پژوهشهای نوین فیزیک

گذر فاز کوانتومی در هسته های زوج و فرد با استفاده از مدل جبری دو خوشه ای

مریم قپانوری*^۱، نرجس امیری^۲، محمد علی جعفریزاده^۳، مسعود صیدی^۴ ^{۱،**}پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته ای، پژوهشگاه علوم و فنون هستهای، تهران، ایران ^۱ گروه فیزیک هسته ای، دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران ^۳ گروه فیزیک نظری، دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

دریافت: ۱۴۰۰/۱/۲۱ پذیرش: ۱۴۰۰/۱/۲۱

چکیدہ:

"مدل جبری خوشه ای" (ACM) برای توصیف حرکت نسبی خوشه با در نظر گرفتن درجات آزادی ارتعاشی و چرخشی بکار میرود. در این پژوهش با استفاده از هامیلتونین ACM دو جسمی، گذار فاز کوانتومی در ناحیـهٔ گذار (4) 0 ↔ (3) U بـرای سـاختارهای هسته ای فرد مانند: B¹، B²، B²و B² بررسی شده است. سطوح انـرژی، مقـدار انتظـاری عملگـر تعـداد بـوزون در تـابعی از پارامترهای کنترلی هامیلتونین محاسبه و همچنین تأثیر تزویج نوکلئون فرد با هسته بوزونی زوج-زوج در نقطـهٔ بحرانی بحـث شـده است. داده های تجربی، نتایج عددی حاصل را تایید می کنند.

واژه های کلیدی: مدل جبر خوشه ای، درجات آزادی چرخشی و ارتعاشی، نقطه بحرانی

۱. مقدمه

با نگاهی به نمودار تجربی انرژیهای بستگی به ازای هر نوکلئون مشاهده میشود که هسته های سبک، با افزایش تعداد نوکلئونها متحمل نوسانهای بزرگی میشوند که بیشینه های این نوسانها در هسته های با عدد جرمی A = 4n و N = Z = Z رخ میدهند. هستههایی که در این بیشینه ها قرار دارند به ازای $\{1,7,7,4\} = n$ ، به ترتیب H^{\dagger} ، Be^{\dagger} ، D^{\dagger} و O^{\dagger}_{Λ} میباشند که به نوعی بیانگر خوشه بندی آلفا در این هستهها است [1-7]. مطالعهٔ ساختار خوشه ای هسته های سبک به دههٔ ۳۰ میلادی برمیگردد. پیشگامان این عرصه افرادی چون ویلر ⁽ [۴]، "هفستارد و تلر^۲" [۲ و ۵]، دنیسون ^{(۱} [۶] و کامنی^۲ [۷]

^{* .} Corresponding Author: m.ghapanvari@tabrizu.ac.ir

¹. Wheeler

². Hafstad and Teller

بودند. بدنبال کارهای آنها وایلدرموس^۳ و کالن پولوس^{^۴} [۸] توانستند مدل خوشه ای را به مدل لایه ای مرتبط کنند. روند توسعهٔ مدلهای خوشه ای تا سال ۲۰۰۶ را میتوان در مقالات مروری [۹] دید. از سال ۲۰۰۶ تاکنون مدلهای مختلفی برای مطالعهٔ هسته های سبک با ساختار خوشه ای ارائه شده است که برخی از مهمترین این روشها عبارتند از: روش دینامیک مولکولی نامتقارن (AMD) [۱۰]، دینامیک مولکولی فرمیونی (FMD) [۱۱]، مدل خوشه ای BEC گونه [۱۲]، مدل شبکه ای EFT [۱۳] و مدل جبری خوشه ای (ACM) [۱۹].

از میان این روشها، مدلهای ACM برای مطالعهٔ سیستم های بس- ذره ای و چند ذره ای، کارامد میباشند. در ACM بجای حل معادلات دیفرانسیل در فضای مختصات میتوان با قطری کردن هامیلتونین سیستم، ویژه مقادیر انرژی و ویژه بردارها را بدست آورد. مدل اندرکنش بوزونی^۵ (IBM) نمونهٔ شاخصی از مدلهای جبری است که در توصیف حالات جمعی هسته های روج – زوج بسیار موفق بوده است [۱]. برای توصیف حالات خوشه های – α در هسته های سنگین در چارچوب ACM میتوان به دو ساختار جبری معروف است [۱]. برای توصیف حالات خوشه های – α در هسته های سنگین در چارچوب ACM میتوان به دو ساختار جبری معروف اشاره کرد [10]: نخست ساختاری که به کمک گروه (۶) توصیف میشود. مولدهای این میتوان به دو ساختار جبری معروف اشاره کرد [10]: نخست ساختاری که به کمک گروه (۶) میتوان بین میشود. مولدهای این ساختار جبری بوزونهای (s,d) هستند. در این ساختار درجات آزادی چهار قطبی مسئول تغییر شکل هسته میباشند. ساختار دیگر به کمک گروه (s,d) هستند. در این ساختار درجات آزادی چهار قطبی مسئول تغییر شکل هسته میباشند. ساختار دیگر به کمک گروه (s,d) میتوان در جات آزادی دوقطبی مسئول تغییر شکل هسته میباشند. ساختار دیگر به کمک گروه بازی از درجات آزادی دوقطبی مسئول تغییر می می میباشد. در این ساختار درجات آزادی چهار قطبی مسئول تغییر شکل هسته میباشند. ساختار دیگر به کمک گروه (s,d) توصیف می شود که مولدهای آن بوزونهای (s,d) هستند. در این حاحال درجات آزادی چهار قطبی مسئول تغییر شکل هسته میباشند. ساختار دیگر به کمک گروه (s,d) میندا درجات آزادی دوقطبی ای از میگر به کمک گروه رو (s,d) میباشد. در این ماختار درجات آزادی چهار قطبی مسئول تغییر شکل هسته میباشند. ساختار دیگر به کمک گروه بندی می باشد [۱۷ و ۱۷].

اولین مدل جبری بررسی سیستم های چند ذره ای، مدل ویبرون^{*} بود [۲]، که برای توصیف دینامیکی حرکات ارتعاشی و چرخشی دو شیء بصورت یک دوقطبی با سه درجه آزادی بکار میرود. برخی از سیستمهایی که با مدل ویبرون توصیف میشوند عبارتند از: مولکولهای دواتمی [۲]، هسته های متشکل از دو خوشه [۹۹، ۱۸ و ۱۵]، مزونهای با ساختار "کوارک و پاد کوارک" [۲۱ و ۲۰]. برای توصیف سیستمهای سه خوشه ای مانند مولکولهای سه اتمی (H_{τ}^{+}) و باریونها از جبر (۷) *U* استفاده میشود[۲۲ –۲۴]. این ساختار جبری را میتوان به سیستمهای چند خوشه ای نیز تعمیم داد. بعنوان نمونه برای مطالعۀ سیستمهای متشکل از چهار جسم مانند H^N ، جبر (۱۰) *U* معرفی شده است. برای اولین بار بیجکر^۷ و یاکلو^۸ از جبر (*۱*) *U* در چارچوب ACM استفاده کردند. آنها احتمالات گذار O^{*} را بعنوان یک خوشهٔ متشکل از چهار ذرهٔ آلفا محاسبه کردند [۳]. در مورد هسته هایی که تعداد نوکلئون اضافی دارند ساختارهای خوشهای همچنان برقرارند. در اولین تلاشها اورتزن^۴ ساختار نوکلئون به صورت B_{*}^{*} ، B_{*}^{*} و ایم کمدل لایه ای دو مرکزه بررسی کرد[۲۵–۲۲]. بطورخاص در مورد ایزوتوپ *B* با افزودن نوکلئون به صورت ایز مورد اینها احتمالات گذار *O*^{*} را بعنوان یک خوشهٔ متشکل از چهار ذرهٔ آلفا محاسبه کردند [۳]. بر موارد هسته هایی که تعداد نوکلئون اضافی دارند ساختارهای خوشهای همچنان برقرارند. در اولین تلاشها اورتزن^۴ ساختار نوکلئون به صورت Ba^{*}، B^{*} را به کمک مدل لایه ای دو مرکزه بررسی کرد[۲۵–۲۲]. بطورخاص در مورد ایزوتوپ *B* با افزودن نوکلئون به صورت مهر از ۴۸۰ می می شد زاد الای اختار خوشه ای حفظ میشود (۲–۲۱]. هافستاد و تلر هستهٔ خوشه ای را نوکلئون به مورد مورد می ایز در آله استه در آن اختار خوشه ای حفظ میشود (۲–۲۱]. هافستاد و تلر هستهٔ خوشه ای را نوکلئون به مورد مورد می می مورد آله می می در آله در سی می در از می می مورد ای مرورد در مورد ایزوتوپ مو می با فردن

- ⁵. Interacting Boson Model
- ⁶. Vibron
- ⁷. Bijker
- ⁸. Iachello
- ⁹. Oertzen

¹. Dennison

². Kameny

³. Wildermuth

⁴. Kallenopoulous

مدل لایه ای خوشه ای (CSM) است که بر مبنای ACM ساخته شده است [۳۳ و۳۳]. ساختارهای خوشه ای نیز متحمل گذار فاز کوانتومی (QPT) می شوند. این گذارها به کمک مدلهای CSM و ACM قابل بررسی هستند. اولین بار QPT هسته ها در چاچوب IBM و مدل ویبرون بررسی شدند [۳۵ و۱۷،۳۴].

