

## بررسی ترکیب کانال‌های ورودی تشدید $\Lambda(1405)$ بر طیف جرم نوردای $\Sigma\pi$ ، در برهم‌کنش کائون-پروتون $4/2 \text{ GeV}/c$

جعفر اسماعیلی\*؛ دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

احمد نادری بنی؛ دانشگاه پیام نور، گروه فیزیک

پذیرش: ۹۸/۳/۲۷

دریافت: ۹۶/۱۰/۱۷

### چکیده

در این مقاله، جهت رفع ابهام موجود در کانال ورودی حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  ( $\bar{K}N$  یا  $\Sigma\pi$ ) برای داده‌های پراکندگی کائون-پروتون در تکانه  $4/2 \text{ GeV}/c$ ، از ترکیب درایه‌های ماتریس گذار  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\bar{K}N}$  و  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\Sigma\pi}$  در تشکیل تشدید  $\Lambda(1405)$  استفاده نموده‌ایم. مقایسه طیف‌های جرم نوردای  $\Sigma\pi$  نظری با تمامی داده‌های تجربی همینگوی<sup>۱</sup>، بیان‌گر آن است که در این برهم‌کنش، کانال ورودی  $\bar{K}N$ ، کانال غالب است. در ادامه با استفاده از روش آنالیز  $\chi^2$ ، جرم و پهنای حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  را به ترتیب  $M_{\text{pole}} = 1413_{-5}^{+10} \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma = 48_{-10}^{+10} \text{ MeV}$  به دست آورده‌ایم که در توافق خوبی با مقدار فعلی  $\Lambda(1405)$ ، در جدول داده‌های ذرات است.

**واژگان کلیدی:** برهم‌کنش کائون-پروتون، داده‌های همینگوی و  $\Lambda(1405)$

### مقدمه

جستجو برای پیدا کردن حالت‌های بسیار مقید هادرونی از چند دهه گذشته آغاز شده است. اخیراً بررسی و مطالعه اتم‌های کائونی و به‌خصوص تشکیل هسته‌های کائونی در دستور کار پژوهشگران در حوزه هسته‌های اگزوتیک قرار گرفته است [۱-۳]. پس از تشکیل  $\Lambda(1405)$  در هسته هدف، کائون در محیط هسته نفوذ کرده و در اثر برهم‌کنش با دیگر نوکلئون‌های هسته، یک حالت بسیار مقید هسته‌ای (در حدود  $100 \text{ MeV}$ ) را به وجود می‌آورد که در تشکیل حالت‌های هسته‌ای بسیار مقید،  $\Lambda(1405)$  نقش یک حالت میانی را ایفا می‌کند.

کشف و اندازه‌گیری خواص حالت‌های بسیار مقید هسته‌های کائونی می‌تواند نقش مهمی را در فهم بهتر هسته‌های حاوی کوارک شگفت ایفا کند به همین منظور اخیراً هسته‌های کائونی‌ای که از حضور پادکائون در کنار دیگر نوکلئون‌ها شکل می‌گیرند به‌طور گسترده‌ای از جنبه‌های نظری [۵-۱] و تجربی [۸-۶] بررسی شده‌اند. بررسی چنین سیستم‌هایی به درک ما از محیط‌های بسیار چگال کمک خواهد نمود. چگالی تخمین زده شده برای چنین سیستم‌های کائونی با چگالی مرکز ستارگان نوترونی قابل قیاس و یا حتی بیش‌تر است. اگر در واقعیت پادکائون بتواند چگالی نوکلئونی اطراف

\*نویسنده مسئول: jesmaili@ph.iut.ac.ir

<sup>1</sup> Hemingway

خود را بدون کمک گرانش افزایش دهد، این افزایش چگالی به انقباض سیستم هسته‌ای منجر خواهد شد و این مسأله به شکل‌گیری یک ستاره شگفت با چگالی بیش‌تر کمک خواهد کرد [۹]. در نهایت حالت‌های بسیار مقید کائونی، به دلیل جفت‌شدگی کانال ورودی با کانال‌های واپاشی، به کانال‌های مزونی و غیرمزونی واپاشی می‌کنند.

در سال‌های اخیر بررسی حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  به‌عنوان یکی از ساده‌ترین سیستم‌های شبه‌مقید مزون-باریون بسیار مورد توجه قرار گرفته است. فرض معمول بر آن است که  $\Lambda(1405)$  را تشدید در کانال  $\Sigma\pi$  و حالت شبه‌مقیدی در کانال  $\bar{K}N$  با ایزواسپین  $I=0$  در نظر بگیرند [۲-۵]. ذات این تشدید با تشدیدهای باریونی معمولی که از مؤلفه‌های سه‌کوارکی تشکیل شده‌اند، متفاوت است. مدل‌های نظری، شعاع  $\Lambda(1405)$  را حدود سه برابر شعاع نوترون برآورد می‌کنند [۱۰] که این مسأله با تصویری که کائون یک نوکلئون را احاطه کرده، سازگار است. هم‌چنین پهنای واپاشی  $\Lambda(1405)$  با قاعده واپاشی کلی که برای یک حالت تشدید سه‌کوارکی  $qqq$  انتظار داریم، متفاوت است. پس این حالت تشدید را نمی‌توان به‌عنوان یک حالت برانگیخته ذره  $\Lambda$  و یا یک حالت پنج‌کوارکی در نظر گرفت. در مقابل تفسیر فوق از  $\Lambda(1405)$  اخیراً در چارچوب نظری کاملاً متفاوتی براساس نظریه دینامیکی کایرال  $SU(3)$ ، یک ساختار دوقطبی برای توصیف حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  ارائه شده است [۱۱-۱۶] در چنین نظریه‌هایی، اولین قطب با کانال  $\bar{K}N$  جفت شده که محل آن بالاتر از  $1430 \text{ MeV}/c^2$  رخ می‌دهد اما به دلیل وجود اثرات آستانه  $\bar{K}N$  محل آن به جرم‌های پایین‌تر سوق داده می‌شود. دومین قطب به کانال  $\Sigma\pi$  جفت شده و به صورت قله پهنی در حوالی  $1400 \text{ MeV}/c^2$  توزیع شده است. در چنین توصیف‌های دوقطبی از  $\Lambda(1405)$  کانال قبل و بعد از تشدید،  $\Sigma\pi$  در نظر گرفته می‌شود. بر اساس چنین مدل‌هایی ادعا می‌شود که  $K^-p$  یک حالت با قید کم با جرمی در حدود  $1420 \text{ MeV}/c^2$  است که این مسأله به حالت‌های با قید ضعیف در سیستم‌های چند ذره‌ای کائونی منجر می‌شود.

