می‌افتد که اینفلاتون به مقدار $\varphi_c = M/g$ برسد. ولی در حضور میدان پیمانه‌ای، شرط شروع ناپایداری آبشاری عوض شده و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\phi_f^2 + \frac{e^2}{g^2 a_f^2} A_f^2 = \phi_c^2 \qquad (۱۲)$$

که در آن $a_f$، $A_f$ بیانگر مقادیر نهایی کمیات مورد نظر در سطح پایان تورم است.

با تعریف زاویهٔ $\gamma$ به صورت

$$\phi_f = \phi_c \cos\gamma \ , A_{xf} = \frac{g a_f}{e} \phi_c \sin\gamma \qquad (۱۳)$$

از شکل مختل شده معادلهٔ سطح تورم به دست می‌آوریم.

$$\delta\phi_f = -\frac{e^W A_{xf}}{g^2 a_f^2 \phi_f} \delta A_{xf} = -\left(\frac{e \sin\gamma}{g a_f}\right) \delta A_{xf} \qquad (۱۴)$$

این معادله نشان می‌دهد که $\delta\varphi$ سهمی جدید از ناهمگنی ایجاد شده توسط میدان پیمانه‌ای درسطح پایان تورم به دست می‌آورد. اگر $\varsigma_A$ نمایانگر اختلال انحناء ایجاد شده در سطح پایان تورم باشد، از رابطهٔ بالا داریم:

$$\zeta_A(\eta_f) = -\frac{e \sin\gamma}{g a_f \sqrt{2M_{p\epsilon}}} \partial A(\eta_f) \qquad (۱۵)$$

نهایتاً اختلال انحناء کل عبارتست از اختلال انحناء تولید شده در دوران تورم به اضافه اختلال انحناء تولید شده در سطح پایان تورم

$$\zeta_t(\eta_f) = \zeta_A + \zeta(\eta_f) \qquad (۱۶)$$

که در آن $\eta_f$ زمان همدیس در پایان تورم است.

## بخش دوم: اختلالات میدان‌ها

برای محاسبهٔ طیف توان اختلالات انحناء، نیازمندیم شکل اختلالات ماده شامل میدان اینفلاتون و میدان پیمانه‌ای را به دست آوریم. همچنان که در [۸] نشان داده است، عمده ناهمسانگردی آماری از میدان پیمانه‌ای حاصل می‌شود و می‌توانیم با دقت خوبی از اثرات پس کنش‌گرانشی صرف‌نظر کنیم و متریک زمینه با متریک FRW تقریب زده می‌شود.

اختلالات کوانتومی میدان اینفلاتون، مانند همیشه به صورت زیر داده می‌شود

$$\zeta_k(\eta) = \frac{iH\eta}{M_p \sqrt{2\epsilon_H k}} \left(1 - \frac{i}{k\eta}\right) e^{-ik\eta} \qquad (۱۷)$$

متناظراً طیف توان اختلالات انحناء عبارتست از:


[ DOI: 10.52547/jmph.3.1.39 ]

$$\mathcal{P}_{\zeta}^{(0)} = \frac{H^2}{8\pi^2 \epsilon M_P^2} \qquad (۱۸)$$

به صورت مشابه، اختلالات کوانتومی میدان پیمانه‌ای در فضای فوریه به صورت زیر داده می‌شود [۸]

$$\sin\theta D_{1k}(\eta) = D_k(\eta) = \frac{i}{f\sqrt{2k}}\left(1 - \frac{i}{k\eta}\right)e^{-ik\eta} \qquad (۱۹)$$

که در آن D نمایانگر اختلالات مد عرضی میدان پیمانه‌ای است. همچنان که در [۸] نشان داده شده است بر هم کنش‌های شامل مد طولی به طور نمایی کوچک هستند و در محاسبات ذیل قابل صرف‌نظر کردن است. به طور فیزیکی این بدان خاطر است که بر هم کنش ناشی از مکانیزم هیگز باعث تولید مد طولی شده که بسیار سنگین است و تأثیری روی اختلالات کیهانی ندارد.

