

## بررسی اثرات اتلافی در تشکیل پلاسمون‌های غیر خطی

مریم تحفه<sup>۱</sup>، لیلا رجایی<sup>۲</sup>، صدیقه میرابوطالبی<sup>۱\*</sup>، لاله فرهنگ متین<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران

<sup>۲</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه قم، قم، ایران

دریافت: ۹۹/۱۱/۱۷

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۱۵

### چکیده

برانگیختگی پلاسمون‌ها روی سطح پلاسمای چگال موجب انتقال انرژی موج الکترومغناطیسی از درون پلاسما است. وجود اثرات غیرخطی و همچنین اثرات اتلافی در چنین پلاسمایی اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. در این مقاله به مطالعه‌ی این‌گونه اثرات در برانگیختگی امواج سطحی، در مرز مشترک بین پلاسمای چگال و خلاء می‌پردازیم. از روش حل بسط اختلالی استفاده می‌کنیم و معادلات را تا تقریب درجه دوم، به صورت تحلیلی، حل می‌کنیم. با مطالعه رابطه پراکندگی، شرایط تشکیل امواج سطحی را هم در تقریب خطی و هم در تقریب درجه دوم مورد مطالعه قرار می‌دهیم. نتایج نشان می‌دهند که اثرات اتلافی تأثیرات مهمی در رابطه پراکندگی و نتایج حاصل از آن دارند. به ویژه، وجود این اثرات، بازه فرکانس‌های ایجاد امواج سطحی را در تقریب خطی گسترش می‌دهد. در تقریب درجه دوم غیرخطی، این اثرات اتلافی به برانگیختگی امواج سطحی در فرکانس‌های پایین‌تر میانجامد.

واژگان کلیدی: موج سطحی غیرخطی، اثرات اتلافی، پلاسمای ابر چگال، پارامتر برخورد، بسط اختلالی.

### مقدمه

ماترمتریال یا اصطلاحاً ماده چپگرد، ماده‌ای دارای خواص غیرعادی است که به طور طبیعی یافت نمی‌شود. این مواد دارای ضریب شکست منفی می‌باشند و در دهه‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان و دانشمندان در حوزه‌های مختلف علوم و مهندسی قرار گرفته‌اند. این‌گونه ساختارها کاربردهای جدیدی در زمینه‌های مختلف علوم مانند تهیه ابرلنزها [۱]، متمرکز کننده‌های نوری [۲] و ... دارند.

پلاسما با چگالی فوق بحرانی رفتاری شبیه ماده چپگرد دارد، به این معنی که می‌تواند ضریب گذردهی الکتریکی معادل منفی داشته باشد. ضریب گذردهی الکتریکی معادل پلاسما به صورت  $\epsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  تعریف می‌شود که  $\omega_p$  فرکانس پلاسما می‌باشد. هنگامی که  $\omega < \omega_p$  شود، آن‌گاه  $\epsilon < 0$  خواهد شد، بدین معنی که ضریب گذردهی منفی می‌شود و در این حالت موج نمی‌تواند از پلاسما عبور کند. ولی با برانگیخته کردن امواج سطحی، انرژی موج از لایه پلاسمای فوق چگال عبور می‌کند [۳-۸]. همچنین امواج

\* نویسنده مسئول: S\_mirabotalebi@iau-tnb.ac.ir

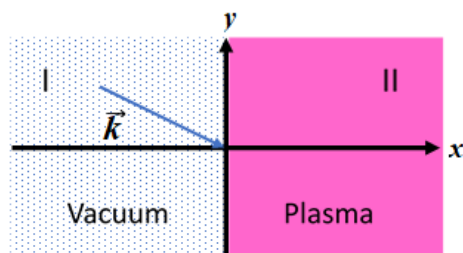
سطحی می‌توانند در فصل مشترک انتشار یابند و به واسطه مکانیسم‌های مختلف پراکندگی درون محیط میرا شوند و موجب تسهیل عبور امواج الکترومغناطیسی از پلاسمای فوق چگال گردند. امواج درون پلازما به صورت مجموعه‌ای از ذرات و میدان‌های بهم پیوسته می‌باشند که به شکلی دوره‌ای و تکرارشونده انتشار می‌یابند و برای گرم کردن، بررسی و تشخیص بعضی از خواص پلازما می‌توان از امواج الکترومغناطیسی استفاده کرد، که همین مسئله اهمیت انتشار امواج الکترومغناطیسی در پلازما را نشان می‌دهد. کاربردهای مهمی در زمینه‌های گوناگون نظری و آزمایشگاهی برای این نوع پلازما وجود دارد و مطالعه رفتار امواج در پلازما با چگالی بالا با توجه به کاربردهای مهم آن در زمینه‌های مختلف علم و تکنولوژی بسیار مورد توجه می‌باشد [۹-۱۱].