داده‌های همینگوی [۱۷] بیش‌ترین تعداد داده‌های تجربی گزارش شده از برهم‌کنش  $K^-p$  در  $4/2 \text{ GeV}/c$  می‌باشند که برگرفته از آشکارسازی ذرات  $\pi^-(\Sigma^+\pi^+\pi^0)$  هستند. طیف جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  داده‌های همینگوی، تغییرات سریعی نسبت به انرژی در دستگاه مرکز جرم در حوالی  $1432 \text{ MeV}$  را نشان می‌دهد به نحوی که شکل طیف از شکل متقارن تشدید برایت-ویگنر<sup>۲</sup> منحرف شده است. این تغییرات به جفت‌شدگی قوی کانال  $\Sigma\pi$  با موج s کانال  $K^-p$  نسبت داده می‌شود. در این برهم‌کنش، سیستم اولیه کائون-پروتون ابتدا به یک حالت تشدید  $\Sigma^+(1660)$  می‌رود  $(K^- + p \rightarrow \Sigma^+(1660) + \pi^-)$ ، در ادامه  $\Sigma^+(1660)$  به حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  و  $\pi^+$  واپاشی می‌کند  $(\Sigma^+(1660) \rightarrow \Lambda(1405) + \pi^+)$ . حالت تشدید  $\Sigma^+(1660)$  با ایزواسپین  $I=1$  بر وقایع  $(\Sigma\pi\pi)^+$  حاکم شده است. وقایع ناشی از واپاشی شناخته شده  $\Sigma^+(1660) \rightarrow \Lambda(1405) + \pi^+$  به صورت

$$\Sigma^*(1660)^+ \rightarrow \pi^+\Lambda(1405) \rightarrow \begin{cases} \pi^+ + \pi^- + \Sigma^+ \\ \pi^+ + \pi^+ + \Sigma^- \end{cases} \quad (1)$$

<sup>2</sup> Breit-Wigner

طبقه‌بندی شده‌اند. به دلیل اثرات آمار بوزونی برای دو مزون  $\pi^+$ ، توزیع جرم  $\pi^+\Sigma^-$  در حالت نهایی (۱) واپیچیده می‌شود. به همین دلیل تاکنون از داده‌های برهم‌کنش  $\pi^+\Sigma^-$  معادله (۱) برای تعیین مشخصات  $\Lambda(1405)$  در مدل‌های نظری مختلف استفاده شده است.

تاکنون مدل‌های برهم‌کنشی پدیده‌شناختی و یا کایرال از داده‌های همینگوی در زیر آستانه  $\bar{K}N$  برای ارزیابی و یا یافتن پارامترهای آزاد مدل برهم‌کنشی استفاده کرده‌اند [۱۶-۱۱ و ۱۸]. در مورد مدل‌های دینامیکی کایرال  $SU(3)$ ، تجزیه و تحلیل  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\Sigma\pi}$  داده‌های فوق برای نشان دادن فرضیه دو قطبی  $\Lambda(1405)$  به کار گرفته شده است [۱۶-۱۱]. به‌رحال به‌کار بردن  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\Sigma\pi}$  برای چنین داده‌هایی بسیار سوال برانگیز است، چون ذرات  $\Sigma\pi$  محصولات واپاشی  $(1660)\Sigma^+$  می‌باشند یعنی داده‌های تجربی ناشی از پراکندگی آزاد  $\Sigma$  و  $\pi$  نیستند. پس محل دومین قطب ادعا شده توسط مدل‌های کایرال را نمی‌توان مشخص کرد مگر این‌که مشاهده‌پذیرهای تجربی‌ای را اندازه بگیریم که ماتریس گذار  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\Sigma\pi}$  را دربر بگیرند. هم‌چنین ابهام دیگری در تعیین کانال ورودی  $\Lambda(1405)$  ( $T_{\Sigma\pi\leftarrow\Sigma\pi}$  یا  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\bar{K}N}$ ) برای داده‌های همینگوی وجود دارد. در کار حاضر، برای رفع ابهام کانال ورودی تشدید  $\Lambda(1405)$ ، با استفاده از مدل آکائیشی<sup>۳</sup> و یامازاکی<sup>۴</sup> درایه ماتریس گذار را ترکیبی از درایه‌های  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\Sigma\pi}$  و  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\bar{K}N}$  در نظر خواهیم گرفت و طیف‌های نظری به‌دست آمده را بر تمامی داده‌های تجربی همینگوی برازش خواهیم داد. از چنین مقایسه‌ای، به کانال ورودی تشدید و جرم و پهنا  $\Lambda(1405)$  پی خواهیم برد.

### فرمول‌بندی نظریه فشیخ و پتانسیل اپتیکی

در فرمول‌بندی نظریه فشیخ همه حالت‌های سیستم به دو دسته حالت تقسیم‌بندی می‌شود، که بسته به مسأله تحت بررسی، انتخاب‌های متفاوتی می‌تواند صورت پذیرد [۱۹]. تابع موج کل سیستم بررسی شده  $\psi$ ، معادله شرودینگر زیر را برآورده می‌کند

$$(H - E)\psi = 0 \quad (2)$$

که در آن  $H$ ، هامیلتونی کل سیستم است. در این رهیافت، فضای هیلبرت مسئله به دو زیر فضای متعامد تقسیم‌بندی می‌شود که ماهیت تقسیم‌بندی به فیزیک واکنش مورد بررسی بستگی دارد. عملگرهای تصویر  $P$  و  $Q$  را به‌نحوی تعریف می‌کنیم که در صورت اعمال آن‌ها بر تابع موج کل سیستم  $\psi$ ، تابع موج کل به‌ترتیب در دو زیر فضای متناظر تصویر شود. عملگرهای  $P$  و  $Q$  شرایط زیر را برآورده می‌کنند

$$P^2 = P, \quad Q^2 = Q, \quad PQ = QP = 0, \quad P + Q = 1 \quad (3)$$

با توجه به خصوصیات عملگرهای فشیخ، معادله شرودینگر (۲) را می‌توان به‌وسیله عملگرهای تصویر فشیخ،  $P$  و  $Q(=1-P)$  به صورت زیر بازنویسی کرد