نهایتاً اختلالات تانسوری به صورت زیر است

$$ds^2 = a(\eta)^2\left(-d\eta^2 + [\delta_{ij} + h_{ij}]dx^i dx^j\right) \qquad (۲۰)$$

اکنون، شکل اختلالات تانسوری را ارائه می‌کنیم. با اعمال شرط عرضی و شرط صفر شدن رد: $h_{ii} = h_{ij,i} = 0$ و با بسط اختلالات در پایهٔ قطبش $+$ ، $\times$ داریم:

$$\hat{h}_{ij}(k,\eta) = \sum_{s=+,\times}\hat{h}_s(k,\eta)e_{ij}^{(s)}(k) \qquad (۲۱)$$

با انتخاب قطبش به صورت

$$e_{ij}^{+}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \sin^2\theta & -\sin\theta\cos\theta & 0 \\ -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, e_{ij}^{\times}(k) = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \cos\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \end{pmatrix} \qquad (۲۲)$$

اختلالات تانسوری به شکل زیر در می‌آیند [۸]

$$\hat{h}_{ij}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \hat{h}_+\sin^2\theta & -\hat{h}_+\sin\theta\cos\theta & i\hat{h}_\times\sin\theta \\ -\hat{h}_+\sin\theta\cos\theta & \hat{h}_+\cos^2\theta & i\hat{h}_\times\cos\theta \\ -i\hat{h}_\times\sin\theta & i\hat{h}_\times\cos\theta & -\hat{h}_+ \end{pmatrix} \qquad (۲۳)$$

که در آن، تابع موج تانسوری شکل استاندارد تابع موج یک میدان بدون جرم در فضای دوسیته را اختیار می‌کند:

$$h_s(k,\eta) = \frac{2iH\eta}{M_P\sqrt{2k}}\left(1 - \frac{i}{k\eta}\right)e^{-ik\eta}, \ (s = +,\times) \qquad (۲۴)$$

متناظراً طیف توان تانسوری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\langle\hat{h}_{ij}(k_1)\hat{h}_{ij}(k_2)\rangle = (2\pi)^3\delta^{(3)}(k_1+k_{12})P_h(k_1)\ ,\ \mathcal{P}_h = \frac{k_1^3}{2\pi^2}P_h(k_1) \quad (۲۵)$$

در غیاب ناهمسانگردی آماری، طیف توان تانسوری کل عبارتست از

$$\mathcal{P}_h^{(0)} = \frac{2H^2}{\pi^2 M_P^2} = 16\epsilon\mathcal{P}_\zeta^{(0)} \quad (۲۶)$$

## بخش سوم: لاگرانژی برهم کنشی

برای به دست آوردن لاگرانژی برهم کنش، ما کنش را تا مرتبهٔ دوم اختلالات بسط می‌دهیم. همچنان که در [۸] نشان داده شده است، سهم غالب بر هم کنش‌ها از قسمت مادی کنش (میدان پیمانه ای) حاصل می‌شود و ما می‌توانیم از سهم پس کنش گرانشی و اثرات میدان‌های قیدی صرفنظر کنیم. در این حد، لاگرانژی‌های بر هم کنشی به صورت زیر است:

(۲۷)

$$L_{\zeta h_+} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}I\epsilon_H M_P^2\sin^2\theta a^2(-\eta)^{-2}(\zeta^* h_+ + c.c.)$$

$$L_{\zeta D_1} = -2M_P\sqrt{3I\epsilon_H}\sin^2\theta\left(\frac{af}{\eta}\right)(\zeta^* D_1' + c.c.)$$

$$L_{h_+ D_1} = \frac{M_P}{2}\sqrt{\frac{3I\varepsilon_H}{2}}\sin^2\theta\left(\frac{af}{\eta}\right)(D_1'^* h_+ + c.c.)$$

$$L_{h_\times D_1} = \frac{M_P}{2}\sqrt{\frac{3I\varepsilon_H}{2}}\sin\theta\left(\frac{af}{\eta}\right)(iD' h_\times^* + c.c.)$$

این بر هم‌کنش‌ها مورد نیاز است تا اصلاحات ناهمسانگرد در طیف توان اسکالر وطیف توان تانسوری و همچنین همبستگی اسکالر-تانسور را به دست آوریم. توجه داریم که در زمینه همسانگرد همبستگی اسکالر-تانسور ظاهر نمی‌شود.