سالهای اخیر پدیده‌های غیرخطی مورد توجه بسیاری در علوم و تکنولوژی قرار گرفته است. پیشرفت‌های اخیر در مطالعه مدارهای مجتمع و سیستم‌های آنتن مبتنی بر این ساختارها، نقش مهمی در توسعه دستگاه‌های ارتباطی داشته است. در این زمینه، خصوصیات امواج الکترومغناطیسی سطحی ( $EM$ ) هادی به طور گسترده بررسی شده است. پژوهش‌های پلازما هم تحت تأثیر این امر، به سمت بررسی پدیده‌های غیرخطی است چرا که اصلاً یکی از ویژگی‌های اساسی هر محیط پلاسمایی غیرخطی بودن و پاشندگی آن است. تشکیل امواج سالیتماری در سطح پلازما در [۱۲] و [۱۳] مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با روش انتگرال اول معادلات ماکسول، اثرات غیرخطی بر انتشار امواج سطحی بر روی فصل مشترک محیط پلازما و خلاء در [۱۴] بررسی شده است. اثر تصحیحات غیرخطی بر روی انتشار امواج سطحی بر روی پلازما با مرزهای پراکنده کننده، در [۱۵] مطالعه شده است. روش‌های عددی هم در مطالعه نوسانات الکترون-پلازما با شبیه‌سازی معادلات سیالی بکار گرفته شده اند [۱۶].

در مقاله قبلی [۱۷] ما به مطالعه چگونگی گذار موج الکترومغناطیسی از پلاسمای چگال، تحت تأثیر اثرات غیرخطی پرداختیم. در آن مقاله ما از پاسخ‌های دقیق، به صورت توابع بیضوی، استفاده نمودیم. اما در این مقاله اثرات غیرخطی را با یک روش اختلالی و از طریق بسط معادلات بررسی خواهیم نمود. سپس به مطالعه اثرات غیرخطی بر رابطه پراکندگی امواج سطحی برانگیخته بر روی سطح پلازما در چارچوب مکانیک سیالات می‌پردازیم. بدین منظور لایه پلاسمای در مجاورت خلاء فرض شده و شرایط لازم برای ایجاد امواج سطحی مطالعه می‌شود. اثرات غیرخطی با استفاده از روش اختلال بررسی شده و به طور ویژه اثرات اتلافی هم در نظر گرفته می‌شود. رابطه پاشندگی هم در تقریب خطی و هم در تقریب غیرخطی مرتبه دوم محاسبه شده و با استفاده از آن دامنه فرکانس مجاز موج فرودی که باعث امواج سطحی پایدار پلازما می‌شود، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۱- مدل ارائه شده

ساختاری مطابق شکل (۱) را در نظر بگیرید که متشکل از یک پلاسمای نیمه‌محدود در مجاورت خلاء است:



شکل ۱: محیط پلازما نیمه‌محدود در مجاورت خلاء. بردار موج  $\vec{k}$  در صفحه  $x - y$  می‌باشد

مطابق با شکل، فصل مشترک در صفحه  $y - z$  است. در نواحی  $x \leq 0$  خلاء و در  $x \geq 0$  پلاسما قرار دارد. در راستاهای دیگر محدودیتی وجود ندارد. امواج سطحی در مرز جداکننده بین دو محیط انتشار پیدا میکنند. این مد‌ها در اثر جمع شدن بارهای سطحی در فصل مشترک دو محیط بوجود می‌آیند. بنابراین میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی خیلی سریع بدخل دو محیط مجاور میرا شده و از بین می‌روند. امواج سطحی را نمیتوان بطور صریح به دو مد الکترواستاتیکی ( $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ ) و مد الکترومغناطیسی ( $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ) تقسیم‌بندی کرد. در واقع موج سطحی بطور ذاتی تلفیقی از هر دوی این مد‌ها میباشد [۱۸] اما در صورتی که امواج کند و آهسته فرض شوند، به طوری که بتوان برای آنها سرعت فاز  $\frac{\omega}{k}$  را بسیار کوچکتر از سرعت نور  $c$  دانست، مد الکترواستاتیکی غالب شده و تقریب الکترواستاتیکی برقرار می‌شود.