<sup>3</sup> Akaishi

<sup>4</sup> Yamazaki

$$(H - E)(P + Q)\psi = 0 \quad (۴)$$

هم‌چنین با استفاده از خواص عملگرهای تصویر  $P$  و  $Q$ ، و اعمال آن‌ها از طرف چپ بر روی معادله (۴)، می‌توان معادلهٔ شرودینگر را برحسب توابع موج تصویرشده در هر دو زیر فضا بیان نمود. معادله زیر فضای  $P$  به صورت

$$\left[ H_{PP} - E + H_{PQ}(E - H_{QQ})^{-1}H_{QP} \right] P\psi = 0 \quad (۵)$$

نتیجه می‌شود که با حل آن، دو کمیت انرژی و تابع موج  $P\psi$  حاصل می‌شوند، با بازنویسی معادلهٔ (۵) به صورت

$$(H^{opt} - E)P\psi = 0 \quad (۶)$$

هامیلتونی اپتیکی سیستم به صورت

$$H^{opt} = PHP + PVQ \frac{1}{E - QHQ + i\varepsilon} QVP \quad (۷)$$

نتیجه می‌شود که در آن  $\varepsilon$  یک مقدار بینهایت کوچک است. پتانسیل اپتیکی برهم‌کنش کانال‌های زیر فضای  $P$  را با استفاده از معادلهٔ (۷) می‌توان به صورت

$$V^{opt} = V_{PP} + V_{PQ}(E - H_{QQ})^{-1}V_{QP} \quad (۸)$$

به دست آورد. پتانسیل مختلط به دست آمده با پتانسیل اپتیکی تعمیم‌یافته در نظریه برهم‌کنش هسته‌ای استاندارد مشابه است. برهم‌کنش کائون- پروتون به کانال‌های برهم‌کنشی متعددی جفت شده است. در این برهم‌کنش، مهم‌ترین کانال باز برهم‌کنش، کانال  $\Sigma\pi$  می‌باشد که با تقریب خوبی می‌توان از کانال‌های برهم‌کنشی باز دیگر چشم‌پوشی نمود [۱۲]. به همین جهت در ادامه برای سادگی کار، مسئله کلی برهم‌کنش کائون- پروتون را به دو کانال جفت‌شده تقلیل می‌دهیم، و کانال ورودی  $K^-p$  را به عنوان زیر فضای  $P$  و کانال باز  $\Sigma\pi$  را به عنوان زیر فضای  $Q$  در نظر می‌گیریم. به ترتیب با جایگزینی اندیس‌های  $P$  و  $Q$  با اندیس‌های ۱ و ۲، معادلهٔ پتانسیل اپتیکی‌ای که فرآیند کانال واپاشی  $K^-p$  را به کانال باز  $\Sigma\pi$  مرتبط می‌کند، به دست می‌آید

$$V^{opt} = V_{11} + V_{12}(E - H_{22})^{-1}V_{21} \quad (۹)$$

### برهم‌کنش $\bar{K}N - \Sigma\pi$ در رهیافت کانال‌های جفت شده و پتانسیل‌های جداپذیر

تاکنون به دفعات از پتانسیل‌های جداپذیر برای بازتولید داده‌های پراکندگی در ناحیه انرژی‌های پایین و برهم‌کنش سیستم  $\bar{K}N - \Sigma\pi$  استفاده شده است. در ادامه با استفاده از رهیافت کانال‌های جفت‌شده و پتانسیل‌های جداپذیر به فرمول‌بندی برهم‌کنش  $(\Sigma\pi)^+ + \pi^+ \rightarrow \Lambda(1405) + \pi^+$  خواهیم پرداخت.

حالت شبه‌مقید  $K^-p$  را می‌توان به صورت یک تشدید فشاخ<sup>۵</sup> [۲۰] در نظر گرفت که این تشدید در ناحیه حالت‌های پیوسته  $\Sigma\pi$  قرار گرفته است. برای سادگی می‌توان تنها دو کانال برهم‌کنش ( $\Sigma\pi$  و  $\bar{K}N$ ) را در نظر گرفت [۴، ۵ و ۱۲].

<sup>5</sup> Feshbach

برای توصیف برهم کنش در کانال ها و یا بین کانال های ورودی و یا واپاشی تشدید از پتانسیل های جداپذیر با توابع ساختار یوکاوا<sup>۶</sup> [۲۱] استفاده می کنیم

$$\langle \vec{k}' | v_{ij} | \vec{k} \rangle = g(\vec{k}') U_{ij} g(\vec{k}), \quad g(\vec{k}) = \frac{\beta^\gamma}{\beta^\gamma + \vec{k}^2} \quad (10)$$

$$U_{ij} = \frac{1}{\pi^2} \frac{\hbar^2}{\sqrt{\mu_i \mu_j}} \frac{1}{\beta} s_{ij} \quad (11)$$

که  $i, j$  برای کانالهای  $\bar{K}N$  یا  $\Sigma\pi$  به ترتیب، ۱ یا ۲ در نظر گرفته می شود.  $\mu_i$  ( $\mu_j$ ) جرم کاهش یافته در کانال  $i$  ( $j$ )،  $\beta$  پارامتر برد برهم کنش،  $\vec{k}$  و  $\vec{k}'$  به ترتیب تکانه های نسبی ذرات برهم کنش کننده قبل و بعد از برهم کنش هستند. همچنین  $s_{ij}$  و  $U_{ij}$  به ترتیب پارامتر بدون بعد شدت پتانسیل و درایه ماتریس پتانسیل هستند که کانال های برهم کنشی را به یکدیگر مرتبط می کنند. در صورتی که  $s_{12}$  صفر شود، جفت شدگی دو کانال برهم کنشی  $\bar{K}N$  و  $\Sigma\pi$  از بین خواهد رفت و گذاری از  $\bar{K}N$  به  $\Sigma\pi$  صورت نخواهد گرفت که معرف پراکندگی کشسان در کانال  $\bar{K}N$  است. معادلات شعاعی شرویدینگر در کانال های جفت شده برای توابع موج شعاعی  $u_1(r)$  و  $u_2(r)$  در دو کانال برهم کنشی، به صورت زیر نوشته می شوند

$$-\frac{d^2}{dr^2} u_1(r) + (G_{11} + G_{12}) e^{-\beta r} = \kappa_1^2 u_1(r) \quad (1-12)$$

$$-\frac{d^2}{dr^2} u_2(r) + (G_{21} + G_{22}) e^{-\beta r} = \kappa_2^2 u_2(r) \quad (2-12)$$