## بخش چهارم: ناهمسانگردی آماری

با به دست آوردن لاگرانژی‌های برهم کنشی، ما اکنون قادر هستیم تا تصحیحات نا همسانگرد به توابع همبستگی را به دست آوریم.

### ناهمسانگردی در طیف توان انحناء

ابتدا از طیف توان انحناء شروع می‌کنیم که تصحیحات ناهمسانگرد به شکل زیر داده می‌شود:

$$\delta\langle\zeta_{t\mathbf{k}}\zeta_{t\mathbf{k}}^*\rangle = \delta\langle\zeta_{\mathbf{k}}\zeta_{\mathbf{k}}^*\rangle + \omega\langle\zeta_{\mathbf{k}}\delta A_{x\mathbf{k}}^* + c.c.\rangle + \omega^2\langle\delta A_{x\mathbf{k}}\delta A_{x\mathbf{k}}^*\rangle \quad (۲۸)$$


[ DOI: 10.52547/jmrph.3.1.39 ]

که در آن پارامتر $\omega$ به صورت زیر تعریف شده است

$$\omega \equiv -\left(\frac{\mathrm{e}\tan\gamma}{g a_f\sqrt{2M_P\epsilon}}\right) \tag{۲۹}$$

بیانگر ناهمسانگردی تولید شده به صورت مستقیم در طول دورهٔ تورم و دو (۲۸) توجه داریم که جملهٔ اول در معادلهٔ جملهٔ آخر بیانگر سهم ناهمسانگردی ایجاده شده از ناهمگنی‌های سطح پایان تورم است.

برای محاسبهٔ جملهٔ اول (۲۸) از فرمالیزم in-in [۱۰] استفاده می‌کنیم که

$$\delta\langle\zeta_{\mathbf{k}}\zeta_{\mathbf{k}}^*\rangle = -\int_{\eta_0}^{\eta_e} d\eta_1 \int_{\eta_0}^{\eta_{e1}} d\eta_2 \left\langle\left[L_I(\eta_2),\left[L_I(\eta_{21}),\zeta_{\mathbf{k}}(\eta_e)\zeta_{\mathbf{k}}^*(\eta_e)\right]\right]\right\rangle \tag{۳۰}$$

که در آن $L_I$ بیانگر لاگرانژی برهم کنشی محاسبه شده در (۲۷) است. حد پایین انتگرال عملاً با $k\,\eta \longrightarrow -1$ داده می‌شود چون از سهم‌های به شدت نوسانی داخل افق می‌توان صرف‌نظر کرد و تنها سهم مدها در زمان خروج از افق و بعد از آن در انتگرال فوق مهم هستند. حد پایین متناظر با $k\,\eta_f \longrightarrow 0$ است که $\eta_f$ زمان پایان تورم است. جزئیات محاسبات in-in در [۸] ارائه شده است که به دست می‌آوریم

$$\delta\langle\zeta_{\mathbf{k}}(\eta_e)\zeta_{\mathbf{k}}^*(\eta_e)\rangle \simeq \frac{6IN^2H^2}{\epsilon_H M_P^2}\frac{\sin^2\theta}{k^3} \tag{۳۱}$$