هدف از این مقاله بررسی QPT در چارچوب مدل ACM برای هسته های دو خوشه ای در ناحیهٔ گذار (ϕ) $\leftrightarrow O(\phi)$ می باشد. ما این روش را برای توصیف هسته های Be_{ϕ}^{*} , Be_{ϕ}^{*} و B_{ϕ}^{*} , بکار می گیریم. این مدل را می توان با استفاده از یک روش جبری بی نهایت بعدی در چارچوب IBM حل کرد. در اینجا برای توصیف QPT، از مشاهدپذیرهایی مانند انرژی ترازها، تقاطع ترازی و مقدار انتظاری عملگر تعداد بوزون استفاده می شود. بعلاوه نقش فرمیونی با تکانهٔ زاویه ای i در نقطه روش مدل می می در ناحیهٔ گذار (ϕ) می توان با استفاده از یک موش جبری بی نهایت بعدی در چارچوب IBM حل کرد. در اینجا برای توصیف QPT، از مشاهدپذیرهایی مانند انرژی ترازها، تقاطع ترازی و مقدار انتظاری عملگر تعداد بوزون استفاده می شود. بعلاوه نقش فرمیونی با تکانهٔ زاویه ای i در نقطه بحرانی TP میستم های بوزونی بررسی می گردد. بطور کلی این مقاله شامل پنج بخش است که در بخس دوم مدل ACM معرفی میشود، بخش سوم مقاله به جنبه های تئوری مدل اختصاص میابد، بخش چهارم شامل بحث و نتیجه گیری ACM راست و در بخش آخر نتیجه گیری کلی ارائه می شود.

۲. مدل جبری خوشه ای (ACM)

جب حاکم بر مدل جبری خوشه ای، جبر یکانی U(v+۱) است که در آن v = ۳(n-1) بیانگر تعداد درجه های آزادی فضایی است. درجه های آزادی سیستم n خوشه ای با (n-۱) مختصهٔ ژاکوبی، بصورت زیر داده می شود:

$$\vec{\rho}_{k} = \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}} \left(\sum_{i=1}^{k} \vec{r}_{i} - k\vec{r}_{k+1} \right)$$
(1)

k = 1, 1, ..., n - 1

در اینجا r_i و r_i بترتیب بردار موقعیت خوشه – *i* ام و شماره خوشه میباشند. در ACM از روش کوانتش بوزونی با بوزونهای برداری (یا دوقطبی) و اسکالر (یا تک قطبی) بجای مختصات نسبی ژاکوبی استفاده شده است. در اینجا پایستگی تعداد بوزونها بعنوان یک قید بایستی همواره برقرار باشد. برای هر مختصهٔ نسبی مستقل، از مختصات ژاکوبی، بوزون برداری با $L_p = 1^-$ و بوزون اسکالر با + = -1 عبارتند از [۳۱]:

$$s^{\dagger}, b^{\dagger}_{k,m}, \quad m=-1,\cdot,1$$
 (۲)
عملگر تعداد کل بوزونها به صورت زیر تعریف می شود:

$$N = s^{\dagger}s + \sum_{k} \sum_{m} b_{k,m}^{\dagger} b_{k,m} = n_s + \sum_{k} n_k = \sum_{i} c_i^{\dagger} c_i \tag{7}$$

این عملگر با هامیلتونین سیستم جابجا می شود. حالات خوشه به کمک ACM در جملاتی از بوزونهای برداری و اسکالر برهمکنش کننده توصیف می شوند. این بوزونها رویهم رفته یک فضای برداری r - r بعدی با ساختار گروهی (r - n)ایجاد می کنند. حالات این سیستم مطابق با نمایش تقلیل ناپذیر کاملاً متقارن[N]، طبقه بندی میشوند که در آن N تعداد کل بوزونها می باشد. در مورد خوشه های یکسان، هامیلتونین سیستم بایستی تحت جایگشت ها ناوردا باقی بماند. این حالات مطابق با نمایشهای متناظر با گروه جایگشتی S_n تبدیل می شوند [۳]. هامیلتونین چنین سیستمی با در نظر گرفتن برهمکنشهای دو جسمی به صورت زیر تعریف می شود:

$$H = \sum_{ij} \varepsilon_{ij} G_{ij} + \sum_{ijkl} v_{ijkl} G_{ij} G_{kl}, \quad G_{ij} = c_i^{\dagger} c_j$$
(*)

که در آن ε_{ij} و v_{ijkl} ضرایب ثابتی از جنس انرژی هستند. ویژه مقادیر این سیستم n خوشه ای با قطی سازی هامیلتونین (۴) امکان پذیر است که در بخش بعدی به آن میپردازیم. زنجیره های جبری مورد نظر در این پژوهش عبارتند از:

$$U(3n-2) \supset \begin{cases} U(3n-3) \\ O(3n-2) \end{cases} \supset O(3n-3)$$

که برای توصیف رفتار سیستمهای n خوشه ای بکار می روند.

SU(1,1) هامیلتونین سیستمn خوشه ای در چارچوب جبر آفین.

ایدهٔ اساسی مدل های جبری این است که هامیلتونی و دیگر عملگرهای فیزیکی سیستمها را میتوان به کمک مجموعه ای از عملگرهای بوزونی توصیف کرد؛ چرا که حرکات جمعی در این سیستمها را میتوان به عنوان مجموعه ای از اندرکنشهای بوزونی در نظر گرفت. طیف این سیستم ها در چارچوب جبر لی تولید میشود. تقارنهای دینامیکی در این چارچوب نقش مهمی ایفا میکنند. بین شکل خوشه ها و تقارنهای دینامیکی تناظر یک به یک وجود دارد.گذر فاز شکلی در اینجا فرایندی است که در آن سیستم از می میشود. تقارنهای دینامیکی در این چارچوب نقش مهمی در آن سیستم از یک تقارن دینامیکی بناظر یک به یک وجود دارد.گذر فاز شکلی در اینجا فرایندی است که در آن سیستم از یک تقارن دینامیکی به تقارن دیگر گذار میکند. قطری کردن هامیلتونی در ناحیهٔ گذار به آسانی هر کدام از حدها نیست، به خصوص زمانی که ابعاد فضای پیکربندی نسبتا بزرگ باشد. برای حل این مشکل، از روش جبر لی بینهایت حدها نیست، به خصوص زمانی که ابعاد فضای پیکربندی نسبتا بزرگ باشد. برای حل این مشکل، از روش جبر لی بینهایت بعدی (۱٫۱) *Su* موسوم به جبر لی آفین (۱٫۱) *Su* استفاده می شود. این روش اولین بار توسط پن^۱ و همکاران [۳۷ و۳۶] پیشنهاد شد. در این مقاله، روش ذکی شده در مرجع [۳۷] گسترش یافته و به مدل های دو خوشه ای در منطقه گذار اعمال پیشنهاد شد. در این مقاله، روش ذکر شده در مرجع (۳۷] گسترش یافته و به مدل های دو خوشه ای در منطقه گذار اعمال پرسی می کنیم.

۲-۱. طیف انرژی هسته های زوج-زوج (⁸B^e)

مدل جبری خوشه ای برای خوشه های دو بعدی به مدل ویبرون معروف است که در ابتدا برای مولکول های دو اتمی معرفی شد [۳۸]. این مدل قادر به توصیف حرکت نسبی دو خوشه است. در مدل ویبرون، چرخش و ارتعاش به کمک چهار بوزون توصیف میشود: یک بوزون اسکالر با پاریتهٔ مثبت و تکانه زاویه ای i = i، که با s^{\dagger} مشخص می گردد و سه مولفهٔ بوزون برداری با پاریته منفی و تکانهٔ زاویه ای l = i که با $\mu = i, \pm 1$ مشخص می شود.

