

چگونگی تعریف اختلال‌های آدیاباتیکی و انتروپی در مدل تورمی با چند

سرعت صوت

سالومه خوئینی‌مقدم*، اردلان خیرخواه‌فه؛

گروه نجوم و انرژی‌های بالا، دانشکده فیزیک، دانشگاه خوارزمی

دریافت ۹۵/۱۱/۲ پذیرش ۹۶/۳/۱

چکیده:

در این مقاله ما اختلال میدان تورمی در مدل تورمی با سرعت‌های صوت متفاوت را بررسی می‌کنیم. برای این که بتوانیم به طور صریح محاسبه کنیم، خود را به دو میدان محدود می‌کنیم. معادله‌های اختلالی را به دست می‌آوریم و سپس اختلال میدان‌ها را در دو راستای حرکت میدان‌های زمینه (آدیاباتیکی) و عمود بر آن (انتروپی) تجزیه می‌کنیم. معادله تحول این تصویرها را با محاسبه مستقیم به دست می‌آوریم و نشان می‌دهیم که این معادلات را نمی‌توان به شکل معادله تحول یک میدان اختلالی با سرعت صوت مشخص نوشت (در معادله تحول یک میدان اختلالی ضریب مشتق دوم مکانی متناسب است با توان دوم سرعت انتشار اختلال یا همان سرعت صوت)، در نتیجه فرمالیزم معمولی را که در آن اختلال‌های آدیاباتیکی و انتروپی را معرفی می‌کنند و با استفاده از معادله‌های تحول آن‌ها در پایان تورم، تأثیر آن‌ها را روی پارامترهای رصدی بررسی می‌کنند، نمی‌توان به این مدل تعمیم داد.

واژه‌گان کلیدی: اختلال آدیاباتیکی، اختلال انتروپی، تورم جنبشی، تورم چند میدانی با سرعت‌های صوت متفاوت

مقدمه

نظریه تورم که برای حل مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی مطرح شد [۱-۳]، به طور کلی با داده‌های کیهان‌شناسی هم‌خوانی دارد [۴-۵]. از زمان ارائه این نظریه تا امروز، مدل‌های مختلفی برای تورم پیشنهاد شده است، به عنوان مثال می‌توان به مدل‌های تورمی تک میدانی با غلتش آهسته، تورم جنبشی^۱ [۶] و تورم با چند میدان [۷-۱۱] اشاره کرد. در تورم تک میدانی که ساده‌ترین مدل تورمی است، غلتش آهسته یک میدان اسکالر تورم را هدایت می‌کند، این مدل ساده با انتخاب پتانسیل مناسب با داده‌های رصدی مطابقت دارد [۵]. در تورم جنبشی که از نظریه ریسمان الهام گرفته شده است، جمله جنبشی کنش، X ، غیربندیی (تابع دلخواهی از میدان و جمله جنبشی کانونیک $X \equiv$ $-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\nabla_{\mu}\phi_I\nabla_{\nu}\phi_I$) است و نقش مهمی در تحول تورم ایفا می‌کند به طوری که حتی بدون پتانسیل هم می‌توان تورم داشت. اختلال‌ها در این مدل با سرعت صوت غیربندیی (کم تر از سرعت انتشار نور) منتشر می‌شوند که اثر آن را

*نویسنده مسئول: skhocini@khu.ac.ir

¹ K-inflation

روی کمیت‌های رصدی می‌توان مشاهده کرد [۶ و ۱۲]. یکی از معروف‌ترین مثال‌های آن، تورم (DBI)^۲ است [۱۳] و [۱۴]. از آن جایی که هیچ دلیل منطقی وجود ندارد که فقط یک میدان تورمی وجود دارد، در حالت کلی می‌توان چند میدان تورمی را در نظر گرفت که با هم تورم را هدایت می‌کنند (برای مرور مدل‌های چند میدانی به [۷] و مرجع‌های داخل آن مراجعه شود). دینامیک این میدان‌ها می‌تواند غیر کانونیک باشد یا حتی دینامیک‌های متفاوتی داشته باشند [۱۵ تا ۲۵]. اگر، میدان‌ها فقط از طریق گرانش با هم برهم‌کنش داشته باشند (کم‌ترین جفت‌شدگی)، هر یک سرعت مختص به خود را خواهند داشت، چنین مدلی، مدل تورمی با چند سرعت^۳ نام دارد [۲۵ تا ۲۷].

در هر مدل تورمی برای محاسبه کمیت‌های رصدی مانند طیف توان و شاخص طیفی باید اختلال‌های میدان تورمی را محاسبه کنیم. یک راه معمول در تورم‌های دو میدانی بررسی اختلال میدان‌ها در امتداد مسیر میدان‌های زمینه و عمود بر آن است. در این روش اختلال‌های میدان‌ها را در دو راستای آدیباتیک (بی‌دررو)، در طول مسیر ($\delta\sigma$) و راستای انتروپی، عمود بر مسیر (δS) تجزیه می‌کنند [۲۸]. این کار در حل مسائل مربوط به بازگرمایش جهان و پایان تورم و هم‌چنین در فهم ارتباط اختلال‌های آدیباتیک و انتروپیک که ممکن است به وجود آید، مفید است. در [۲۸] تعریف اختلال‌های آدیباتیک و انتروپی (برای دو میدان) به گونه‌ای است که به نظر می‌رسد میدان‌های بی‌دررو و انتروپی تعریف شده است. می‌توان نشان داد که این فرض منجر به تناقض می‌شود [۲۹]. علی‌رغم این تناقض در [۳۰] نشان داده شد که برای تورم غلتش آهسته نتایج [۲۸] با محاسبه مستقیم هم‌خوانی دارد، هرچند در فرمول بندی [۲۸] به نظر می‌رسد میدان‌های آدیباتیک و انتروپی تعریف شده‌اند اما در هیچ جا از تعریف آن‌ها برای به دست آوردن کمیت‌های رصدی استفاده نشده است، بلکه فقط اختلال‌های دو میدان در راستای مسیر آن‌ها و عمود بر آن تجزیه شده‌اند. اما تعمیم این روش به مدل‌هایی که اختلال‌های آن‌ها با سرعت‌های متفاوتی منتشر می‌شوند واضح نیست.