اکنون جملهٔ دوم در معادلهٔ (۲۸) متناسب با $\omega$ را به دست می‌آوریم. برهم کنش دخیل $L_{\varsigma D_1}$ است که به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}\omega\langle\zeta_{\mathbf{k}}\delta A_{x\mathbf{k}}^* + c.c\rangle &= 8\omega M_P\sqrt{3I\epsilon_H}\frac{\sin^2\theta}{H\eta_e^2}\int d\eta \operatorname{Im}\left[\zeta(\eta)\zeta(\eta_f)^* D_1'(\eta) D_1^*(\eta_f)\right] \\ &\simeq -2N\omega\sqrt{\frac{3I}{\epsilon_H}}\frac{H\sin^2\theta}{k^3 M_P\eta_e} \\ &= -\frac{2N\sqrt{3I}H^2}{\sqrt{2}\epsilon_H M_P^2}\left(\frac{\mathrm{e}}{g}\tan\gamma\right)\sin^2\theta\end{aligned} \tag{۳۲}$$

نهایتاً، جمله نهایی در (۲۸) به آسانی به دست می‌آید چون نیاز به انتگرال in-in ندارد:

$$\omega^2\langle\delta A_{x\mathbf{k}}\delta A_{x\mathbf{k}}^*(\eta_f)\rangle = \frac{\omega^2\sin^2\theta}{2k^3\eta_e^2} = \frac{H^2}{4k^3M_P^2\epsilon_H}\left(\frac{\mathrm{e}}{g}\tan\gamma\right)^2\sin^2\theta \tag{۳۳}$$

با جمع کردن ۳ سهم فوق از معادلات (۳۱)، (۳۲)، (۳۳) خواهیم داشت:

$$\delta\langle\zeta_{t\mathbf{k}}\zeta_{t\mathbf{k}}^*\rangle = \frac{H^2\sin^2\theta}{4k^3M_P^2\epsilon_H}\left(\sqrt{24IN^2} - \frac{\mathrm{e}}{g}\tan\gamma\right)^2 \tag{۳۴}$$

متناظراً، تصحیحات ناهمسانگرد درطیف توان به صورت زیر است


[ DOI: 10.52547/jmrph.3.1.39 ]

$$\delta\mathcal{P}_\zeta = \mathcal{P}_\zeta^{(0)}\left(\sqrt{24IN^2} - \frac{\mathsf{e}}{g}\tan\gamma\right)^2 \qquad (۳۵)$$

اکنون با تعریف پارامتر ناهمسانگردی $g_*$ به صورت

$$\mathcal{P}_\zeta = \mathcal{P}_\zeta^{(0)}\left[1 + g_*\left(\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{p}}\right)^2\right] \qquad (۳۶)$$

که در آ ن $\hat{\mathbf{p}}$ بیانگر جهت ناهمسانگرد درآسمان است (جهت x در مثال ما) ، به دست می‌آوریم

$$g_* = -\left(\sqrt{24IN^2} - \frac{\mathsf{e}}{g}\tan\gamma\right)^2 \qquad (۳۷)$$

توجه داریم که $g_*$ به دست آمده در رابطهٔ بالا فقط از اختلالات اسکالر است. خصوصاً اختلالات تانسوری نیز می‌توانند در ناهمسانگردی طیف تابش زمینه سهم دهند.

## ـــ همبستگی اسکالرـ تانسور

همچنان که قبلاً اشاره شد، در زمینه‌ای که ناهمسانگرد باشد اختلالات تانسوری و اسکالربا هم همبستگی دارند. در مسأله ما، به دست می‌آوریم

$$\langle \zeta_{t\mathbf{k}} h^*_{s\mathbf{k}} + c.c.\rangle = \langle \zeta_{\mathbf{k}} h^*_{s\mathbf{k}} + c.c.\rangle + \omega\langle \delta A_{x\mathbf{k}} h^*_{s\mathbf{k}} + c.c.\rangle \qquad (۳۸)$$

ابتدا خاطر نشان می‌کنیم که فقط برای مد $+$ تابع همبستگی فوق غیرصفر است. جملهٔ اول در معادلهٔ بالا در [۸] محاسبه شد که عبارتست از:

$$\langle \zeta_{\mathbf{k}}(\eta_e) h_{+\mathbf{k}(\eta_e^*)}\rangle \simeq -\frac{6\sqrt{2}IN^2H^2}{M_P^2}\frac{\sin^2\theta}{k^3} \qquad (۳۹)$$