در مدل ویبرون دو زنجیرهٔ جبری (0) = O((*) = U(*) و (0) = O((*) = U(*) وجود دارد که به ترتیب حالت های صلب و غیر صلب هستند[۳۸ و۳۹]. در واقع این دو حالت، ایده ال هستند و در دنیای واقعی هیچگونه مولکول کاملاً صلب و یا غیر صلبی وجود ندارد. اگر حالت های حدی (0) = O((*) = U(*) به ترتیب بعنوان فازهای صلب و غیر صلب در نظر گرفته شوند یا غیر صلبی وجود ندارد. اگر حالت های حدی (0) = O((*) = U(*) به ترتیب بعنوان فازهای صلب و غیر صلب در نظر گرفته شوند آنگاه ناحیهٔ گذار (*) = O((*) = O((*)) به ترتیب بعنوان فازهای صلب و غیر صلب در نظر گرفته شوند آنگاه ناحیهٔ گذار (*) = O((*) = O((*)) به ترتیب بعنوان فازهای صلب و غیر صلب در نظر گرفته شوند آنگاه ناحیهٔ گذار (*) = O((*) = O((*)) به ترتیب بعنوان فازهای صلب و غیر صلب در نظر گرفته شوند آنگاه ناحیهٔ گذار (*) = O((*) = O((*)) به ترتیب بعنوان فازهای صلب و غیر صلب در نظر گرفته شوند آنگاه ناحیهٔ گذار (*) = O((*) = O((*)) به ترتیب می شود آلامای مدل ویبرون، مدهای ارتعاشی و دورانی سیستمهای دو جسمی با هامیلتونین (*) = O((*) = O((*)) توصیف می شود [۳۹]. برای بررسی مدل ویبرون در چاچوب جبر آفین (*) = O((*) = O((*)) در این مولدها عبارتند از:

$$S^{+}(s) = \frac{1}{Y} s^{\dagger Y}, \quad S^{-}(s) = \frac{1}{Y} s^{Y} \quad , S^{\cdot}(s) = \frac{1}{Y} (s^{\dagger}s + \frac{1}{Y}) = \frac{1}{Y} n_{s} + \frac{1}{Y}$$

$$(\Delta)$$

$$S^{+}(b) = \frac{1}{Y} b^{\dagger} \cdot b^{\dagger}, \quad S^{-}(b) = \frac{1}{Y} \tilde{b} \cdot \tilde{b}, \quad S^{\cdot}(b) = \frac{1}{Y} (b^{\dagger} \tilde{b} + \frac{Y}{Y}) = \frac{1}{Y} n_{b} + \frac{Y}{Y}$$

$$(\mathscr{F})$$

که در آن
$$n_{s}$$
 و n_{s} مملگرهای تعداد برای بوزون های اسکالر و برداری است. مولدهای جبر (۱,۱) SU در روابط جابجایی زیـر
صدق می کنند:
(۷)
(۲) عملگر کازیمیر (۱,۱) E^{\pm} , $[S^{+}, S^{-}] = -rS^{-}$
(۸)
 $SU^{\pm}(1,1) = S^{+}(S^{-}, S^{-}] = -rS^{-}$
(۸)
 $C_{\gamma}(SU^{(1,1)}) = S^{+}(S^{-}, -1) - S^{+}S^{-}$
(۹)
 $C_{\gamma}(SU^{b}(1,1)) = \frac{1}{r}C_{\gamma}(O(r)) - \frac{r}{12}$
(۹)
 $C_{\gamma}(SU^{bb}(1,1)) = \frac{1}{r}C_{\gamma}(O(r)) - \frac{r}{12}$
(۱۰)
 $C_{\gamma}(SU^{bb}(1,1)) = \frac{1}{r}C_{\gamma}(O(r))$
(1۰)
 $e_{\gamma}(SU^{bb}(1,1)) = \frac{1}{r}C_{\gamma}(O(r))$
 (1)
 $e_{\gamma}(SU^{bb}(1,1)) = \frac{1}{r}C_{\gamma}(O(r))$
 (1)

$$C_{r}(SU(1,1))|k\mu\rangle = k(k-1)|k\mu\rangle$$

$$S^{*}|k\mu\rangle = \mu|k\mu\rangle$$
(11)

بردارهای پایهٔ زنجیره های جبری $O(\mathfrak{r}) \supset O(\mathfrak{r})$ و $U(\mathfrak{r}) \supset O(\mathfrak{r})$ به ترتیب بردارهای پایه همزمان $U^b(\mathfrak{l},\mathfrak{l}) \supset U^b(\mathfrak{l},\mathfrak{l})$ و $SU^b(\mathfrak{l},\mathfrak{l}) \supset U^{sb}(\mathfrak{l},\mathfrak{l})$ به ترتیب بردارهای پایهٔ آنها به صورت زیر نشان داده شده است:

$$\left| Nn_{b}LM \right\rangle = \left| N, k_{b} = \frac{1}{r} \left(L + \frac{r}{r} \right), \mu_{b} = \frac{1}{r} \left(n_{b} + \frac{r}{r} \right), LM \right\rangle$$

برای بردارهای پایهٔ زنجیرهٔ جبری (۲) $O((\mathbf{r}) = O((\mathbf{r}))$ و $U(\mathbf{r}) = U^b(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ به ترتیب N_b ترتیب $N_b = U^b(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ و $U(\mathbf{r}) = U^b(\mathbf{r})$ و $U^b(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ و $U^b(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ و $U^b(\mathbf{r})$ هستند. کوانتومی (۲) $U(\mathbf{r}) \cdot U(\mathbf{r}) \cdot U(\mathbf{r})$ و $U(\mathbf{r}) \cdot U^b(\mathbf{r})$ هستند و به همین ترتیب k_b و k_b اعداد کوانتومی (۱,1) $U^b(\mathbf{r}) \cdot U(\mathbf{r})$ و $U^b(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ هستند. بنابراین، بردارهای پایهٔ زنجیرهٔ جبری (۲) $O(\mathbf{r}) = O(\mathbf{r})$ نیز به صورت بردارهای پایهٔ همزمان (۱,1) $U^b(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ و $U^b(\mathbf{r}, \mathbf{r})$

$$\left|N\sigma LM\right\rangle = \left|N, k_{sb} = \frac{1}{r}(L+r), \mu_{sb} = \frac{1}{r}(N+r), LM\right\rangle$$
(17)
So creation of the set of the se

$$S_n^{\pm} = c_s^{(n+1)} S^{\pm}(s) + c_b^{(n+1)} S^{\pm}(b)$$
(17)

$$S_n^{\cdot} = c_s^{\prime n} S^{\cdot}(s) + c_b^{\prime n} S^{\cdot}(b) \tag{14}$$

در روابط (۱۳) و (۱۴)، c_b و c_b پارامترهای کنترلی هستند، و n را می توان ..., $n = 1, \tau, \pi, ...$ در نظر گرفت. برای تخمین طیف های انرژی و احتمالات گذار، مجازیم که $\left| lw \right\rangle$ را به عنوان پایین ترین حالت (۱٫۱) SU^{sb} درنظر بگیریم که باید در روابط زیر صدق کند:

$$S^{-}(s)|lw\rangle = 0 \quad , \qquad S^{-}(b)|lw\rangle = 0 \tag{10}$$

پایین ترین حالت ($\langle lw
angle$)،مجموعه ای از بردارهای پایهٔ زنجیره $O(r) \supset O(r) \supset U(r) \supset U(r)$ میباشد که عبارت است از:

$$\left| lw \right\rangle_{sb} = \left| N, k_s = \frac{1}{Y} (\nu_s + \frac{1}{Y}), \mu_s = \frac{1}{Y} (n_s + \frac{1}{Y}), k_b = \frac{1}{Y} (L + \frac{Y}{Y}), \mu_b = \frac{1}{Y} (n_b + \frac{Y}{Y}), LM \right\rangle$$
(19)

که در آن: $v_s = v_s = v_s = \cdot, \cdot, n_b = L$ ، $N = v_s + v_b$ می باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} S_n^{\cdot} \left| lw \right\rangle = \left(c_s^{(\tau n)} S^{\cdot}(s) + c_b^{(\tau n)} S^{\cdot}(b) \right) \left| lw \right\rangle = \Lambda_n^{\cdot} \left| lw \right\rangle \\ \Lambda_n^{\cdot} = \left(c_s^{(\tau n)} (v_s + \frac{1}{\gamma}) + c_b^{(\tau n)} (L + \frac{\tau}{\gamma}) \right)_{\gamma}^{\cdot} \end{cases}$$
(1Y)

با استفاده از مولدهای $(1,1) \leftrightarrow U$ ، می توان هامیلتونینی به صورت زیر برای ناحیهٔ گذار (۳) $U \leftrightarrow U$ نوشت:

$$H = gS_{\cdot}^{+}S_{\cdot}^{-} + \alpha S_{\cdot}^{\cdot} + \beta C_{\mathsf{r}}(O(\mathsf{r})) \tag{1}$$