که  $G_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) توابع گرین کانال  $i$  و  $j$  اند که با رابطه زیر داده می شوند

$$G_{ij} = 2s_{ij} \sqrt{\frac{\mu_i}{\mu_j}} \beta^\gamma \int_0^\infty dr' e^{-\beta r'} u_j(r') \quad (13)$$

با توجه به معادلات (۱-۱۲) و (۲-۱۲)، حل شعاعی معادله شرویدینگر با شرایط مرزی موج بیرون رونده، به صورت زیر به دست می آید

$$u_1(r) = \frac{G_{11} + G_{12}}{\beta^\gamma + \kappa_1^2} (e^{-\beta r} - e^{i\kappa_1 r}) \quad (1-14)$$

$$u_2(r) = \frac{G_{21} + G_{22}}{\beta^\gamma + \kappa_2^2} (e^{-\beta r} - e^{i\kappa_2 r}) \quad (2-14)$$

و شرط سازگاری بین  $u_i$  ها و  $G_{ij}$  ها، به معادله ویژه مقداری زیر منجر می شود

$$(\beta - i\kappa_1)^\gamma + s_{11}\beta^\gamma - s_{12} \frac{\beta^\gamma}{(\beta - i\kappa_2)^\gamma + s_{22}\beta^\gamma} s_{21} = 0 \quad (15)$$

که معادله (۱۵) قیدی بر روی پارامترهای بدون بعد شدت پتانسیل  $s_{11}$ ،  $s_{12}$  و  $s_{22}$  است [۴ و ۵].

<sup>6</sup> Yukawa

هم‌چنین می‌توان تابع موج شعاعی  $u_1(r)$ ، یک معادله شرودینگر تک‌کاناله را، با استفاده از یک پتانسیل اپتیکی ای که پارامتر شدت آن  $s_1^{opt}$  است، به‌دست آورد. معادله شرودینگر برای پتانسیل اپتیکی مذکور به صورت

$$-\frac{d^2}{dr^2} u_1(r) + G_1^{opt} e^{-\beta r} = \kappa_1^2 u_1(r) \quad (16)$$

خواهد بود که در معادله فوق،  $G_1^{opt}$  به‌صورت

$$G_1^{opt} = 2s_1^{opt} \beta^2 \int_0^\infty dr' e^{-\beta r'} u_1(r') \quad (17)$$

معرفی می‌شود. تابع موج  $u_1(r)$  معادله (۱۶)، با شرایط مرزی موج بیرون رونده به صورت

$$u_1(r) = \frac{G_1^{opt}}{\beta^2 + \kappa_1^2} (e^{-\beta r} - e^{i\kappa_1 r}) \quad (18)$$

می‌باشد. شرط سازگاری  $u_1(r)$  و  $G_1^{opt}$  به معادله ویژه مقداری زیر منجر می‌شود

$$(\beta - i\kappa_1)^2 + s_1^{opt} \beta^2 = 0 \quad (19)$$

معادله (۱۹)، ویژه مقدار

$$E = -\frac{\hbar^2}{2\mu_1} \kappa_1^2 = -\frac{\hbar^2}{2\mu_1} \beta^2 (\sqrt{-s_1^{opt}(E)} - 1)^2 \quad (20)$$

را نتیجه می‌دهد که رابطه‌ای بین پارامتر شدت اپتیکی  $s_1^{opt}$  و مقدار انرژی مختلط متناظر  $E$ ، به‌دست می‌دهد.

با استفاده از رهیافت کانال‌های جفت‌شده و از مقایسه معادله‌های (۱۵) و (۲۰)، هر سیستم دو کاناله را می‌توان به‌صورت سیستمی تک‌کاناله با یک پتانسیل اپتیکی که پارامتر شدت آن  $s_1^{opt}$ ، به‌صورت زیر مشخص می‌شود

$$s_1^{opt}(E) = s_{11} - s_{12} \frac{\beta^2}{(\beta - i\kappa_1)^2 + s_{22} \beta^2} s_{21} \quad (21)$$

توصیف نمود. در رابطه (۲۱)  $\kappa_1$  تکانه مختلط در کانال  $\Sigma\pi$  به‌صورت

$$\frac{\hbar^2}{2\mu_1} \kappa_1^2 = E + \Delta M c^2 \quad (22)$$

تعیین می‌شود که در آن  $\Delta M = m_{K^-} + M_p - m_{\pi^\pm} - M_{\Sigma^\mp} = 99 \text{ MeV}/c^2$

و واپاشی است. با مشخص بودن سه پارامتر شدت برهم‌کنش ( $s_{11}$ ،  $s_{12}$  و  $s_{22}$ ) و جای‌گذاری در معادله (۲۱)، برای یک سیستم تک‌کاناله به‌دست می‌آید. انرژی (مختلط) حالت قطب  $E_{pol}$ ، برای سه پارامتر برهم‌کنش ( $s_{11}$ ،  $s_{12}$  و  $s_{22}$ ) با حل معادله (۲۰) حاصل می‌شود. به‌ازای یک انرژی مختلط مشخص و با معلوم بودن مقدار پارامترهای  $\beta$  و  $s_{22}$ ، از حل همزمان معادله‌های (۲۰) و (۲۱) می‌توان مقادیر  $s_{11}$  و  $s_{12}$  را به‌دست آورد [۴ و ۵]. در این مقاله، پارامتر برد و پارامتر شدت را به‌ترتیب  $\beta = 3/9 \text{ fm}^{-1}$  و  $s_{22} = -0/66$  در نظر خواهیم گرفت، به‌نحوی که شبیه مدل‌های کایرال برای

توصیف ( $\Lambda(1405)$ )، مقدار  $\frac{U_{22}}{U_{11}} = \frac{4}{3}$  نتیجه شود [۱۲].