در این جا ما از تقریب الکترواستاتیکی استفاده می‌نماییم [۱۹] با این فرض که مجموعه معادلات سیال و ماکسول را برای پتانسیل الکتریکی  $\phi$  به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$n \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + n(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = \frac{e}{m} n \vec{\nabla} \phi - V_{th}^2 \vec{\nabla} n - n\vec{v}n \quad (2)$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi e(n - n_0) \quad (3)$$

در این جا، فرض شده که نوسانات با فرکانس بالا تنها بر روی الکترون‌ها اثر دارند و یون‌ها تحت تأثیر قرار نمی‌گیرند و همچنین پلاسما همگن است و برای آن اثرات اتلافی داریم. در این روابط،  $n_0, n$  به ترتیب نشان دهنده چگالی الکترون و چگالی زمینه الکترون-یون بوده و  $V_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$  سرعت حرارتی و  $\vec{v}$  سرعت الکترونی سیال می‌باشد. به ویژه، در مدل در نظر گرفته شده در این مقاله دارای اثرات اتلافی است. در معادله دوم این اثرات اتلافی به صورت فرکانس برخوردی  $\nu$  در روابط وارد شده است. متغیرها و پارامترهای موجود در معادلات بالا را به صورت زیر باز تعریف می‌نماییم تا کمیات بدون بعد ظاهر شده و معادلات شکل ساده‌تری به خود بگیرند:

$$\begin{cases} \hat{x} = \frac{x}{l}, \quad \hat{t} = t\omega_p, \quad \hat{k}_y = k_y l, \quad \hat{n} = \frac{n}{n_0} \\ \hat{\vec{v}} = \frac{\vec{v}}{l\omega_p}, \quad \hat{\phi} = \frac{\phi}{\phi_0}, \quad \hat{\omega} = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad \hat{\nu} = \frac{\nu}{\omega_p}, \quad \hat{V}_{th} = \frac{V_{th}}{l\omega_p} \end{cases} \quad (4)$$

در اینجا  $\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m}$ ،  $\phi_0 = 4\pi e n_0 l^2$  و  $l$  یک ثابت با بعد طول می‌باشد. آن را میتوان به صورت  $l = \frac{p\lambda_D}{2\pi}$  در نظر گرفت که در آن  $P$  یک عدد و  $\lambda_D$  طول موج دبابی است. این ثابت برای پلاسمای غیر همگن می‌تواند از مرتبه طول ناهمگنی باشد. با اعمال تعریف‌های (۴)، روابط (۱) تا (۳) به صورت زیر در می‌آیند:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{V}) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{n\partial\vec{V}}{\partial t} + n(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = n\vec{\nabla}\varphi - V_{th}^2 \vec{\nabla}n - vn\vec{V}, \quad (6)$$

$$\nabla^2\varphi = (n - 1). \quad (7)$$

مطابق شکل (۱)، فرض میکنیم که یک موج الکترومغناطیسی از ناحیه I، از درون خلاء، به سطح پلاسما فرود می‌آید. در این صورت اختلالی در پلاسما ایجاد میشود که این اختلال بصورت یک موج درون پلاسما انتشار می‌آید. حال اگر شرایط انتشار موج درون پلاسما بگونه‌ای باشد که مؤلفه میدان الکتریکی عمود بر سطح از مؤلفه میدان موازی با سطح خیلی کوچکتر باشد، یک موج سطحی ایجاد میشود [۲۰]. با اعمال چنین اختلالی روابط و معادلات به صورت آنچه در ادامه می‌آید بازنویسی می‌شوند. برای سادگی، در نوشتن معادلات، از علامت پریم چشم‌پوشی میکنیم. برای حل این معادلات با در نظر گرفتن اثرات غیرخطی، ابتدا بسط‌های اختلالی برای سرعت، پتانسیل و چگالی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \vec{v} = \lambda\vec{v}_1 + \lambda^2\vec{v}_2 + \dots \\ \phi = 1 + \lambda\phi_1 + \lambda^2\phi_2 + \dots \\ n = 1 + \lambda n_1 + \lambda^2 n_2 + \dots \end{cases} \quad (8)$$