در رابطهٔ (۱۸) اگر $c_s = c_b$ باشد هامیلتونین در حد (۴) قرار دارد و اگر $s = c_s$ و $t \neq c_b$ باشد آنگاه هامیلتونین در حد c (۳) است. برای سادگی c_b را برابر با ۱ می گیرند و اجازه می دهند پارامتر c_s در بازهٔ [۰,۱] تغییر کند. پارامتر c_s یا c

پژوهشهای نوین فیزیک

پارامتر فاز نامیده می شود. برای قطری کردن هامیلتونین از حدث جبری بث استفاده می شود. بر مبنای این حدث ویژه حالات هامیلتون (۱۸) عبارتند از:

$$\begin{cases} \left|k; v_{s}LM\right\rangle = NS^{+}\left(x_{1}\right)S^{+}\left(x_{r}\right)\cdots S^{+}\left(x_{k}\right)\right|lw\rangle \\ S^{+}\left(x_{i}\right) = \frac{c_{s}}{1 - c_{s}^{\mathsf{Y}}x_{i}}S^{+}(s) + \frac{c_{b}}{1 - c_{b}^{\mathsf{Y}}x_{i}}S^{+}(b), \quad i = 1, \mathsf{Y}, \dots, k \end{cases}$$

$$\tag{19}$$

در رابطهٔ فوق X_i عملگر تابعی از عملگرهای $S^+(s)$ و $S^+(b)$ با پارامتر طیفی x_i میباشد و N ضریب بهنجارش است. به کمک بسط فوریه – لوران $S^+(x_i)$ برحسب پارامترهای طیفی، ویژه حالات هامیلتون بصورت زیر حاصل می شود:

$$\left|k; v_{s}LM\right\rangle = N \sum_{n_{t}, Z^{\circ}} a_{n_{t}} a_{n_{t}} \dots a_{n_{k}} x_{v}^{n_{t}} x_{v}^{n_{t}} \dots x_{k}^{n_{t}} S_{n_{t}}^{+} S_{n_{t}}^{+} \dots S_{n_{t}}^{+} \left|lw\right\rangle$$

$$(\Upsilon \cdot)$$

برای تعیین پارامترهای طیفی از معادله بث استفاده میشود که در زیر داده شده است:

$$\frac{\alpha}{x_i} = \frac{gc_s^{\mathsf{r}}(v_s + \frac{\mathsf{r}}{\mathsf{r}})}{1 - c_s^{\mathsf{r}}x_i} + \frac{gc_b^{\mathsf{r}}(L + \frac{\mathsf{r}}{\mathsf{r}})}{1 - c_b^{\mathsf{r}}x_i} - \sum_{i \neq j} \frac{\mathsf{r}g}{x_i - x_j}$$
(71)

به این ترتیب با حل معادلهٔ بث طیف انرژی از هامیلتونین (۱۸) بصورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{cases} E^{(k)} = h^{(k)} + \alpha \Lambda'_i + \beta L(L+1) \\ h^{(k)} = \sum_{i=1}^k \frac{\alpha}{x_i}, \qquad g = 1 \end{cases}$$

$$(YY)$$

اعدد کوانتومی k با N به صورت $k + v_s + v_b = Yk + v_s + k$ به هم مربوط هستند.

(^{9}B) طیف انرژی هسته های زوج -فرد (Be^{2} و B^{2}).

در تشابه با فیزیک مولکولی بیش از دو دهه است که هستهٔ Be به عنوان نمونه ای از پیوند کوالانسی مولکولی در فیزیک هسته ای شناخته شده است. این مولکول هسته ای متشکل از دو ذرهٔ آلفا است که توسط یک نوترون ظرفیتی به هم متصل شده اند. هسته Be^{*} با ساختار $n + 2\alpha$ سنگ بنای فیزیک خوشه است [۹]. با توجه به آستانه پایین انرژی جدایی نوترون ظرفیتی، Be^{*} می تواند منبع مولد هسته های پایدار Be^{*} باشد. ایزوتوپ Be^{*} به عنوان تنها هسته ای شناخته شده ای است که حالت پایهٔ آن به عنوان ذره $\gamma \alpha$ شناخته می شود. با توجه به ساختار هسته ای Be^{*} ، می توان اثبات کرد که نوترون ظرفیتی آن در مدار $g_{3/2}$ قرار دارد. ترکیب خطی دو تا از چنین نوترونهایی یک مولکول هسته ای در Be^{*} را تشکیل میدهد ارفیتی آن در مدار $Be_{3/2}$ قرار دارد. ترکیب خطی دو تا از چنین نوترونهایی یک مولکول هسته ای در Be^{*} را تشکیل میدهد توان با جبر (۴) سنه ای در ماه وان دارد. ترکیب خطی دو تا از چنین نوترونهایی یک مولکول هسته ای در Be^{*} را تشکیل میدهد ارفیتی آن در مدار $Be_{3/2}$ قرار دارد. ترکیب خطی دو تا از چنین نوترونهایی یک مولکول هسته ای در Be^{*} را تشکیل میدهد آون با جبر (۴) ای در واقع این ساختار را می توان بصورت بوزون + فرمیون در نظر گرفت. ساختار جبری بخش بوزونی را می توان با جبر (۱)⁸ نمایش داد در حالیکه ساختار جبری بخش فرمیونی بستگی به مقادیر تکانهٔ زاویهای فرمیون (*j*) دارد زیر مربوط می شوند:

$$U^{B}(\mathbf{f}) \otimes U^{F}(\mathbf{f}j+\mathbf{i}) \supset \begin{cases} U^{(B)}(\mathbf{f}) \\ O^{(B)}(\mathbf{f}) \end{cases} \otimes SU^{F}(\mathbf{f}j+\mathbf{i}) \supset O^{B}(\mathbf{f}) \otimes Sp^{F}(\mathbf{f}j+\mathbf{i}) \supset \\ O^{B}(\mathbf{f}) \otimes SU^{F}(\mathbf{f}) \supset Spin^{BF}(\mathbf{f}) \end{cases}$$
(77)

حالت پاریته منفی در هسته های فرد Be' e e' eعمدتاً در پوسته $\gamma_{r_{\prime r}} \gamma_{r_{\prime r_{\prime r}}}$ ایجاد می شود [۴۴]. نوترون ظرفیتی در ترازهای $1d_{a/r}$ و $1d_{a/r}$

$$\hat{H} = gS_{\cdot}^{+}S_{\cdot}^{-} + \alpha S_{\cdot}^{\cdot} + \beta \hat{C}_{r}(SO^{B}(\mathbf{r})) + \gamma \hat{C}_{r}(spin^{BF}(\mathbf{r}))$$
(14)

برای محاسبهٔ ویژه مقادیر هامیلتونی (۲۴) ، ویژه حالت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\left|k; v_{s} v_{b} n_{\Delta} LJM\right\rangle = \Theta S_{x_{1}}^{+} S_{x_{2}}^{+} \dots S_{x_{k}}^{+} \left|lw\right\rangle^{BF}$$

$$(Y\Delta)$$

با استفاده از ضرایب کلبش-گودرن (CG) می توانیم پایین ترین حالت را برحسب بخش بوزونی و فرمیونی به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\left| lw \right\rangle^{BF} = \sum_{j} \sum_{m_j=-j}^{m_j=+j} C^{J,L,j}_{m,m-m_j,m_j} \left| lw \right\rangle^{B}_{sb} \left| j, m_j \right\rangle$$
^(YF)

نماد $C^{J,L,j}_{m,m-m_j,m_j}$ ، ضریب کلبش-گودرن می باشد. می توان نشان داد که طیف انرژی هامیلتون (۲۴) از رابطهٔ زیر پیروی می کند:

$$E^{(k)} = h^{(k)} + \alpha \Lambda_1^0 + \beta L(L+1) + \gamma J(J+1))$$
(YY)

با استفاده از روش حداقل مربعات و داده های تجربی می توان ضرایب ثابت معادله (۲۷) را بدست آورند.