در این مقاله ما به دنبال پاسخ‌گویی به این پرسش هستیم که آیا تعریف متداول برای اختلال‌های آدیباتیک و انتروپی در مدل تورمی با چند سرعت با محاسبه مستقیم هم‌خوانی دارد یا خیر. برای این که بتوانیم محاسبات را صریح انجام دهیم دو میدان اسکالر با سرعت‌های صوت متفاوت را در نظر می‌گیریم و از رهیافت [۳۰] استفاده می‌کنیم و سعی می‌کنیم معادله تحول اختلال آدیباتیک و اختلال انتروپی را، با استفاده از تصویر کردن اختلال میدان در دو راستای عمود برهم (در امتداد مسیر در فضای میدان‌ها و عمود بر آن) و بدون تعریف مستقیم میدان‌های آدیباتیک و انتروپی به دست آوریم.

² Dirac-Born-Infeld

تورم چند میدانی با سرعت‌های صوت متفاوت

در این قسمت مدل تورمی با سرعت‌های صوت متفاوت بررسی می‌شود. این سناریو می‌تواند به وسیله تعدادی از میدان‌های اسکالر عمومی با جمله جنبشی دلخواه که کم‌ترین جفت‌شدگی را دارند، مشخص شود [۲۶]. دینامیک میدان‌ها به گونه‌ای است که اختلال‌های هر میدان با سرعت مختص آن میدان منتشر می‌شود به همین دلیل این مدل به نام تورم‌های چند سرعتی شناخته می‌شود. کنش میدان در این مدل تورمی به شکل زیر است:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R + \sum_I P_I(X_I, \phi_I) \right] \quad (1)$$

که X_I جمله جنبشی I امین میدان اسکالر است و به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$X_I \equiv -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi_I \nabla_\nu \phi_I. \quad (2)$$

و $P_I(X_I, \phi_I)$ تابع دلخواهی از میدان ϕ_I و جمله جنبشی مربوط به آن است.

با برداشتن از کنش نسبت به متریک، تانسور تکانه-انرژی را به شکل زیر به دست می‌آوریم:

$$T^{\mu\nu} = \sum_I (P_I g^{\mu\nu} + P_{I,X_I} \nabla^\mu \phi_I \nabla^\nu \phi_I) \quad (3)$$

که در رابطه بالا P_{I,X_I} مشتق جزئی P_I نسبت به اسکالر ϕ_I است. علاوه بر این با استفاده از لاگرانژی به معادله کلاین-گوردون می‌رسیم

$$\nabla_\mu (\sqrt{-g} P_{I,X_I} \nabla^\mu \phi_I) + \sqrt{-g} P_{I,I} = 0 \quad (4)$$

که در آن $P_{I,I}$ مشتق جزئی P_I نسبت به ϕ_I است. برای سادگی محاسبات متریک زمینه را فریدمن-روبرتسون-واکر تخت (FRW) در نظر می‌گیریم،

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) d\vec{x}^2 \quad (5)$$

با استفاده از رابطه (۳) و تعریف تانسور تکانه-انرژی می‌توانیم چگالی انرژی و فشار ناشی از میدان ϕ_I را به دست بیاوریم

$$\rho_I = 2X_I P_I - P_I, \quad p_I = P_I \quad (6)$$

معادله حرکت برای میدان‌های اسکالر با استفاده از معادله کلاین-گوردون به دست می‌آید [۲۵]

$$\ddot{\phi}_I + \left(3H + \frac{\dot{P}_{I,X_I}}{P_{I,X_I}} \right) \dot{\phi}_I - \frac{P_{I,I}}{P_{I,X_I}} = 0 \quad (7)$$

که در آن $H = \dot{a}/a$ پارامتر هابل است.

معادلات فریدمن به شکل زیر هستند:

$$\ddot{H}^\gamma = \rho = \sum_I (2X_I P_{I,X_I} - P_I) \quad (۸)$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2} \left(\rho + \sum_I P_I \right) = -\sum_I X_I P_{I,X_I} \quad (۹)$$

در این جا ما پارامترهای غلتش آهسته را به وسیله تعدادی ماتریس جایگزین کنیم، درایه‌های این ماتریس ارتباط بین میدان‌های مختلف را نشان می‌دهند. چون ما با لاگرانژی تفکیک‌پذیر کار می‌کنیم، به پارامترهای متفاوت برای هر میدان نیاز داریم، پارامترهای زیر را معرفی می‌کنیم [۲۷]:

$$\epsilon_I = \frac{P_{I,X_I} X_I}{H^2} \quad (۱۰)$$

$$\eta_I = \frac{\dot{\epsilon}_I}{H\epsilon} \quad (۱۱)$$

دینامیک جفت نشده میدان‌ها باعث می‌شود که جمع این پارامترها، پارامترهای معمول را به ما بدهد:

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^\gamma} = \sum_I \epsilon_I \quad (۱۲)$$

$$\eta = \frac{\dot{\epsilon}}{H\epsilon} = \sum_I \eta_I \quad (۱۳)$$

برای انجام محاسبات ما دسته دیگری از پارامترهای غلتش آهسته را تعریف می‌کنیم:

$$e_I = -\frac{P_{I,I}}{\ddot{H}^\gamma} \quad (۱۴)$$

$$h_I = \frac{\dot{e}_I}{H e_I} \quad (۱۵)$$

$$l_I = -\frac{P_{I,II}}{\ddot{H}^\gamma} \quad (۱۶)$$

از آن جایی که در مدل مورد بررسی ما پتانسیل هر میدان در P_I مستتر است، پارامتر e_I مشابه V'/V^2 و $\epsilon \sim V'$ و l_I مشابه V''/V در رژیم غلتش آهسته است [۲۷].