درایه‌های ماتریس گذار کانال‌های جفت‌شده برای فرآیندهای برهم‌کنش دودره‌ای با رابطه

$$T_{ij} = U_{ij} + \sum_l U_{il} G_l T_{lj} \quad (23)$$

برحسب تابع گرین آزاد  $G_l$  و  $U_{ij}$  داده می‌شود. با استفاده از معادله (۱۱) و حل معادله (۱۳)،  $(UG)_{ij}$  به صورت

$$(UG)_{ij} = -s_{ij} \sqrt{\frac{\mu_j}{\mu_i}} \frac{\beta^\nu}{(\beta - i\kappa_j)^\nu} \quad (24)$$

نتیجه خواهد شد که در آن  $\kappa_j$ ، تکانه نسبی ذرات در کانال  $j$  می باشد.

### آهنگ گذار واکنش $K^- p \rightarrow \Lambda(1405) + \pi^+ \rightarrow (\Sigma\pi)^\circ + \pi^+$

آهنگ جزئی گذار برای برهم کنش  $\Lambda(1405) + \pi^+ \rightarrow (\Sigma\pi)^\circ + \pi^+$ ، برحسب تکانه ذرات در کانال واپاشی، و ماتریس انتقال به صورت

$$d^6\Gamma = \frac{(\nu\pi)^\nu E_o}{\hbar^\nu c^\nu k_o} \delta(E_f - E_i) \delta(\vec{k}_o - \vec{k}_\pi - \vec{k}_\Sigma) \left| \langle \vec{k} | t | \vec{k}' \rangle \right|^\nu d\vec{k}_\Sigma d\vec{k}_\pi \quad (25)$$

داده می شود که همان فرم دیفرانسیلی قاعده طلایی فرمی است. در رابطه (۲۵)،  $E_f = E_\Sigma + E_\pi$  و  $E_i = E_o + m_d c^2$ ، به ترتیب انرژی اولیه و نهایی سیستم  $K^- p \rightarrow (\Sigma\pi)^\circ$  است که در آن  $E_o = \sqrt{m_k^2 c^4 + \hbar^2 c^2 k_o^2}$  انرژی کائون فرودی،  $E_X = \sqrt{m_X^2 c^4 + \hbar^2 c^2 k_X^2}$  انرژی ذره  $X$  خروجی در کانال واپاشی، و  $\vec{k}_o$ ،  $\vec{k}_\pi$  و  $\vec{k}_\Sigma$  به ترتیب تکانه ذرات قبل و بعد از برهم کنش هستند. همچنین  $\vec{k}$  و  $\vec{k}'$  به ترتیب تکانه نسبی ذرات، در کانال قبل و بعد از برهم کنش هستند. با تبدیل ژاکوبی مناسب در فضای تکانه، دو متغیر تکانه  $\vec{k}_\Sigma$  و  $\vec{k}_\pi$  را به تکانه کل ذرات  $\Sigma$  و  $\pi$  به صورت  $\vec{K} = \vec{k}_\Sigma + \vec{k}_\pi$ ، و تکانه نسبی آن ها به صورت  $\vec{k}$  تغییر می دهیم.

$$d^6\Gamma = \frac{(\nu\pi)^\nu E_o}{\hbar^\nu c^\nu k_o} \delta(E_f - E_i) \delta(\vec{k}_o - \vec{K}) \left| \langle \vec{k} | t | \vec{k}' \rangle \right|^\nu d\vec{K} d\vec{k} \quad (26)$$

با استفاده از تکانه ذرات دختر ناشی از واپاشی می توان جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  را بازسازی کرد. جرم ناوردای ذرات  $\Sigma$  و  $\pi$  برحسب انرژی و تکانه آن ها با رابطه

$$Y = M_{\Sigma\pi} c^2 = \sqrt{(E_\pi + E_\Sigma)^\nu - \hbar^\nu c^\nu (\vec{k}_\pi + \vec{k}_\Sigma)^\nu} \quad (27)$$

محاسبه می شود. با انتگرال گیری از طرفین معادله (۲۶) و اعمال شرایط پایستگی تکانه و انرژی، طیف جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  ناشی از واپاشی  $\Lambda(1405)$  در رهیافت کانال های جفت شده برای پتانسیل های جداپذیر یوکاوا، به صورت

$$\frac{d\Gamma}{dY} \propto \left( \frac{\beta^\nu}{\beta^\nu + k'^\nu} \right)^\nu |T_{ij}|^\nu \left( \frac{\beta^\nu}{\beta^\nu + k^\nu} \right)^\nu k' \quad (28)$$

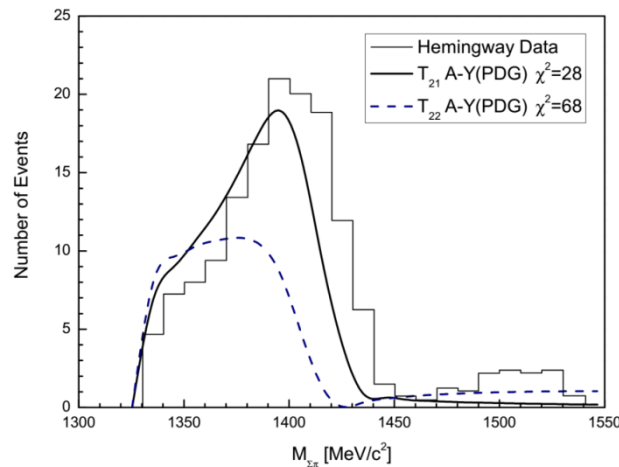
نتیجه می شود [۴ و ۵].

### نتیجه گیری

با استفاده از رهیافت کانال های جفت شده طیف های جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  ناشی از تشدید  $\Lambda(1405)$  را برای کانال های ورودی مختلف ( $\bar{K}N$  یا  $\Sigma\pi$ ) و دو مدل نظری پدیده شناختی و کایرال محاسبه، و بر تمامی داده های تجربی همینگوی برازش خواهیم داد. در ادامه با محاسبه مقادیر  $\chi^2$  کانال ورودی و جرم و پهنای حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  را در برهم کنش  $\Lambda(1405) + \pi^+ \rightarrow (\Sigma\pi)^\circ + \pi^+$  مشخص خواهیم نمود.