$$(\Lambda^{\cdot \cdot}B)$$
. هسته های فرد – فرد (B

ساختار هستههای فرد-فرد ممکن است بصورت یک پروتون جفت نشده و یک نوترون جفت نشده همراه با یک مغز بوزونی -توصیف شود. در این مقاله، روش مشخص شده در مراجع [۳۶، ۳۷] گسترش یافته و در سیستم های مختلط بوزون -فرمیون - فرمیون بکار رفته است. در اینجا از رویکرد مبتنی بر تقارن بوزون - فرمیون نیز برای سیستم های فرد - فرد استفاده شده است. از طرف دیگر، IBFFM به هسته های فرد - فرد نیز گسترش یافته است که به آن مدل IBFFM می گویند. برای سادگی محاسباتی، ساختار هسته های فرد - فرد به عنوان یک پروتون و یک نوترون جفت نشده به همراه یک Be[^] توصیف می شود. لازم به ذکر است که ما انتقال فاز را از شکلهای صلب و غیرصلب را در این موارد بررسی کرده ایم که در آن پروتون و نوترون فرد- فرد با $j = \pi/ ext{r}$ به همراه هسته، تحت گذار از $U^{\scriptscriptstyle B}(\pi)$ به $O^{\scriptscriptstyle B}(\epsilon)$ قرار گرفته است. ساختار جبری ای که اساس آن رویکرد IBFM-1 است، در رابطهٔ زیر نشان داده شده است:

$$U^{B}(\mathbf{f}) \otimes (U^{F_{\pi}}(\mathbf{f}) \otimes U^{F_{\nu}}(\mathbf{f})) \supset \begin{cases} U^{(B)}(\mathbf{f}) \\ O^{(B)}(\mathbf{f}) \end{cases} \otimes SU^{F_{\pi\nu}}(\mathbf{f}) \supset \\ O^{B}(\mathbf{f}) \otimes Sp^{F_{\pi\nu}}(\mathbf{f}) \supset O^{B}(\mathbf{f}) \otimes SU^{F_{\pi\nu}}(\mathbf{f}) \supset O^{BF}_{\pi\nu}(\mathbf{f}) \supset O^{BF}_{\pi\nu}(\mathbf{f}) \end{cases}$$

$$(\mathbf{f} \wedge)$$

با توجه به رابطهٔ (۲۸) ابتدا بوزونها با هم جفت شده اند و سپس فرمیون ها و متعاقباً ترکیب بوزون ها و فرمیون ها با هم جفت می شوند. هامیلتونین برای هسته های فرد-فرد از یک قسمت بوزونی و قسمت هایی که بیانگر تعامل بوزون-فرمیون و تعامل فرمیون-فرمیون است، تشکیل شده است. هامیلتونین با $f_{\pi} = \pi/۲$ و $f_{\pi} = \pi/2$ در ناحیهٔ گذار (۳) $U \leftrightarrow U()$ با استفاده از عملگرهای کازیمیر زنجیره گروهی (۲۸) ایجاد می شود که در زیر داده شده است:

$$\hat{H} = gS_{B,\cdot}^{+}S_{B,\cdot}^{-} + \alpha S_{B,\cdot}^{\cdot} + \beta \hat{C}_{\gamma}(SO^{B}(\Upsilon)) + \delta \hat{C}_{\gamma}(SP^{F_{\pi\nu}}(\Upsilon)) + \beta \hat{C}_{\gamma}(spin^{BF_{\pi\nu}}(\Upsilon)) + \gamma \hat{C}_{\gamma}(spin^{BF_{\pi\nu}}(\Upsilon))$$
(Y9)

معادله (۲۹) هامیلتونین پیشنهادی برای سیستمهای بوزون – فرمیون – فرمیون است که در آن α ، β ، β ، β ، γ و γ پارامترهای حقیقی هستند. هامیلتونین (۲۹) در حد صلب قرار دارد اگر s = 1 باشد و حد غیر صلب است اگر $s = -c_s$ و $s \neq -c_s$ باشد. بدین ترتیب، وضعیت $s \neq -c_s$ با منطقهٔ گذار مطابقت دارد [۳۶ ، ۳۷]. برای ارزیابی ویژه مقادیر هامیلتونی (۲۹)، ویژه حالت سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$|k; v_{s}, v_{d}, (\xi_{1}, \xi_{2}), SL, JM\rangle = \Theta S_{x_{1}}^{+} S_{x_{2}}^{+} S_{x_{3}}^{+} \dots S_{x_{k}}^{+} |lw\rangle^{BF_{\pi\nu}}$$
(7.)

حالت پایه این سیستم عبارت است از:

$$|lw\rangle^{BF_{\pi\nu}} = \sum_{m_{\pi}m_{\nu}m_{\pi\nu}M_{b}} C^{J_{\pi\nu},j_{\pi},j_{\nu}}_{m_{\pi\nu},m_{\pi},m_{\nu}} C^{J,J_{\pi\nu},L_{b}}_{M,m_{\pi\nu},M_{b}} |j_{\pi},m_{\pi}\rangle |j_{\nu},m_{\nu}\rangle |lw\rangle^{B}_{M_{b}}$$
(٣1)

با تاثیر هامیلتونین سیستم روی ویژه حالات، طیف انرژی به صورت زیر حاصل می شود:

$$E^{(k)} = h^{(k)} + \alpha \Lambda_1^0 + \beta L(L+1) + \rho(\xi_{1\pi\nu}(\xi_{1\pi\nu}+3) + \xi_{2\pi\nu}(\xi_{2\pi\nu}+1)) + \delta s(s+1) + \gamma J(J+1)$$
(77)

مشابه موارد قبلی ضرایب طیف را به کمک روش حداقل مربعات با استفاده از داده های تجربی محاسبه می کنند.

۴. بحث و نتایج

در این بخش نتایج حاصل از محاسبات عددی قابل مشاهده از ACM برای هسته های دو خوشه ای ارائه شده است. ما در این پژوهش، هسته های Be، Be، Be و B' را به عنوان شاهد در نظر گرفته ایم. تمام داده های تجری در این پژوهش از منابع [۴۵ – ۴۹] گرفته شده اند.

۱.۴ طیف انرژی و تقاطع ترازی

طیف انرژی مهمترین مشاهده پذیر فیزیکی در یک سیستم کوانتومی می باشد. در اینجا با توجه به مقادیر تجربی، طیف انرژی را برای B° ، B° ، B° و $G^{\prime\prime}$ در چارچوب ACM محاسبه می کنیم. برای بدست آوردن طیف انرژی بایستی پارامترهای ثابت طیف انرژی را بدست آورد. برای این منظور ابتدا بایستی معادلات غیر خطی بث را حل کرده و پارامترهای پارامترهای ثابت طیف انرژی را بدست آورد. برای این منظور ابتدا بایستی معادلات غیر خطی بث را حل کرده و پارامترهای پارامترهای ثابت طیف انرژی را بدست آورد. برای این منظور ابتدا بایستی معادلات غیر خطی بث را حل کرده و پارامترهای طیفی x_i را به ازای مقادیر مختلف k محاسبه کرد. با استفاده از داده های تجربی و پارامترهای طیفی میتوانیم ثابت های طیفی انرژی را تقریب بزنیم. فرایند برآورد ضرایب ثابت بر اساس روش حداقل مربعات می باشد، بطوریکه انحراف معیار طیف انرژی را تقریب بزنیم. فرایند برآورد ضرایب ثابت بر اساس روش حداقل مربعات می باشد، بطوریکه انحراف معیار استاندارد به حداقل مقدار ممکن خود برسد. برای انجام این محاسبات ما از برنامه MATLB استفاده کردیم. نتایج حاصل از محاسبات عددی و نظری در جداول (۱) تا (۴) ارائه شده است. در این جداول طیف انرژی را بر حسب تغییرات پارامتر کنترلی محاسبات ما از برا گام N = 0 در بازهٔ [(N, 1)] ارورد کرده ایم.

		5/ /	1 %	1	07.	0				. 0	<u> </u>	
c	•	۰٫۱	۲,۰	٣,٠	۴, ۰	• , ۵	۶٫۰	• , v	• , A	٠٫٩	۱	
J	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	$E_{\rm exp}$
•,+	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
۲,+	٣٫٩	٣٫٩٩	۴,۲۳	۴٫۵	۴٬۹۸	۵٫۴	$\Delta_{/}$ Λ λ	۶,۲	۶,۵۴	۶٬۸۵	۲ _/ ۱	٣,•٣
۴,	٩,۴۶	٩,۶	۱۰٫۱۹	۲ ۱۱٫۰۲	۱۱/۹۸	17,98	۱۳٫۸۸	١۴,٧	۱۵,۴۳	18,•8	۱۶,۵	۱۱٫۳۵
۲,+	۱۷,۹	14,44	$VV_{/}\Delta$	۱ <i>۶</i> /۹	18/24	۱۵٫۶	۱۴,۹۵	14,84	۱۳,۷۸	15/26	١٢/٩	18,88
۲,+	۱۹٬۰۴	۱۸٫۹	۱۸,۵	۱۷/۹	14/5	18,4	$\Lambda \Delta_{/} V$	۱۵,۰۲	۱۴,۴	۱۳٫۸	١٣٫۴	<i>۱۶</i> /۹۲
۴,+	78,08	۲۵٬۹۸	$\mathbf{Y}\Delta_{/}\mathbf{A}$	۲۵,۴۸	۲۵/۱۷	24/20	24,82	26/6	24/2	۲۴,۰۶	۲۳٬۹۴	۱۹٫۸۶
۲,+	۲.۲	۲۰,۰۴	۱۹ <i>¦۶</i>	۱۸٬۹۳	۱۸,۱۳	۱۷٫۳	18,48	$\Lambda \Delta_{/} V$	۱۵٬۰۱	۱۴,۴	١٣/٩٣	۲۰,۱
•+	۱۷٫۰۳	۱۸٫۱۰	۱۹٫۵	۲۱,۰۲	۲۲٫۳۴	53,5V	۲۳٫۸۶	24,18	۲۴,۵	24/2	241.5	۲٠,۲
۲,	۲١,۴	۲۱٫۱۹	۲۰ <i>٫</i> ۶۹	۱٩,٩	۱۹٫۰۵	۱۸,۱۲	١٧,٢	۱۶٫۳۸	۱۵٫۶۳	14,98	۱۴,۴	۲۲,۲
۴,	۲۷٫۲	۲۷٫۱۳	۲۶٫۸۷	۲۶٬۵	۲۶,۱	۲۵,V	۲۵,۴	۲۵٬۰۸	۲۴٫۸۳	24,82	٢۴,۵	۲۵٫۵