شبهه مدل تک میدانی، پارامتر سرعت و تغییرات زمانی آن برای هر میدان را با رابطه زیر معرفی می‌شود:

$$c_{SI}^\gamma = \frac{P_{I,X_I}}{\rho_{I,X_I}} = \frac{P_{I,X_I}}{P_{I,X_I} + \ddot{H}^\gamma X_I P_{I,X_I X_I}} \quad (۱۷)$$

$$s_I \equiv \frac{\dot{c}_{SI}}{H c_{SI}} \quad (۱۸)$$

با این تعریف، سرعت صوت، که سرعت مؤثر انتشار اختلال است، با سرعت صوت آدیاباتیکی تفاوت دارد. سرعت صوت آدیاباتیکی برای شارۀ کیهانی تشکیل شده از میدان‌های اسکالر با رابطه $c_{s(ad)}^2 = \dot{P}/\dot{\rho}$ تعریف می‌شود. در این مدل برای هر میدان یک سرعت مختص به آن میدان وجود دارد. با استفاده از تعریف‌هایی بالا P_I و مشتق‌های آن را می‌توان بازنویسی کرد:

$$P_{I,X_I} = \frac{H^\gamma}{X_I} \epsilon_I \quad (19)$$

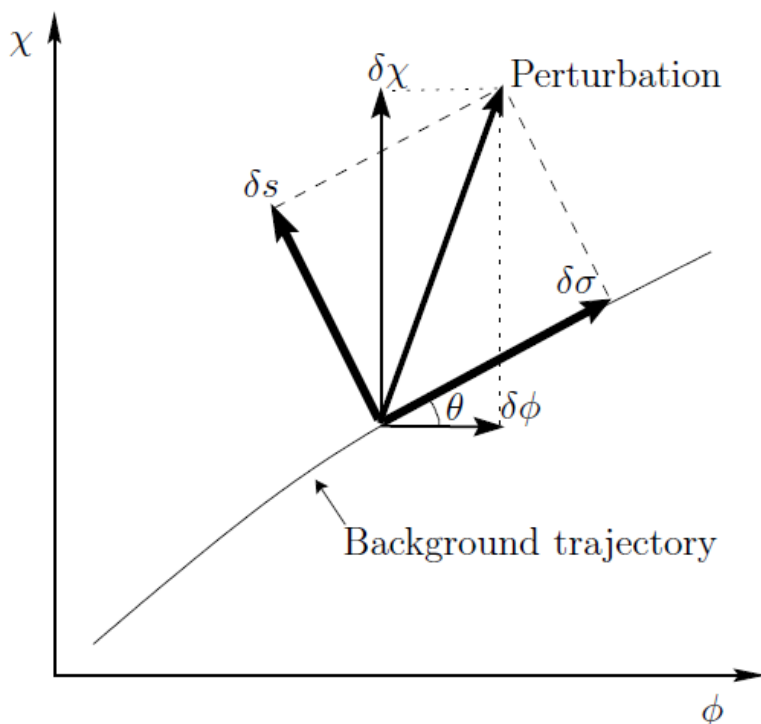
$$P_{I,X_I X_I} = \frac{\epsilon_I}{\gamma} \left(\frac{H}{X_I} \right)^\gamma \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) \quad (20)$$

$$P_{I,I} = -\gamma H^\gamma e_I \quad (21)$$

$$P_{I,II} = -\gamma H^\gamma l_I \quad (22)$$

و همین طور با استفاده از معادلهٔ حرکت (۸) به دست می‌آید:

$$\frac{\dot{\phi}_I}{\gamma H} = \frac{\epsilon_I}{e_I} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \epsilon \frac{\eta_I}{\epsilon_I} - \frac{\gamma}{\gamma} \epsilon \frac{e_I}{h_I} \right) \quad (23)$$



شکل ۱: در فضای میدان‌ها اختلال‌ها را در راستای مسیر و عمود بر آن تجزیه می‌کنیم [۲۸]

۳. تجزیه اختلال برای دو میدان:

فرض می‌کنیم دو میدان اسکالر ϕ_1 و ϕ_2 داریم و میدان اختلالی به صورت جمع میدان زمینه و اختلال مرتبه اول است: $\phi_I(t) + \delta\phi_I(t, \mathbf{x})$. این میدان‌های اختلالی، یک سیستم از معادله‌های خطی مرتبه ۲ را برآورده می‌کنند. میدان‌های جدید را با ترکیبی از $\delta\phi_1$ و $\delta\phi_2$ تعریف می‌کنیم. این میدان‌ها به وسیله معادله‌های خطی مرتبه دوم توصیف می‌شوند. در [۲۸] با استفاده از دوران در فضای میدان‌ها اختلال‌های آدیاباتیکی، اختلال موازی جهت حرکت میدان‌های زمینه $(\delta\sigma)$ و انتروپی، عمود بر آن (δS) از یکدیگر جدا شده اند (شکل ۱) و معادله تحول هر یک و اثر آن‌ها روی یکدیگر بررسی شده است. با تعمیم این رهیافت به مدل تورمی دو میدانی با سرعت‌های صوت متفاوت، ترکیب‌های خطی‌ای که اختلال موازی جهت حرکت میدان‌های زمینه $(\delta\sigma)$ و عمود بر آن (δS) را در فضای میدان‌ها تصویر می‌کنند، به صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۶]:

$$\delta\sigma = \cos(\theta) \sqrt{P_{1,X_1}} \delta\phi_1 + \sin(\theta) \sqrt{P_{2,X_2}} \delta\phi_2 \quad (24)$$

$$\delta S = -\sin(\theta) \sqrt{P_{1,X_1}} \delta\phi_1 + \cos(\theta) \sqrt{P_{2,X_2}} \delta\phi_2 \quad (25)$$

که میدان آدیاباتیکی (σ) با رابطه

$$\dot{\sigma} = \sqrt{P_{1,X_1} \dot{\phi}_1^2 + P_{2,X_2} \dot{\phi}_2^2} \quad (26)$$

تعریف می‌شود زیرا در این مدل $\rho + p = \sum_I P_{I,X_I} \dot{\phi}_I^2$ است. θ را روابط زیر تعریف می‌کنند:

$$\sin(\theta) = \frac{\sqrt{P_{2,X_2}} \dot{\phi}_2}{\dot{\sigma}}, \quad \cos(\theta) = \frac{\sqrt{P_{1,X_1}} \dot{\phi}_1}{\dot{\sigma}} \quad (27)$$

با مشتق‌گیری از معادلات (۲۴) و (۲۵) به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \delta\dot{\sigma} = & \cos(\theta) \delta\dot{\phi}_1 + \delta S \dot{\theta} + \sin(\theta) \sqrt{P_{2,X_2}} \delta\dot{\phi}_2 + \frac{1}{2} \cos(\theta) \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} \delta\phi_1 + \\ & \frac{1}{2} \sin(\theta) \frac{\dot{P}_{2,X_2}}{\sqrt{P_{2,X_2}}} \delta\phi_2 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\delta s = -\sin(\theta) \sqrt{P_{1,X_1}} \delta \dot{\phi}_1 + \cos(\theta) \delta \dot{\phi}_r - \delta \sigma \dot{\theta} - \frac{1}{r} \sin(\theta) \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} \delta \phi_1 + \frac{1}{r} \cos(\theta) \frac{\dot{P}_{r,X_r}}{\sqrt{P_{r,X_r}}} \delta \phi_r \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \delta \ddot{\sigma} = & \cos(\theta) \sqrt{P_{1,X_1}} \delta \ddot{\phi}_1 + r \delta \dot{\sigma} \dot{\theta} + r \sigma \dot{\theta}^2 + \delta s \ddot{\theta} + \sin(\theta) \sqrt{P_{r,X_r}} \delta \ddot{\phi}_r + \\ & \frac{1}{r} \cos(\theta) \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} \delta \dot{\phi}_1 + \frac{1}{r} \sin(\theta) \frac{\dot{P}_{r,X_r}}{\sqrt{P_{r,X_r}}} \delta \dot{\phi}_r + \frac{1}{r} \cos(\theta) \delta \phi_1 \left(\frac{\ddot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} - \frac{1}{r} \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{P_{1,X_1}} \right) + \\ & \frac{1}{r} \sin(\theta) \delta \phi_r \left(\frac{\ddot{P}_{r,X_r}}{\sqrt{P_{r,X_r}}} - \frac{1}{r} \frac{\dot{P}_{r,X_r}}{\sqrt{P_{r,X_r}}} \frac{\dot{P}_{r,X_r}}{P_{r,X_r}} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{s} = & \cos(\theta) \sqrt{P_{r,X_r}} \delta \ddot{\phi}_r - r \delta \dot{\sigma} \dot{\theta} + r \sigma \dot{\theta}^2 - \delta \sigma \ddot{\theta} - \sin(\theta) \sqrt{P_{1,X_1}} \delta \ddot{\phi}_1 - \frac{1}{r} \sin(\theta) \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} \delta \dot{\phi}_1 + \\ & \frac{1}{r} \cos(\theta) \frac{\dot{P}_{r,X_r}}{\sqrt{P_{r,X_r}}} \delta \dot{\phi}_r - \frac{1}{r} \sin(\theta) \delta \phi_1 \left(\frac{\ddot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} - \frac{1}{r} \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{P_{1,X_1}} \right) + \frac{1}{r} \cos(\theta) \delta \phi_r \left(\frac{\ddot{P}_{r,X_r}}{\sqrt{P_{r,X_r}}} - \frac{1}{r} \frac{\dot{P}_{r,X_r}}{\sqrt{P_{r,X_r}}} \frac{\dot{P}_{r,X_r}}{P_{r,X_r}} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

با استفاده از روابط های (۲۶) و (۲۷) می‌توانیم آهنگ تغییر θ را به دست بیاوریم

$$\dot{\theta} = \frac{1}{\sigma} (\dot{\chi} V_\phi - \dot{\phi} V_\chi) = \frac{\sin \theta}{\sigma} V_\phi - \frac{\cos \theta}{\sigma} V_\chi \equiv -\frac{C_{SV}}{\sigma} \quad (32)$$