### اثر کانال ورودی $\Lambda(1405)$ بر طیف جرم ناوردای $\Sigma\pi$

با توجه به مقدار فعلی جرم و پهناي  $\Lambda(1405)$  در جدول داده‌های ذرات<sup>۷</sup> (PDG) [۲۳]، طیف جرمی  $\Sigma\pi$  را برای هر دو کانال ورودی تشدید ( $\bar{K}N$  و  $\Sigma\pi$ ) در مدل (A-Y) محاسبه و با داده‌های تجربی همبستگی مقایسه و در شکل ۱ ارائه نموده‌ایم. بدین منظور، نمودار پله‌ای تجربی  $N_i$ ،  $i=1, \dots, n$  با خطای آماری  $\sigma_i = \sqrt{N_i}$  در شکل ۱ را با طیف نظری  $S(\zeta; M_{pole}, \Gamma)$  با  $\zeta = M_{\Sigma\pi}$  که، شامل دو پارامتر جرم  $M_{pole}$  و پهناي  $\Gamma$  می‌باشد، برازش داده‌ایم.



شکل (۱): مقایسه طیف‌های جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  ناشی از تشدید  $\Lambda(1405)$  در پراکندگی کائون-پروتون برای گذارهای  $T_{21}$   $T_{\Sigma\pi \leftarrow \bar{K}N}$  و  $T_{22}$   $T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi}$  با داده‌های تجربی همبستگی به‌ازای مقدار فعلی جرم و پهناي  $\Lambda(1405)$  در جدول داده‌های ذرات [۲۳].

$$\chi^2(M_{pole}, \Gamma) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{N_i - S(\zeta_i; M_{pole}, \Gamma)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (29)$$

مقادیر  $\chi^2$  برای طیف‌های نظری حاصل از دو کانال ورودی تشدید ( $\bar{K}N$  و  $\Sigma\pi$ ) در مدل (A-Y) طبق رابطه (۲۹) محاسبه، و در شکل ۱ نشان داده شده است. نتایج بیانگر آن است که سهم کانال  $\bar{K}N$  در ورودی حالت تشدیدي  $\Lambda(1405)$  غالب است.

مدل‌های دینامیکی کایرال  $SU(3)$  که اخیراً برای برهم‌کنش کائون-نوکلئون ارائه شده‌اند، و از آن جمله مدل هیدو<sup>۸</sup> و وایز<sup>۹</sup> (H-W) [۱۲]، حالت تشدیدي  $\Lambda(1405)$  را به‌صورت برهم‌نهی دو قطب معرفی می‌کنند. به منظور مقایسه

<sup>7</sup> Particle Data Group

<sup>8</sup> Hyodo

<sup>9</sup> Weise

مدل های برهم کنشی مختلف در بازتولید داده های همینگوی، طیف های جرمی  $\Sigma\pi$  حاصل از دو برهم کنش پدیده- شناختی A-Y و مدل کایرال  $SU(3)$  هیدو- وایز را در شکل ۲ با داده های تجربی مقایسه نموده ایم. کانال ورودی حالت تشدید را در مدل های A-Y و H-W به ترتیب  $\bar{K}N$  و  $\Sigma\pi$  در نظر گرفته ایم. به منظور یافتن تخمینی از اختلاف بین مدل H-W و مدل به کار گرفته شده در کار حاضر، برازش  $\chi^2$  را انجام داده ایم. مطابق آنچه که در شکل ۲ نشان داده شده، مقدار  $\chi^2 = 117$  به دست آمده برای پتانسیل برهم کنشی H-W با درایه گذار  $T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi}$ ، بسیار بزرگ تر از مقدار  $\chi^2 = 12$  برای بهترین برازش مدل حاضر با درایه گذار  $T_{\Sigma\pi \leftarrow \bar{K}N}$  به ازای  $M_{\text{pole}} = 1420 \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma = 39 \text{ MeV}$  می باشد. رفتار طیف های جرمی محاسبه شده برای هر دو مدل در زیر آستانه مشابه اند در حالی که در بالای آستانه رفتاری کاملاً متفاوت از خود نشان می دهند، به گونه ای که طیف جرمی مدل H-W از داده های تجربی در بالای آستانه سریعاً فاصله می گیرد. تمامی مدل های کایرال  $SU(3)$  که طیف جرمی آن ها بر پایه ماتریس گذار  $T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi}$  محاسبه می شوند از بازتولید داده های همینگوی در بالای آستانه ناتوان هستند. این جنبه نامطلوب برای برهم کنش H-W [۱۲]، از جمله بسیار وابسته به انرژی، واینبرگ<sup>۱۰</sup>- تموزاوا<sup>۱۱</sup> ناشی می شود. به طور کلی، این مسئله در مدل های کایرال مورد اشاره، مشاهده می شود. نظریه پردازان چنین مدل هایی، این اختلاف را ناشی از عدم دقت کافی داده های بالای آستانه همینگوی می دانند و از برازش طیف های نظری با داده های بالای آستانه امتناع می کنند، این در حالی است که شکل طیف جرمی  $\Sigma\pi$  حاصل از برخورد پروتون- پروتون در تکانه  $4/2 \text{ GeV}/c$  بر شکل طیف داده های همینگوی منطبق است [۲۴] که حکایت از دقت کافی داده های همینگوی در بالای آستانه دارد. علاوه بر کانال ورودی حالت تشدید  $\Lambda(1405)$ ، منظور یا عدم منظور داده های همینگوی در بالای آستانه می تواند در تعیین جرم و پهنای  $\Lambda(1405)$  نقشی تاثیر گذار داشته باشد.