c جدول ۱. طیف انرژی هستهٔ Be^{\wedge} حاصل از مدل ACM به ازای مقادیر مختلف پارامتر کنترلی

c جدول ۲. طیف انرژی هستهٔ Be حاصل از مدل ACM به ازای مقادیر مختلف پارامتر کنترلی

с	٠	٠٫١	۲, ۰	٣	۴/ ۴	• ,۵	۶ ¦۶	• ,Y	۰,۸	٠٫٩	١	
J	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	$E_{\rm exp}$
(r/r),	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•
(\/r),	٩,٦	۲,۶۲	٣٧,١	١,٩	۲,۱۵	۲,۴۷	۲٫۸۲	٣,٢۴	٣,۴١	٣٫٧۴	۴٬۰۵	۲,۴۳
(\/Y), ⁻	۲,۱۵	۲٫۱۹	۲٫۳	۲,۴۷	$\mathbf{Y}_{I}\mathbf{Y}$	۲٫۹	٣,٢٢	${\bf v}_{\prime} \Delta$	٣,٨	۴٬۰۳	۴٫۲۵	۲,۷۸
(٣/٢) _۲	۶,۶	۶,۵V	۶,۶	۶,۶۵	۶ _/ ۷	۶,۷۳	۶,V۲	۶٫۷۳	۶,۶	۶٫۵	۶,۴	۵٫۵۹
(v/r),	۶,۴	۶٫۳۸	۶٫٣	\mathcal{F}_{i}) V	۶٫۰۱	۵٫۸۳	$\Delta_{/} \mathbf{V}$	۵,۴۷	۶,۲	8,14	۶,۱	۶,۳۸
$(\Delta/r)_r^-$	٩٫٣٨	٩٫٣۶	٩,٢٨	٩,١۶	٩,.	$\Lambda_{/}\Lambda\Upsilon$	٨٫۶	۲۴,	٨,•٧	۷٫۸۵	۲,۶۴	۷٫۹۴
(v/r),	١٢٫٨	١٢,٨	۱۲٫۸۱	۱۲٫۸۱	١٢٫٨١	17,74	17/71	١٢٫٧٣	۱۲٬۵۳	۱۲٫۴۸	17,44	۸۱٫۲۸
(\/Y)_{Y}_{Y}^{-}	18,88	18,44	18,08	۱ <i>۶</i> ٬۷	۱۶٫۸۸	14/14	۱۷٫۳۸	۱Y,Y	۱۸٬۰۳	۱۸٫۳۳	۱۸٫۴	۱ <i>۶</i> ٬۹۷
$(\Delta/r)_{r}^{-}$	$\mathbf{V}_{I}\Delta$	۱۷٫۴۸	14,42	14,86	14/22	14/18	۱ <i>۶</i> ٬۹۸	۱۶٬۹۳	18,88	18,40	18,78	۱۱٫۸۱
$(\Delta/r)_{r}^{-}$	۱۸٬۳۶	۱۸٫۳۶	۱ ۸٫۳۷	۱۸٫۳۸	۱۸٫۳۹	۱۸٫۴	۱۸٫۴۳	18/41	۱۸٫۶۷	۱۸٫۷۳	۱۸٫۷۸	14,41
(\/Y),+	۲٫۳۲	۲٫۳۹	۲٬۵۸	۲٫۸۵	٣,١٣	٣,• ٢	٣,١۵	۱٬۹۵	۲,۱۴	۲,۳۱	۲,۴۵	۱٬۶۸
$(\Delta/r)^{+}_{r}$	۲,•۷	١,٢	۲٫۲	۲٫۳۵	۲٬۵۴	۲٫۷۵	۲٫۹۴	٣,١٢	٣,١۵	٣,٢۵	٣,٣٢	٣,•۵
(r/r),+	٣,٧٢	٣,٧٣	٣٫٧۴	٣,٧٨	٣٫٨٢	${\bf \tilde{v}}_{\rm I}{\bf A}{\bf V}$	۹٫۳۱	٣/٩٨	٣,٩۴	٣,٩۶	۴,•	۴,٧
(٩/ ٢), ⁺	۶,۳۷	۶,۲۸	۶,۳۱	۶,۳۶	۶,۴۳	۶,۵۲	<i>۶</i> ,87	₽ _/ Y	۶,۶۳	۶٫۷۵	۶٬۸۷	۶, ۷ ۶
$(\Delta/r)_{r}^{+}$	$\Lambda \Delta / \Lambda$	۱۵٫۷۸	۱۵,۸	۱۵٬۸۱	۱۵/۸۲	۱۵/۸۲	۱۵,۷۸	۱۵٫۷۴	۱۵,۶۷	۱۵,۵۵	10,44	18,84
(v/r),+	۱۷٫۲۶	۱٧,٢۵	14/22	17,18	14/1	۱۷٫۰۴	<i>۱۶</i> ٬۹۳	۱ <i>۶</i> /۹	18,8	18,48	18,50	۱۷٫۴۹
$(4/Y)_{y}^{+}$	۲۰,۰۶	۲۰,۰۴	۲۰,۰	۱۹٬۹۵	۱۹,۹	۱۹٫۸۲	۱۹,۷۷	۱٩,۶۷	۱۹٫۶۷	۱۹٫۶۷	۱۹٫۶۸	19,47

c جدول ۳. طیف انرژی هستهٔ B ٔ حاصل از مدل \mathbf{ACM} به ازای مقادیر مختلف پارامتر کنترلی

с	٠	٠٫١	۲,٠	٣,٠	۴, ۰	۰ _/ ۵	۶ _ا ۰	• _/ Y	۰ _/ ۸	٠,٩	١	
J	E _{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	E_{ACM}	$E_{\rm exp}$
(r/r),	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•
(۵/۲) ⁻	١,١٢	۱٫۱۹	۲٫۳۶	۱,۶۷	۱٬۹۳	۲,•۶	۲,۱۲	۲,۱	۱, ۷۶	۱ <i>٬</i> ۶۶	۱,۵۴	۲/۳۶
(\/r), ⁻	۲,۲۴	٣	۲,۴۹	۲,۶۲	٣,•۵	٣,۴٨	٣٫٩	۴,۲۵	۴,۴	4,84	۴٫۸۳	۲٫۷۵
(v/r),	٧٫۴	۷٫۳۸	۷٫۳۵	$V_{/}\Delta$	۲,۴۴	٧,٣۴	۷٫۳۳	۷٫۳۵	۶٫۸۳	<i>۶</i> ,۹	۶,۹۶	<i>۶</i> ,۹۷
$(V/T)_{T}^{-}$	١٢٫١٣	15/10	17,71	11/1	۳۷,۱۱	11,81	۱۱٫۹۸	۱۲٫۳۵	۱۱,۹۷	۱۲٫۲۳	17,40	۰۱٬۶۵
$(\Delta/r)_r^-$	۱۲/۹۵	١٢/٩	17,78	١٣/۵٢	١٣/١	۵۶,۱۲	17/1	۱۱٬۶۸	۸. • ۱	۱۰,۵۵	۵۳٬۳۵	۱۲٫۱۹
(\∕ ۲) [−]	14,.8	۱۴,۰۷	14/11	۱۴/۹۸	14,98	14,78	14,81	14,40	۱۳٬۸۵	۱۳,۷۴	18,84	14,.1
(r/r),	<i>۱۶</i> ٬۰۷	۱۶٬۰۸	۱ <i>۶</i> ,۱۱	10,44	۱۵,۶	١۵,٧	۱۵,۸۲	۱۵,۹	۱۵٫۳۸	۱۵,۴۸	۱۵٫۵۴	14,88
(۵/۲)_r	۱۳/۹۶	۱۳/۹۱	13/18	14,88	14,18	۱۴,۰۷	١٣/۵٧	۱۳/۰۷	18,15	۱۵,۶۸	$1\Delta/TT$	14,4
(1∕T) _r	۱۲٫۵۱	۱۷٫۵۴	۱۷٫۶	14/11	۱۷٫۳۴	14,48	۱۷٫۶۱	۱۷٫۶۸	14,10	۱۷٫۲۳	١٧٫٢٨	۱۷,• ۷