می‌توان نشان داد که اگر فرض کنیم که میدان‌ها آدیاباتیکی $\sigma = \sigma(\phi_1, \phi_r)$ و انتروپی $s = s(\phi_1, \phi_r)$ به عنوان دو میدان مستقل تعریف شده‌اند، به تناقض می‌رسیم [۲۹ و ۳۰]. زیرا تا مرتبه اول داریم:

$$\delta \sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial \phi_1} \delta \phi_1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \phi_r} \delta \phi_r$$

$$\delta s = \frac{\partial s}{\partial \phi_1} \delta \phi_1 + \frac{\partial s}{\partial \phi_r} \delta \phi_r$$

و در نتیجه معادله‌های (۲۴) و (۲۵) روابط زیر را می‌دهد

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \phi_1} = \cos \theta \sqrt{P_{1,X_1}}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \phi_r} = \sin \theta \sqrt{P_{r,X_r}} \quad (33)$$

$$\frac{\partial s}{\partial \phi_1} = -\sin \theta \sqrt{P_{r,X_r}}, \quad \frac{\partial s}{\partial \phi_r} = \cos \theta \sqrt{P_{1,X_1}} \quad (34)$$

پس برای این که تبدیل $s = s(\Phi, \chi)$ و $\sigma = \sigma(\Phi, \chi)$ خوش تعریف باشد باید داشته باشیم:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \phi_\gamma \partial \phi_\gamma} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \phi_\gamma \partial \phi_\gamma}, \quad \frac{\partial^2 s}{\partial \phi_\gamma \partial \phi_\gamma} = \frac{\partial^2 s}{\partial \phi_\gamma \partial \phi_\gamma}$$

با استفاده از روابط بالا و روابط (۳۳) و (۳۴) به دست می‌آوریم

$$-\tan \theta \frac{\partial \theta}{\partial \phi_\gamma} \sqrt{P_{\gamma, X_\gamma}} = \frac{\partial \theta}{\partial \phi_\gamma} \sqrt{P_{\gamma, X_\gamma}}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \phi_\gamma} \sqrt{P_{\gamma, X_\gamma}} = \tan \theta \frac{\partial \theta}{\partial \phi_\gamma} \sqrt{P_{\gamma, X_\gamma}}$$

از ترکیب روابط بالا به رابطه $\tan^2 \theta = -1$ می‌رسیم، این تناقض در صورتی که θ ثابت در نظر گرفته شود رفع می‌شود، ولی همان طور که از شکل مشخص است θ ثابت نیست و در طول مسیر تغییر می‌کند. مشابه این نتیجه در [۲۹] هم به دست آمده است. یک راه دیگر برای پرهیز از این تناقض این است که از تعریف میدان‌های مستقل آدیاباتیکی و انتروپی پرهیز کنیم و فقط به تصویر کردن اختلال‌ها در دو جهت در راستای عمود بر هم اکتفا کنیم از این رهیافت در [۳۰] استفاده شده و نشان داده شده است که در تقریب غلتش آهسته تصویر اختلال‌ها به همان جواب‌های [۲۸] می‌رسد.

معادله حرکت اختلالی برای تورم چند میدانی با سرعت‌های صوت متفاوت:

در چارچوب کیهانی اختلالات متریک هم علاوه بر نوسانات میدان باید در نظر گرفته شوند. برای این کار از فرمالیزم ADM استفاده می‌شود [۳۱] و کنش تا مرتبه دوم اختلال‌ها بسط داده می‌شود [۲۷]. متریک ADM با رابطه زیر داده می‌شود:

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + h_{ij}(dx^i + N^i dt)(dx^j + N^j dt) \quad (35)$$

که h_{ij} متریک قسمت فضایی است.

با جایگذاری در کنش داریم:

$$S = \frac{1}{\gamma} \int dt d^3x \sqrt{h} N \left(\frac{1}{\gamma} R^{(\gamma)} + \gamma \sum_I P_I \right) + \frac{1}{\gamma} \int dt d^3x \sqrt{h} N^{-1} (E_{ij} E^{ij} - E^2) \quad (36)$$

که در آن تانسور E_{ij} با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$E_{ij} = \frac{1}{\gamma} (\dot{h}_{ij} - \nabla_i N_j - \nabla_j N_i) \quad (37)$$

در روابط بالا N تابع گذشت زمان و N_i بردار انتقال است و همین طور $\sqrt{h} = a^3$ می‌باشد. (h دترمینان متریک فضایی است).

با بسط کنش تا مرتبه دو اختلال‌ها و وردش آن معادله اختلال میدان‌ها به دست می‌آید [۲۷].

$$\delta\dot{\phi}_I + \gamma H(1 + \kappa_I)\delta\dot{\phi}_I + \left(\frac{k^\gamma c_{sI}^\gamma}{a^\gamma} + m_I\right)\delta\phi_I + H \sum_J \xi_{IJ} \delta\phi_J + \sum_J m_{IJ}\delta\phi_J = \cdot \quad (38)$$

که در آن:

$$m_I = \frac{c_{sI}^\gamma}{P_{I,X_I}} \mathcal{M}_I \quad (39)$$

$$m_{IJ} = \frac{c_{sI}^\gamma}{P_{I,X_I}} \mathcal{M}_{IJ} \quad (40)$$

$$\kappa_I = -\frac{\gamma}{\beta} s_I + \frac{1}{\beta} \eta_I - \frac{\gamma}{\beta} \eta_I c_{sI}^\gamma - \frac{\gamma \epsilon}{\beta} \left(1 - \frac{\eta_I}{\epsilon_I} - \frac{h_I}{e_I}\right) (1 - c_{sI}^\gamma) \quad (41)$$

$$\xi_{IJ} = \gamma \epsilon_I \frac{e_J}{e_I} c_{sI}^\gamma \left(\frac{1}{c_{sJ}^\gamma} - 1\right) \quad (42)$$

$$\mathcal{M}_I = \gamma H^{\gamma+1} t_I \quad (43)$$

$$\mathcal{M}_{IJ} = -\gamma H^\gamma e_I e_J \left[1 + \frac{1}{\beta} \sum_K \epsilon_K \left(\frac{1}{c_{sK}^\gamma} - 1\right)\right] \quad (44)$$