### برآورد جرم و پهنای $\Lambda(1405)$ با استفاده از داده های همینگوی

در ادامه به منظور بررسی نقش کانال  $T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi}$  در طیف جرمی مورد مطالعه، درایه ماتریس گذار را ترکیبی از دو درایه ماتریسی با کانال های ورودی  $\bar{K}N$  و  $\Sigma\pi$  به صورت

$$T_{\text{mixed}} = R * T_{\Sigma\pi \leftarrow \bar{K}N} + (1-R) * e^{i\theta} * T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi} \quad (30)$$

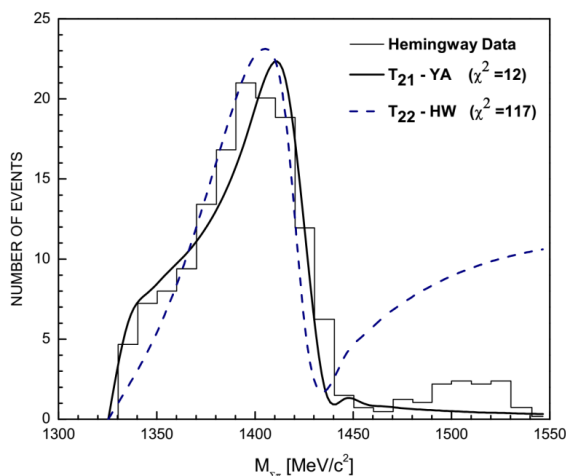
در نظر می گیریم. در این رابطه،  $R$  و  $\theta$  حقیقی اند و به ترتیب در گستره  $(0-\pi)$  و  $(0-1)$  تغییر می کنند. به ازای مقدار  $R=1$  ( $R=0$ ) تنها گذار  $T_{\Sigma\pi \leftarrow \bar{K}N}$  ( $T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi}$ ) صورت می پذیرد و برای مقادیر دیگر  $R$ ، ترکیبی از دو حالت رخ می دهد که اضافه کردن فاز  $e^{i\theta}$ ، مسئله را کلی تر می کند [۱۸].

برای چهار پارامتر آزاد جرم ( $M_{\text{pole}}$ ) و پهنای ( $\Gamma$ ) حالت تشدید  $\Lambda(1405)$ ،  $R$  و  $\theta$ ، با استفاده از رابطه (۲۹) و طیف های نظری حاصل از برهم کنش کائون- پروتون برازش کلی ای را بر داده های  $M_{\Sigma+\pi-}$  همینگوی انجام داده و نتایج را به صورت منحنی های اطمینان در شکل ۳ نشان داده ایم. از آنجا که ترسیم منحنی های تراز اطمینان بر حسب پارامترهای

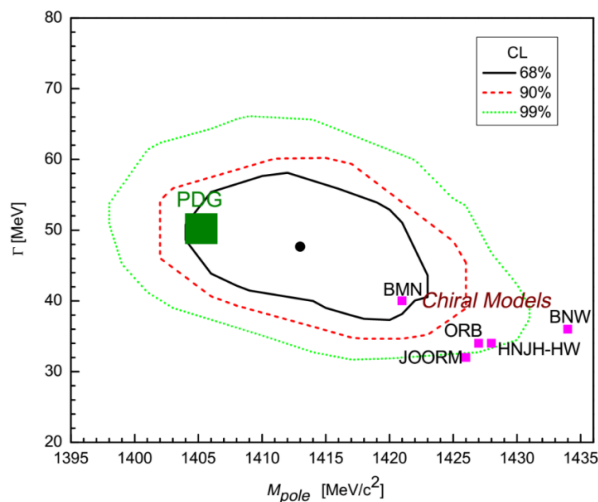
<sup>10</sup> Weinberg

<sup>11</sup> Tomozawa

آزاد مذکور در صفحه، دید بصری مناسبی را ایجاد نمی‌کند، از اینرو منحنی‌های تراز اطمینان را صرفاً در دو بعد، برحسب پارامترهای جرم ( $M_{pole}$ ) و پهنا ( $\Gamma$ ) حالت تشدیدی ( $\Lambda^*(1405)$ )، تصویر و ترسیم نموده‌ایم. نقطه مشخص شده در میان منحنی‌های تراز اطمینان در صفحه  $M_{pole} - \Gamma$ ، محل کمینه  $\chi^2$  را با مختصه‌های  $M_{pole} = 1413_{-5}^{+10} \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma = 48_{-10}^{+10} \text{ MeV}$  نشان می‌دهد که مقدار  $R$  بیانگر نقش غالب دامنه گذار  $T_{\Sigma\pi \leftarrow \bar{K}N}$  به‌عنوان کانال ورودی حالت تشدید  $\Lambda^*(1405)$  است. در شکل ۳، نتیجه کار حاضر با نتایج نظری مستخرج از مدل‌های دینامیکی کایرال  $SU(3)$ ، JOORM [۱۱]، ORB [۱۳]، HNJH [۱۴]، BNW [۱۵] و BMN [۱۶] مقایسه شده است و این نتیجه مقدار فعلی جدول داده‌های ذرات [۲۳] را دربر می‌گیرد.



شکل (۲): مقایسه طیف‌های جرمی  $\Sigma\pi$  ناشی از بهترین برازش مدل A-Y ( $T_{\Sigma\pi \leftarrow \bar{K}N}$ ) و مدل H-W ( $T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi}$ ) با داده‌های همینگوی.



شکل (۳): منحنی‌های تراز اطمینان در صفحه  $M_{pole} - \Gamma$ ، برگرفته از برازش طیف‌های نظری با داده‌های تجربی همینگوی، برای برهم‌کنش کائون-پروتون. نتیجه کار حاضر  $M_{pole} = 1413_{-5}^{+10} \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma = 48_{-10}^{+10} \text{ MeV}$ ، با نتایج نظری مستخرج از مدل‌های دینامیکی کایرال  $SU(3)$ ، JOORM [۱۱]، ORB [۱۳]، HNJH [۱۴]، BNW [۱۵] و BMN [۱۶] مقایسه شده است و نتیجه کار حاضر مقدار فعلی جدول داده‌های ذرات [۲۳] را دربر می‌گیرد.