C	-	• 1	• ٢	۰.۳	. ۴	• ^	. 6	• V	• 1	. 9	١	
I	F	F	F	F	F	Γ _μ ω	F	F	F	F	F	F
	LACM	LACM	LACM	LACM	LACM	LACM	LACM	LACM	LACM	LACM	LACM	L_{exp}
۳,+	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	٠	•	•
v_{v}^{+}	۰,۱۵	٠٫١٩	٠٫٣١	٠٫۴	۰٫۶٨	• ′ ا	• ،۸۵	۱٬۰۲	۱,۱۸	1,31	1,47	• /Y 1
•,+	۶۶/	۱ <i>٬</i> ۶۷	۱,۲۱	٥٧,٢۵	۱٫۸۱	۵۸٫۱	١,٧١	۱,۷۶	۱/٨	۱٫۸۲	۱٫۸۵	1,44
N_{r}^{+}	۲,•۴	۲٬۰۵	۲٫۰۷	١/٢	۲,۱۶	۲٫۲۳	٣,٠٨	٣,١٢	٣,١٨	٣,٢۴	٣٫٣	۲,۱۵
۲,+	٣٫٧۵	٣ ,٧٧	٣,٨	٣٫٨۵	٣٫٩	٣٫٩۵	٣,8٢	٣,٧١	٣٫٧٨	٣٫٨٣	٣٫٨٧	٣٫۵٨
٣+	۵٬۰۸	۵,•۸	۵٫۰۹	۵,۱	۵٫۱۲	۵٫۱۵	۴,۱۸	۴,۲۱	۴,۲۵	4,29	۴,۳۳	۴,۷۷
۲,+	۵,۴۱	۵,۴۲	۵,۴۴	۵,۴۸	۵,۵۳	۵٫۵۹	۴٫۵٩	۴,۶۵	۴,٧١	۴,٧٧	۴٫۸۲	۵,۱۶
N_{r}^{+}	۵٫۵۹	۵٫۶	۵,۶۴	$\Delta_{/}V$	$\Delta_{/} \mathbf{V} \mathbf{V}$	۵٫۸۴	۴٫٨۶	۴٬۹۵	$\Delta_{l} \cdot \mathbf{v}$	۵,۱	۵٫۱۵	۵٫۱۸
۲,+	۵٫۳۵	۵٫۳۶	۵,۳۸	۵,۴۲	۵,۴۷	۵٫۵۳	۶,۱۲	۶,۱۲	۶,۱۹	۶,۲۱	8,51	۵٫۹۲
۴,	8,47	۶,۴	۶,۳۴	۶,۲۵	8,14	۶,۰۱	۶٫۳۸	۶,۲۵	۶,۱۵	۶ ₁ •۶	۵٬۹۸	۶,۰۲
٣+	۶,YA	۶ _/ ۷۷	۶,۷۴	۶,۶ ۸	۶,۶۱	۶,۲	۶,۹۳	۶٬۸۵	۶,VV	۶,۷	8,84	٧,٠
۲ _۴	۷٫۰۶	۷٬۰۵	٧,•٣	۷٬۰۱	۶,۹۶	۶,٩	۷٫۳۴	۲,۳	۷,۲۶	۷٫۱۹	۷٫۱۴	۷٫۴۷
•**	٧٫۴٧	۷٫۴۸	٧,۴٩	٧٫۴٧	۲,۴۶	٧٫۴٣	۷٫۷۴	۷٫۷۲	$\mathbf{V}_{I}\mathbf{V}$	۷٫۶۷	۷ _/ ۶۳	۷٬۵۶

c جدول ۴. طيف انرژی هستهٔ B ٔ حاصل از مدل \mathbf{ACM} به ازای مقادیر مختلف پارامتر کنترلی

خطای میانگین مربعات (σ) طیف انرژی محاسبه شده و مقادیر تجربی بصورت تابعی از پارامتر کنترلی c برای این هسته ها در شکل (۲) نشان داده شده است. مقدار σ از رابطهٔ زیر بدست می آید:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(E_{ih}^{(i)} - E_{exp}^{(i)}\right)^{2}}{n}}$$

که در آن n تعداد ترازها می باشد.





شکل۱. سطح انرژی به عنوان تابعی از پارامتر کنترل c برای هسته های دو خوشه ای

نتایج محاسبات عددی نشان می دهد که هسته های دو خوشه دارای ویژگیهای ارتعاشی هستند. از شکل (۱) به وضوح مشاهده می شود که در این حالت تک فرمیون، سیستم را به سمت تغییر شکل سوق می دهد. مطابق شکل (۱) شکستگی ها در طیفهای انرژی بر حسب c گویای این مطلب است. برای نشان دادن چگونگی تغییر سطح انرژی به عنوان تابعی از پارامتر کنترل c ، میزان انرژی به عنوان تابعی از c برای هسته های Be ، Be ، B' و B' در شکل (۲) نشان داده شده است. شکل (۳) نشان می دهد که چگونه سطح انرژی به عنوان تابعی از پارامتر کنترلی c از یک حد تقارن دینامیکی به حد دیگر تحول می یابد. از شکل ها دیده می شود که گذار در تقاطع ترازی رخ میدهد، به خصوص در محدودهٔ c < c برای Be .



شکل۲. خطای میانگین مربعات به عنوان تابعی از پارامتر کنترل C برای هسته های دو خوشه

۲.۴ مقدار انتظاری تعداد بوزون

 n_b یکی دیگر از پارامترهایی که در اینجا در نظر میگیریم مقادیر انتظاری عملگرهای تعداد بوزونها میباشد. مقادیر انتظاری n_b میتواند به عنوان یک مشاهده پذیر مهم گذار فاز مطرح شود. بنابراین، ما این مقادیر را برای نشان دادن رفتار گذار فاز محاسبه کردیم. برای نشان دادن گذار فاز ، در اینجا مقدار انتظاری n_b را به عنوان پارامتر نظم با توجه به پارامترهای کنترلی برای دو خوشه در نظر میگیریم:

$$\langle n_b \rangle = \frac{\langle \psi | n_b | \psi \rangle}{N} \tag{(TT)}$$

به منظور به دست آوردن $n_b > < n_b$ هسته های دو خوشه ای، ما اثر S_n^{\cdot} را روی ویژه حالت محاسبه می کنیم ، نتیجه می شود:

$$< n_b >= \frac{\mathbf{Y}[\Lambda'_1 - c_s^{\mathsf{Y}}\Lambda'_1 + (\sum_{i=1}^k x_i^{-\mathsf{Y}} - kc_s^{\mathsf{Y}})]}{N(c_b^{\mathsf{Y}} - c_s^{\mathsf{Y}})} - \frac{\gamma_{\mathsf{A}}}{N}$$
(3.4)

برای محاسبه مقادیر انتظاری عملگر تعداد بوزون b، باید ریشه های مناسب را انتخاب کنیم. شکل (۳) مقادیر انتظاری عملگر تعدد بوزون b را برای پایین ترین حالت هسته های زوج (شکل سمت چپ) و هسته های فرد (شکل سمت راست) به عنوان تابعی از پارامتر کنترلی برای N = 1، بوزون نشان می دهد.



. N=۱۰ شکل ۳. مقادیر انتظاری عملگر تعداد بوزون برای پایین ترین حالت به عنوان تابعی از پارامتر کنترل c برای N=۱۰ .

تغییر ناگهانی در این کمیت ها گذار فاز را نشان می دهد. شکل ها نشان می دهند که مقادیر انتظاری تعداد بوزن های برداری تقریباً برای یک حد، ثابت باقی مانده و برای حد دیگر به سرعت تغییر می کنند. از شکل (۳) دیده می شود که به دلیل وجود فرمیون، این گذار برای هسته های A- زوج با شیب بیشتری رخ می دهد، در حالیکه برای هسته های A- فرد شیب کمتر می باشد. شکل (۴) مقادیر انتظاری را برای عملگر تعداد بوزون b برای پایین ترین حالتهای هسته (۴) مقادیر انتظاری را برای عملگر تعداد بوزون b برای پایین ترین حالتهای هسته (۴) مقادیر انتظاری را برای عملگر تعداد بوزون b برای پایین ترین حالتهای هسته (۶ می دور) تعربان تا بعی از پارامترهای کنترل تا و می دهد.