۵. تجزیه اختلال برای اختلال دو میدانی با سرعت‌های صوت متفاوت:

اختلال‌های دو میدانی ϕ_1 و ϕ_2 را در راستای مماس بر مسیر در فضای میدان‌ها و عمود بر آن تصویر کنیم. رابطه

(۳۸) را یک بار برای ϕ_1 و بار دیگر برای ϕ_2 می‌نویسیم:

$$\delta\ddot{\phi}_1 + \gamma H(1 + \kappa_1)\delta\dot{\phi}_1 + \left(\frac{k^\gamma c_{s1}^\gamma}{a^\gamma} + m_1\right)\delta\phi_1 + H\xi_{11}\delta\dot{\phi}_1 + H\xi_{12}\delta\dot{\phi}_2 + m_{11}\delta\phi_1 + m_{12}\delta\phi_2 = \cdot \quad (45)$$

$$\delta\ddot{\phi}_2 + \gamma H(1 + \kappa_2)\delta\dot{\phi}_2 + \left(\frac{k^\gamma c_{s2}^\gamma}{a^\gamma} + m_2\right)\delta\phi_2 + H\xi_{22}\delta\dot{\phi}_2 + H\xi_{21}\delta\dot{\phi}_1 + m_{22}\delta\phi_2 + m_{21}\delta\phi_1 = \cdot \quad (46)$$

و در رابطه‌های (۳۰) و (۳۱) جاگذاری می‌کنیم، هم‌چنین از رابطه‌های (۲۴)، (۲۵)، (۲۸) و (۲۹) $\delta\phi_2$ ، $\delta\phi_1$ ، $\delta\phi_2$ و $\delta\phi_1$ را به دست می‌آوریم و در رابطه‌های فوق می‌گذاریم تا معادله‌های حاکم بر تصویر اختلال‌ها به دست آید.

$$\begin{aligned} \delta\sigma + (\cos^\gamma \theta A + \sin^\gamma \theta B) H \delta\sigma - [\gamma\dot{\theta} + \sin \theta \cos \theta H(A - B)] \delta s - [\dot{\theta}^\gamma + (\cos^\gamma \theta C + \sin^\gamma \theta D) + \\ H(\sin \theta \cos \theta \dot{\theta} (A - B) + \cos^\gamma \theta A \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} + \sin^\gamma \theta B \frac{\dot{P}_{\gamma,X_\gamma}}{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}})] \delta\sigma + \frac{k^\gamma}{a^\gamma} [(\cos^\gamma \theta c_{s_1}^\gamma + \sin^\gamma \theta c_{s\gamma}^\gamma) \delta\sigma + \\ (\sin \theta \cos \theta (c_{s\gamma}^\gamma - c_{s_1}^\gamma)) \delta s] - [\ddot{\theta} + \sin \theta \cos \theta (C - D) + H((\cos^\gamma \theta A - \sin^\gamma \theta B) \dot{\theta} - \\ \sin \theta \cos \theta (A \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} + B \frac{\dot{P}_{\gamma,X_\gamma}}{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}}))] \delta s = \cdot \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \delta\sigma + (\sin^\gamma \theta A + \cos^\gamma \theta B) H \delta\sigma + [\gamma\dot{\theta} + \sin \theta \cos \theta H(A + B)] \delta\sigma - [\dot{\theta}^\gamma - (\sin^\gamma \theta C + \cos^\gamma \theta D) + \\ H(\sin \theta \cos \theta \dot{\theta} (B - A) + \cos^\gamma \theta B \frac{\dot{P}_{\gamma,X_\gamma}}{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}} + \sin^\gamma \theta A \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}})] \delta\sigma + \frac{k^\gamma}{a^\gamma} [(\sin^\gamma \theta c_{s_1}^\gamma + \cos^\gamma \theta c_{s\gamma}^\gamma) \delta\sigma + \\ (\sin \theta \cos \theta (c_{s\gamma}^\gamma - c_{s_1}^\gamma)) \delta\sigma] - [\ddot{\theta} - \sin \theta \cos \theta (C - D) + H((\sin^\gamma \theta A + \cos^\gamma \theta B) \dot{\theta} + \\ \sin \theta \cos \theta (A \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} - B \frac{\dot{P}_{\gamma,X_\gamma}}{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}}))] \delta\sigma = \cdot \end{aligned} \quad (48)$$

که برای A, B, C و D را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم:

$$A = \gamma (1 + \kappa_1) + \xi_{11} + \tan \theta \frac{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} \xi_{\gamma 1} - \frac{\dot{P}_{1,X_1}}{HP_{1,X_1}}$$

$$B = \gamma (1 + \kappa_\gamma) + \xi_{\gamma\gamma} + \cot \theta \frac{\sqrt{P_{1,X_1}}}{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}} \xi_{1\gamma} - \frac{\dot{P}_{\gamma,X_\gamma}}{HP_{\gamma,X_\gamma}}$$

$$C = m_\gamma + m_{11} + \tan \theta \frac{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}}{\sqrt{P_{1,X_1}}} m_{\gamma 1} - \frac{1}{\gamma} \beta_1$$

$$D = m_\gamma + m_{\gamma\gamma} + \cot \theta \frac{\sqrt{P_{1,X_1}}}{\sqrt{P_{\gamma,X_\gamma}}} m_{1\gamma} - \frac{1}{\gamma} \beta_\gamma$$