اکنون ما جملهٔ دوم در سمت راست معادلهٔ (۳۸) را محاسبه می‌کنیم. لاگرانژین مورد نظر عبارتست از $L_{h_+D_1}$ که به دست می‌دهد

$$\omega\langle \delta A_{x\mathbf{k}} h^*_{s\mathbf{k}} + c.c.\rangle = -\frac{\omega M_P\sqrt{6I\epsilon_H}}{Hk^3\eta_e^2}\sin^2\theta\int d\eta \mathrm{Im}[D_1(\eta)' D_1(\eta_e)^* h_+(\eta) h_+(\eta_e)^*]$$

$$= \frac{\omega\sqrt{6I\epsilon_H}NH}{Hk^3\eta_e}\sin^2\theta \qquad (۴۰)$$

با ترکیب معادلات (۳۹) و (۴۰) به دست می‌آوریم

$$\langle \zeta_{t\mathbf{k}} h^*_{s\mathbf{k}} + c.c.\rangle = \frac{H^2}{M_P^2}\left[-6\sqrt{2}IN^2 + \left(\frac{\mathsf{e}}{g}\tan\gamma\right)N\sqrt{3I}\right] \qquad (۴۱)$$



[ DOI: 10.52547/jmrph.3.1.39 ]

همچنین می‌توان نشان داد که $< \varsigma h_{\times} > = 0$ که در بالا نیز اشاره شد. در نتیجه، همبستگی طیف اسکالر ـ تانسور به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathcal{P}_{\zeta h} = -\sqrt{2}\epsilon_H\sqrt{24IN^2}\mathcal{P}_{\zeta}^{(0)}\left[\sqrt{24IN^2} - \left(\frac{e}{g}\tan\gamma\right)\right] \qquad (۴۲)$$

## – ناهمسانگردی در طیف توان تانسوری

اکنون، اصلاحات ناهمسانگرد در طیف توان تانسوری را محاسبه می‌کنیم.
با نگاه به معادلهٔ سطح پایان تورم، نتیجه می‌گیریم که ناهمگنی‌هایی که در سطح پایان تورم وجود دارند سهمی به اختلالات تانسوری نمی‌دهند. در نتیجه تمامی اصلاحات ناهمسانگرد به طیف توان تانسوری از دوران تورم ناشی می‌شود و از محاسبات [۸] داریم

(۴۳)

$$\delta\mathcal{P}_h = 24I\epsilon_H N^2\frac{H^2}{M_P^2}\sin^2\theta$$

$$= 6IN^2\varepsilon_{\mathrm{H}}\mathcal{P}_h^{(0)}\sin^2\theta$$

با جمع‌بندی نتایج به دست آمده تا حالا، معادلات (۳۵)، (۴۲)، (۴۳) بیانگر اصلاحات ناهمسانگرد در طیف توان اسکالر، طیف توان تانسوری و همبستگی طیف اسکالر ـ تانسور می‌باشند.

یک نتیجه‌گیری جالب از محاسبات بالا این است که جفت‌شدگی $e$ به طور مستقیم در طیف توان اختلالات تانسوری ظاهر نمی‌شود. ولی جفت‌شدگی $e$ در پارامتر $g_*$ ظاهر می‌شود که از لحاظ رصدی مقید است. در نتیجه، از قید روی $g_*$ مقدار $I\,N^2$ مقید می‌شود که این پارامتر مستقیماً در ناهمسانگردی اختلالات تانسوری ظاهر می‌شود. در نتیجه، جفت شدگی $e$ به صورت غیربدیهی در تعیین مقادیر رصدی قابل قبول اختلالات تانسوری نقش ایفا می‌کند.