### نتیجه گیری

در این مقاله به منظور تعیین محل حالت شبه مقید  $K^-p$ ، طیف جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  در برهم کنش  $K^- + p \rightarrow \Sigma^+(1660) + \pi^-$  را که در آن  $\Sigma^+(1660) \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + \pi^+$  به صورت  $\Sigma^+(1660) \rightarrow \Lambda(1405) + \pi^+$  واپاشی می کند، با استفاده از رهیافت کانال های جفت شده محاسبه و با داده های تجربی همبستگی مقایسه کرده ایم. نتایج کار حاضر بیان گر آن است که کانال ورودی غالب حالت تشدید  $\Lambda(1405)$ ،  $\bar{K}N$  است. از مقایسه طیف های نظری با داده های تجربی همبستگی با استفاده از روش آنالیز  $\chi^2$ ، جرم و پهنای  $\Lambda^*(1405)$  را به ترتیب  $M_{\text{pole}} = 1413_{-5}^{+10} \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma = 4\lambda_{-10}^{+10} \text{ MeV}$  به دست آورده ایم.

### منابع

1. C. J. Batty, E. Friedman and A. Gal; "Strong interaction physics from hadronic atoms"; *Phys. Rep.* **287** (1997) 385–445.
2. Y. Akaishi and T. Yamazaki; "Nuclear  $\bar{K}$  bound states in light nuclei"; *Phys. Rev. C* **65** (2002) 044005–1–9.
3. T. Yamazaki and Y. Akaishi; "( $K^-, \pi^-$ ) production of nuclear  $\bar{K}$  bound states in proton-rich systems via  $\Lambda^*$  doorways"; *Phys. Lett. B* **535** (2002) 70–76.
4. J. Esmaili, Y. Akaishi and T. Yamazaki; "Experimental confirmation of the  $\Lambda(1405)$  ansatz from resonant formation of a  $K^-p$  quasi-bound state in  $K^-$  absorption by  $^3\text{He}$  and  $^4\text{He}$ "; *Phys. Lett. B* **686** (2010) 23–28.
5. J. Esmaili, Y. Akaishi and T. Yamazaki; "Resonant formation of  $\Lambda(1405)$  by stopped- $K^-$  absorption in the deuteron"; *Phys. Rev. C* **83** (2011) 055207–1–8.
6. T. Kishimoto *et al.*; "Kaonic nuclei probed by the in-flight ( $K^-, n$ ) reaction"; *Nucl. Phys. A* **754** (2005) 383-390.
7. M. Agnello *et al.*; "Evidence for a Kaon-Bound State  $K^-pp$  Produced in  $K^-$  Absorption Reactions at Rest"; *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 212303–1–4.
8. T. Yamazaki *et al.*; "Indication of a Deeply Bound and Compact  $K^-pp$  State Formed in the  $pp \rightarrow p\Lambda K^+$  Reaction at 2.85 GeV"; *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 132502–1–5.
9. N. K. Glendenning and C. Kettner; "Possible third family of compact stars more dense than neutron stars"; *Astron. Astrophys.* **353** (2000) L9- L12.
10. J. M. M. Hall *et al.*; "Lattice QCD Evidence that the  $\Lambda(1405)$  Resonance is an antikaon-Nucleon Molecule"; *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) 132002–1–5.

11. D. Jido *et al.* ; “Chiral dynamics of the two  $\Lambda(1405)$  states”; *Nucl. Phys. A* **725** (2003) 181–200.
12. T. Hyodo and W. Weise; “Effective  $\bar{K}N$  interaction based on chiral SU(3) dynamics”; *Phys. Rev. C* **77** (2008) 035204–1–14.
13. E. Oset, A. Ramos and C. Bennhold; “Low lying  $S = -1$  excited baryons and chiral symmetry”; *Phys. Lett. B* **527** (2002) 99–105.
14. T. Hyodo, S. I. Nam, D. Jido, and A. Hosaka; “Flavor SU(3) breaking effects in the chiral unitary model for meson-baryon scatterings”; *Phys. Rev. C* **68** (2003) 018201–1–4.
15. B. Borasoy, A. Nissler and W. Weise; “Chiral dynamics of kaon-nucleon interactions, revisited”; *Eur. Phys. J. A* **25** (2005) 79–96.
16. B. Borasoy, U. G. Meissner and R. Nissler; “ $K^-p$  scattering length from scattering experiments”; *Phys. Rev. C* **74** (2006) 055201–1–12.
17. R. J. Hemingway; “Production of  $\Lambda(1405)$  in  $K^-p$  reactions at 4.2 GeV/c ”; *Nucl. Phys. B* **253** (1985) 742–752.
18. M. Hassanvand, Y. Akaishi and T. Yamazaki; “Deduction of an invariant-mass spectrum  $M(\Sigma\pi)$  for  $\Lambda(1405)$  with mixed  $T_{\Sigma\pi\leftarrow K-p}$  and  $T_{\Sigma\pi\leftarrow\Sigma\pi}$  from Hemingway’s data on the  $\Sigma^+(1660) \rightarrow \Lambda(1405) + \pi^+ \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + \pi^+$  processes”; *Phys. Rev. C* **92** (2015) 045202–1–6.
19. H. Feshbach; “Theoretical Nuclear Physics -Nuclear Reaction”, John Wiley, NewYork, 1992.
20. H. Feshbach; “Unified theory of nuclear reactions”; *Ann. Phys.* **5** (1958) 357–390; H. Feshbach; “A Unified theory of nuclear reactions. II”; *Ann. Phys.* **19** (1962) 287–313.
21. Y. Yamaguchi and Y. Yamaguchi; “Two-Nucleon Problem When the Potential Is Nonlocal but Separable. I”; *Phys. Rev.* **95**(1954)1628–1634; “Two-Nucleon Problem When the Potential Is Nonlocal but Separable. II”; *Phys. Rev.* **95** (1954) 1635–1643.
22. Y. Akaishi, Khin Swe Myint and T. Yamazaki; “Kaonic nuclear systems  $\bar{K}N$  and  $\bar{K}NN$  as decaying states”; *Proc. Jpn. Acad. Ser. B* **84** (2008) 264–273.
23. C. Patrignani *et al.*; “Particle Data Group”; *Chin. Phys. C*, **40** (2016) and 2017 update 100001.
24. G. Agakishiev *et al.*; “Baryonic resonances close to the  $\bar{K}N$  threshold: The case of  $\Sigma(1405)^+$  in  $pp$  collisions”; *Phys. Rev. C* **85** (2012) 035203–1–11; “Baryonic resonances close to the  $\bar{K}N$  threshold: The case of  $\Lambda(1405)$  in  $pp$  collisions”; *Phys. Rev. C* **87** (2013) 025201–1–6.