بر خلاف رژیم غلتش آهسته، رابطه‌های (۴۷) و (۴۸) را نمی‌توان به شکل تحول اختلال یک تک میدان نوشت، معادلهٔ تحول یک تک میدان باید به شکل کلی زیر باشد

$$\ddot{\chi} + \frac{c_s k^\gamma}{a^\gamma} \chi + \dots = 0$$

که در آن ضریب جمله مشتق دوم مکانی متناسب با توان دوم سرعت انتشار اختلال یا همان سرعت صوت است. در نتیجه نمی‌توان گفت که اختلال‌های آدیباتیک و انتروپی مانند یک تک میدان اختلالی با سرعت صوت مشخص تحول پیدا می‌کنند.

نتیجه‌گیری

برای بررسی مدل‌های چند میدانی تورم (غلتش آهسته) میدان‌های آدیباتیک و انتروپی را به گونه‌ای تعریف می‌کنند که اولی تنها منشأ اختلال‌های انحنای است و دومی فقط اختلال‌های تک‌انحنای را به وجود می‌آورد. در حالت کلی وقتی که دو میدان دینامیک متفاوتی دارند (و در نتیجه سرعت انتشار اختلال‌های هر کدام متفاوت است)، نشان دادیم که رهیافت متداول برای تعریف اختلال‌های آدیباتیک و انتروپی به نتایج نادرستی می‌رسد. در مرجع [۲۹] هم نتایج مشابهی به دست آمده بود که در مرجع [۳۰] برای رفع آن پیشنهاد شده بود که تنها به تصویر اختلال‌ها در دو راستای یکی مماس بر مسیر میدان و دیگری عمود بر آن اکتفا شود و میدان آدیباتیک و انتروپی به عنوان دومیدان فیزیکی در نظر گرفته نشوند. نویسندگان مقاله فوق نشان دادند که برای مدل دو میدانی‌ای که دینامیک کانونیک با کم‌ترین جفت‌شدگی داشته باشند محاسبه مستقیم با نتیجه‌های حاصل از تعریف میدان‌های آدیباتیک و انتروپی هم‌خوانی دارد. در این مقاله ما رهیافت فوق را برای مدل تورمی دو میدانی با دوسرعت صوت به کار بردیم و با محاسبه مستقیم نشان دادیم که تصویر اختلال‌ها در دو راستای مماس بر مسیر میدان‌ها و عمود بر آن مانند اختلال یک تک میدان مستقل منتشر نمی‌شود و در نتیجه در این مدل نمی‌توان اختلال‌های آدیباتیک و انتروپی را از هم جدا کرد و اثر هر کدام را به طور جداگانه روی پارامترهای کیهان‌شناسی مانند طیف توان بررسی کرد. البته این نتیجه تا حدی مورد انتظار بود زیرا در مدل‌های دو میدانی‌ای که دینامیک متفاوتی داشتند، این وضعیت مشاهده شده بود [۳۲، ۱۷].

از آن جایی که بنا به تعریف اختلال آدیباتیک تنها منبع ایجاد اختلال انحنای است و اثر آن را می‌توان در طیف توان در زمان عبور از افق مشاهده کرد، به نظر می‌رسد باید دنبال راهی مناسب برای تعریف این اختلال (و در پی آن اختلال انتروپی) باشیم به طوری که معادله‌های تحول هر کدام از اختلال‌ها از دیگری مستقل باشد. اخیراً در [۳۳] و [۳۴] پیشنهاد شده است که با استفاده از دوران در فضای میدان‌ها میدان مناسبی تعریف کنیم که معادله تحول آن به فرم معادله تحول یک تک میدان باشد. به نظر می‌رسد بتوان با استفاده از این رهیافت برای مدل ما اختلال‌های مناسب را تعریف کرد.

منابع

- [۱] Alan H. Guth, "Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems". *Physical Review D*.23(2): 347-356
- [۲] A. D. Linde, "A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution Of The Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy

- And Primordial Monopole Problems,” *Phys. Lett. B* **108**, 389 (1982).
- [۳] A. Albrecht and P. J. Steinhardt, “Cosmology for Grand Unified Theories With Radiatively Induced Symmetry Breaking,” *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1220 (1982).
- [۴] P.A.R. Ade et al. (Planck Collaboration), “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters,” [arXiv: 1502.01589].
- [۵] P.A.R. Ade et al. (Planck Collaboration), “Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation” [arXiv: 1502.02114].
- [۶] C.Armendariz-Picon, T.Damour and V.Mukhanov, “K-Inflation” .*Phys.Lett.B*458:209-218. [arXiv:hep-th/9904075v1].
- [۷] D. Wands, “Multiple field inflation” .*Lect.NotesPhys.*738:275-304, 2008. [arXiv:astro-ph/0702187v1]
- [۸] A.R. Liddle, A. Mazumdar and F.E. Schunck, “Assisted inflation,” *Phys. Rev. D*58, 061301(1998), [arXiv:astro-ph/9804177].
- [۹] K. A. Malik and D. Wands, “Dynamics of Assisted Inflation”, *Phys.Rev.D*59(1999), 123501, [arXiv:astro-ph/9812204].
- [۱۰] S. Dimopoulos, S. Kachru, J. McGreevy, J. Wacker, “N-flation,” *JCAP* 0808,003(2008), [arXiv:hep-th/0507205].
- [۱۱] D. Battefeld, T. Battefeld and A. C. Davis, “Staggered Multi-Field Inflation,” *JCAP* 0810, 032 (2008) [arXiv: 0806.1953].
- [۱۲] J. Garriga and V. F. Mukhanov, “Perturbations in k-inflation,” *Phys. Lett. B* 458, 219 (1999), [arXiv:hep-th/9904176].
- [۱۳] R.Silverstein, D. Tong, “Scaler Speed Limits and Cosmology: Acceleration from D-deceleration”. *Phys.Rev.D*70.103505, 2004. [arXiv:hep-th/0310221v3]
- [۱۴] M.Alishahiha,E. Silverstein and D. Tong, “DBI in the Sky: Non-Gaussianity from Inflation with a Speed limit”. *phys.Rev.D* 70, 123505.
- [۱۵] D. Langlois, S. Renaux-Petel, D.A. Steer and T. Tanaka, “Primordial perturbation and non-Gaussianities in DBI and general multifield inflation”, *Phys. Rev.D* **78**, 063523 (2008),