شکل ۴.مقادیر انتظاری عملگر تعداد بوزون برداری برای کمترین حالتها به عنوان تابعی از پارامترهای کنترل c_{b} و c_{b}^{c} برای $^{*}Be$

ما همچنین دریافتیم که با اضافه کردن ذره فرد با توجه به مورد یکسان، موقعیت نقطه بحرانی تغییر کرده است. به عنوان یک نتیجه، رفتار سیستم های فرد- فرد و زوج – زوج در نقاط بحرانی مربوطه تقریباً مشابه است.

۵. نتیجه گیری

در این پژوهش، گذر فاز مدلهای مبتنی بر ACM را برای هسته های Be ، D(r) (r) (r) (r) O(r) مطالعه کردیم. برای اینکار از هامیلتون گذار حل پذیری که مبتنی بر جبر (r, r) *N* مطالعه کردیم. است، استفاده کردیم. اعتبار پارامترهای ارائه شده در چارچوب خوشه-IBM و خوشه-IBFM مورد بررسی قرار گرفته است. مشاهده میشود که بین نتایج ارائه شده و داده های تجربی توافق خوبی وجود دارد. نتایج به دست آمده در این مطالعه تأیید میکند که روش ACM رنتایج ارائه شده و داده های تجربی توافق خوبی وجود دارد. نتایج به دست آمده در این مطالعه تأیید میکند که روش ACM برای برای بررسی هسته های زوج- زوج ، فرد-فرد و A فرد قابل استفاده است. ما در اینجا یک تحلیل از گذار فاز کوانتومی در یک برای برای برای برسی متشکل از N بوزون و یک فرمیون ارائه داده ایم و نشان داده ایم که افزودن یک فرمیون مقدار بحرانی را که در آن مرحله گذار رخ میدهد تا حد زیادی تغییر می دهد. مطالعات ما اهمیت هسته های فرد را به عنوان نشانه های لازم برای ای مرحله گذار رخ میدهد تا حد زیادی تغییر می دهد. مطالعات ما اهمیت هسته های فرد را به عنوان نشانه های لازم برای سیستم متشکل از N بوزون و یک فرمیون ارائه داده ایم و نشان داده ایم که افزودن یک فرمیون مقدار بحرانی را که در آن مرحله گذار رخ میدهد تا حد زیادی تغییر می دهد. مطالعات ما اهمیت هسته های فرد را به عنوان نشانه های لازم برای مرحله وقوع گذار فاز و تعیین موقعیت دقیق نقطه بحرانی را تأیید می کند.

۶. مراجع

^{1.} F. Iachello and A. Arima, *The Interacting Boson Model* (Cambridge U. Press, Cambridge, 1987).

- F. Iachello and R. D. Levine, *Algebraic Theory of Molecules*, (Oxford U. Press, Oxford, 1995).
- 3. R. Bijker and F. Iachello, Nucl. Phys. A 957 (2017) 154.
- 4. J. A. Wheeler, Phys. Rev. 52 (1937) 1083.
- 5. L. R. Hafstad, E. Teller, Phys. Rev. 54 (1938) 681.
- 6. D. M. Dennison, Phys. Rev. 96 (1954) 378.
- 7. S. L. Kameny, Phys. Rev. 103 (1956) 358.
- 8. K. Wildermuth, T. Kanellopoulos, Nucl. Phys. A 7 (1958) 150.
- 9. W. von Oertzen, M. Freer, Y. Kanada-En'yo, Phys. Rep. 432 (2006) 43.
- 10. Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Phys. 117 (2007) 655.
- M. Chernykh, H. Feldmeier, T. Neff, P. von Neumann-Cosel, A. Richter, *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007) 032501.
- 12. Y. Funaki, H. Horiuchi, W. von Oertzen, G. Roepke, P. Schuck, A. Tohsaki, T. Yamada, *Phys. Rev. C* **80** (2009) 064326.
- 13. E. Epelbaum, H. Krebs, T.A. Lähde, D. Lee, U.-G. Meißner, G. Rupak, *Phys. Rev. Lett.* 112 (2014) 102501.
- 14. R. Bijker, F. Iachello, Prog. Part. Nucl. Phys. 110 (2020) 103735.
- 15. F. Iachello and A. D. Jackson, Phys. Lett. B 108 (1982) 151.
- 16. A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. (NY) 99 (1976) 253.
- 17. F. Iachello and R.D. Levine, J. Chem. Phys. 77 (1982) 3046.
- 18. F. Iachello, Nucl. Phys. A 396 (1983) 233.

- 19. H. J. Daley and F. Iachello, Phys. Lett. B 131 (1983) 281.
- 20. F. Iachello, N. C. Mukhopadhyay and L. Zhang, Phys. Rev. D 44 (1991) 898.
- 21. F. Iachello and D. Kusnezov, Phys. Rev. D 45 (1992) 4156.
- 22. R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, Ann. Phys. (N.Y.) 284 (2000) 89.
- 23. P.O. Hess, L. J. Chávez-Nuñez, EPJ A. 57 (2021) 146.
- D. S. Lohr-Robles, G. E. Morales-Hernández, E. Lopez-Moreno, P.O. Hess, Nucl. Phys. A. 1030 (2023) 122589.
- 25. W. von Oertzen, Z. Phys. A 354 (1996) 37.
- 26. B. Imanishi, W. von Oertzen, Phys. Rep. 155 (1987) 29.
- 27. W. von Oertzen, H. Bohlen, Phys. Rep. 19 (1975) 1.
- 28. R. Bijker and F. Iachello, Phys. Rev. Lett 112 (2014) 152501.
- 29. T. Neff, H. Feldmeier, and R. Roth, Nucl. Phys. A 752 (2005) 321.
- 30. V. Della Roccaa, R. Bijker, F. Iachello, Nucl. Phys. A 966 (2017) 158.
- 31. R. Bijker and F. Iachello, Prog. Part. Nucl. Phys. 110 (2020) 103735.
- 32. R. Bijker, Phys. Scr. 91 (2016) 073005.
- 33. V. Dell Rocca, F. Iachello, Nucl. Phys. A 973 (2018) 1.
- 34. A. leviathan and M. W. Kirson, Ann. Phys (N. Y.) 188 (1988) 142.
- 35. O. S. Roosmalen, Algebraic Description of nuclear and Molecular Rotation-Vibration spectra (Pd.D. Thesis, Groningen, The Netherlands) (1982).
- 36. F. Pan, J. Draayer, Nucl. Phys. A 636 (1998) 156.

- 37. F. Pan, X. Zhang, J. Draayer, J. Phys. A 35 (2002) 7173.
- 38. F. Iachello, Chem. Phys. Lett. 78 (1981) 581.
- O. S. Van Roosmalen, F. Iachello, R. D. Levine, and A. E. L. Dieperink, J. Chem. Phys. 79 (1983) 2515.
- 40. E. Santopinto, R. Bijker, and F. Iachello, J. Math. Phys. 37 (1996) 2674.
- 41. F. Pan and Y.F. Cao, J. Math. Phys. 29 (1988) 2384.
- 42. S. Okabe, Y. Abe, H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. 57 (1977) 866.
- 43. S. Okabe, Y. Abe, Prog. Theor. Phys. 61 (1979) 1049.
- 44. F. Iachello, A. Arima, Phys. Lett. B 53 (1974) 309.
- 45. D.R. Tilley et al, Nucl. Phys. A 745 (2004) 155.
- 46. F. Ajzenberg-seloven, Nucl. Phys. A 248 (1975) 1.
- 47. F. Ajzenberg-seloven, Nucl. Phys. A 152, (1970) 1.
- 48. D.R. Tilley, H.R. Weller, CM. Cheves, Nucl. Phys. A 565 (1993) 1.
- 49. F. Ajzenberg-seloven, Nucl. Phys. A 375 (1982) 1.

Quantum phase transition in even and odd nuclei by using algebraic two-cluster model

Maryam Ghapanvari^{*,1}, Narjes Amiri², Mohammad ali Jafarizadeh³, Masoud Seidi⁴

^{1,*}Institute of Plasma and Nuclear Fusion, Institute of Nuclear Science and Technology, Tehran, Iran

²Department of Nuclear Physics, Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz, Iran

³Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz, Iran

⁴Department of Physics, Faculty of Science, Ilam University, Ilam, Iran

Abstract: "Algebraic cluster model" (ACM) is used to describe the relative motion of the cluster by considering vibrational and rotational degrees of freedom. In this research, using the two-body ACM Hamiltonian, the quantum phase transition in the transition region $U(3) \leftrightarrow O(4)$ for odd nuclear structures such as: ⁹Be, [^]Be, ⁹B, and ¹⁰B has been investigated. The energy surfaces, the expectation value of the boson number operator as a function of the control parameters of the calculated Hamiltonian, and also the effect of pairing the odd nucleon with the even-even boson nucleus at the critical point are discussed. Experimental data confirm the numerical results.

Keywords: Algebraic Cluster Model, vibrational and rotational degrees of freedom, critical point