از قیدهای رصدی پلانک، داریم $10^{-2}$ $|\,g_*\,|$ >| در نتیجه مقدار پارامت $I\,N^2$ حداکثر از مرتبه $10^{-3}$ می‌تواند باشد. با احتساب $N = 60$ برای حل مسئله تختی و مسئله افق، نتیجه می‌گیریم که پارامتر $I$ از مرتبه $10^{-6}$ نمی‌تواند بزرگتر باشد. این بیانگر یک تنظیم ظریف در پارامترهای مدل برای هم‌خوانی با رصدهای کیهانی است.
همچنان که در [۸] مطالعه شد، همبستگی اسکالرـ تانسور باعث ایجاد همبستگی $< E\,B >$ و $< T\,B >$ می‌شود که در مشاهدات آینده قطبش قابل اندازه‌گیری است. با اندازه‌گیری همبستگی اسکالرـ تانسور و همچنین با اندازه‌گیری ناهمسانگردی درطیف توان اسکالر (یعنی ازقید روی $g_*$) می‌توان روی پارامترهای مدل از جمله I و $e$ قید گذاشت.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله ما به ناهمسانگردی آماری تولید شده در مدل تورم دوگانهٔ پیمانه‌ای پرداختیم. در این مدل، سطح پایان تورم از اختلالات میدان پیمانه‌ای مختل شده و این ناهمگنی در سطح پایان تورم به طیف توان اسکالر و به همبستگی اسکالرـ تانسوری سهم می‌دهد. ما در حدی کار می‌کنیم که سیستم به حالت جاذب رسیده که نسبت انرژی الکتریکی به انرژی پتانسیل میدان اینفلاتون به مقدار ثابت کوچکی رسیده است. در زمینه‌های ناهمسانگرد کیهانی، اختلالات اسکالر و تانسور با هم همبستگی پیدا می‌کنند. در نتیجه در مدل ما نه تنها ناهمسانگردی آماری در طیف توان اسکالر و تانسور تولید می‌شود، بلکه همبستگی اسکالرـ تانسور نیز تولید می‌شود که طبیعتاً ناهمسانگرد است. از پیش‌بینی مدل ما ایجاد ناهمسانگردی در طیف‌های <EE> و<TT> و همبستگی <TB> و <EB> است که در رصدهای قطبش CMB قابل اندازه‌گیری است. از مقایسهٔ پیش‌بینی‌های مدل روی ناهمسانگردی آماری تابش زمینه و قطبش آن می‌توان روی پارامترهای مدل از جمله $e$ و $I$ قید گذاشت.

## قدردانی

نویسنده از بابت همکاری اولیه و بحث‌های روشنگرانهٔ گسترده از همکاران علی اکبر ابوالحسنی و راضیه امامی تشکر می‌کند. همچنین نویسنده از آقای میرآفتاب زاده و خانم ولی پناه جهت کمک در تایپ مقاله سپاسگزار است.

## منابع

1. P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. 571, A22 (2014).

2. P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. 594, A20 (2016).

3. S. Weinberg, Cosmology, Oxford University Press, (2008).

4. D. Baumann, Inflation, arXiv: 0907.5424.

5. A. Linde, ``Hybrid Inflation'', Phys.Rev. D49 (1994) 748-754.

6. M. Watanabe, S. Kanno, J. Soda, ``Inflationary Universe with Anisotropic Hair'', Phys.Rev.Lett. 102 (2009) 191302.

7. A. A. Abolhasani, R. Emami, H. Firouzjahi, ``Primordial Anisotropies in Gauged Hybrid Inflation'' JCAP 1405 (2014) 016

8. X. Chen, R. Emami, H. Firouzjahi, Y. Wang,``The TT, TB, EB and BB correlations in anisotropic inflation'' JCAP 1408 (2014) 027.

9. S. Weinberg, ``Quantum contributions to cosmological correlations'', Phys.Rev. D72 (2005) 043514.

10. J. Kim, E. Komatsu, ``Limits on anisotropic inflation from the Planck data''
Phys. Rev. D88 (2013) 101301.



[ DOI: 10.52547/jmrph.3.1.39 ]