D. Langlois, “Cosmological perturbations from multi-field inflation” *J.Phys.Conf.Ser.*140:012004,200 [arXiv:0809.2540],

D. Langlois, S. Renaux-Petel, D.A. Steer and T. Tanaka, “Primordial fluctuations and non-Gaussianities in multi-field DBI inflation”, *Phys.Rev.Lett.*101:061301(2008),

D.Langlois, S. Renaux-Petel, “Perturbations in generalized multi-field inflation” *JCAP*0804:017(2008).

[۱۶] Min-xin Huang, G. Shiu and B.Underwood, “Multifield DBI Inflation and Non-Gaussianities” *Phys.Rev.D*77:023511,2008.

[۱۷] C. van de Bruck, D.F. Mota and J. M. Weller, “Embedding DBI inflation in Scalar-tensor Theory”, *JCAP* **1103** (2011)034.

[۱۸] J. M. Weller, C. van de Bruck and D.F. Mota, “Inflationary predictions in scalar-tensor DBI inflation”, *JCAP* **06** (2012) 002.

[۱۹] Z. Lalak, D. Langlois, S. Pokorski and K. Turzyski, “Curvature and isocurvature perturbations in two-field inflation”, *JCAP* **0707** (2007) 014, [arXiv:0704.0212].

[۲۰] K. Tzirakis and W. H. Kinney, “Non-canonical generalizations of slow-roll inflation models”, *JCAP* **0901** (2009) 028,[arXiv:0810.0270].

[۲۱] C. Ringeval, “Dirac-Born-Infeld and k-inflation: the CMB anisotropies from string theory”, *J.Phys.Conf.Ser.* 203 (2010) 012056, [arXiv: 0910.2167].

[۲۲] L. Lorenz, J. Martin, and C. Ringeval, “K-inflationary Power Spectra in the Uniform Approximation”, *Phys.Rev.***D78**(2008) 083513, [arXiv:0807.3037].

[۲۳] M. Dias, J. Frazer and D. Seery, “Computing observables in curved multi-field models of inflation - A guide (with code) to the transport method”, *JCAP*12(2015)030,[arXiv: 1502.03125].

[۲۴] Yi-Fu Cai and W. Xue, “N-flation from multiple DBI type actions”. *Phys.Lett.B*680: 395-398,2009. [arXiv: 0809.4134].

[۲۵] J.Garcia-Bellido and D. Wands, “Constraints from Inflation on Scalar-Tensor Gravity Theories” *Phys. Rev. D*52(1995) 6739-6749. [arXiv:gr-qc/9506050].

[۲۶] Yi-Fu Cai and Hai-Ying Xia, “Inflation with multiple sound speeds: a model of multiple DBI type actions and non-Gaussianities”, *Phys.Lett.B*677:226-234, 2009. [arXiv: 0904.0062].

- [۲۷] Shi Pi and Du Wang “Dynamics of Cosmological Perturbations in Multi-Speed Inflation”. [arXiv: 1107.0813].
- [۲۸] C. Gordon, D. Wands, A. Bassett, A; and R. Maartens, “Adiabatic and entropy perturbations from inflation”. Phys.Rev.D63 (2001)023506. [arXiv: astro-ph/0009131].
- [۲۹] Paul M. Saffin, “The covariance of multi-field perturbations, pseudo-susy and f_{NL} ”, JCAP 1209, 002 (2012) [arXiv:1203.0397].
- [۳۰] C. Gordon and P. Saffin, “Adiabatic and Isocurvature Perturbation Projections in Multi-Field Inflation”. JCAP08 (2013)021. [arXiv: 1304.5229].
- [۳۱] R. L. Arnowitt, S. Deser and C.W. Misner, in Gravitation: an introduction to current research, Louis Witten ed. (Wiley 1962), chapter 7, pp 227-265 [arXiv:gr-qc/0405109].
- [۳۲] K. Malik and D.Wands, “Adiabatic and entropy perturbations with interacting fluids and fields”, JCAP 0502 (2005) 007, [arXiv:astro-ph/0411703].
- [۳۳] C. Longden, “The adiabatic/entropy decomposition in $P(\varphi_I, X_{II})$ theories with multiple sound speeds”[arXiv:1611.03481].
- [۳۴] C. van de Bruck, T. Koivisto and C. Longden, “Non-Gaussianity in multi-sound-speed disformally coupled inflation” JCAP 029(2017)02[arXiv:1608.0880].