در این معادلات، زیرنویس نشان دهنده مرتبه تصحیحات و  $\lambda$  ثابت بسط است و فرض میشود که  $\lambda < 1$  می‌باشد. در این حالت از سرعت سوق  $\vec{v}_0$  صرف نظر کرده‌ایم. با جایگذاری روابط (۸) در معادلات (۵) - (۷)، و با نگهداشتن جملات از مرتبه‌های همانند با یکدیگر و حذف جملات از مراتب بالاتر، می‌توان معادلات را برای هر تصحیح بدست آورد. با اعمال این روش، معادلات در تصحیح مرتبه اول به صورت ساده شده زیر می‌گردد:

$$\varepsilon\nabla^2\phi_1 + \frac{V_{th}^2}{\omega^2}\nabla^4\phi_1 = 0 \quad (9)$$

$$n_1 = \nabla^2\phi_1 \quad (10)$$

$$(-i\omega + \nu)\vec{V}_1 = \vec{\nabla}\phi_1 - V_{th}^2\vec{\nabla}n_1 \quad (11)$$

در این روابط بخش زمانی و مکانی به صورت  $\psi_1(\vec{x}, t) = \psi_1(\vec{x})e^{-i\omega t}$  تفکیک شده و همچنین  $\varepsilon$  با رابطه زیر در نظر گرفته شده است:

$$\varepsilon = 1 + i \frac{\nu}{\omega} - \frac{1}{\omega^2} \quad (12)$$

جواب‌های تقریب مرتبه اول، از معادلات (۹) تا (۱۱) به شکل زیر به‌دست می‌آیند:

$$\varphi_1 = (c_1 e^{-kx} + c_2 e^{-\alpha x}) e^{iky} \quad (13)$$

$$n_1 = c_2 e^{iky - \alpha x} (\alpha^2 - k^2)$$

$$(14) \vec{V}_{1x} = \frac{e^{iky}}{i\omega - \nu} [c_2 \alpha (-\alpha^2 V_{th}^2 + k^2 V_{th}^2 + 1) e^{-\alpha x} + c_1 k e^{-kx}] \quad (15)$$

به طوری که:

$$\alpha = \frac{1}{V_{th}} \sqrt{k^2 V_{th}^2 - \varepsilon \omega^2} \quad (16)$$

در معادله‌های (۱۳)–(۱۵) از جواب‌های با توان مثبت صرف‌نظر شده است تا پاسخ‌های مناسب برای توصیف امواج سطحی در محدوده پلاسماهای فوق چگال، در ناحیه  $x > 0$ ، به دست آید.

با توجه به شرایط مرزی، پتانسیل و میدان الکتریکی باید بر روی مرز دو محیط شکل (۱) پیوسته باشد. همچنین، از آن‌جا که اندازه سرعت در خلاء صفر است، پس باید سرعت پلاسما بر روی فصل مشترک نیز صفر شود. این شرایط را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\begin{cases} \phi^I|_{x=0} = \phi^{II}|_{x=0} \\ \frac{\partial \phi^I}{\partial x}|_{x=0} = \varepsilon \frac{\partial \phi^{II}}{\partial x}|_{x=0} \\ 0 = v_x^{II}|_{x=0} \end{cases} \quad (17)$$

در این شرایط، مقادیر سمت چپ مربوط به ناحیه خلاء (I) و مقادیر سمت راست مربوط به ناحیه پلاسماهای فوق چگال (II) می‌باشد. در محدوده خلاء، جواب‌ها، به صورت پتانسیل الکتریکی به صورت زیر داده می‌شود:

$$\varphi_v = \mathcal{A} e^{kx} e^{iky} \quad (18)$$

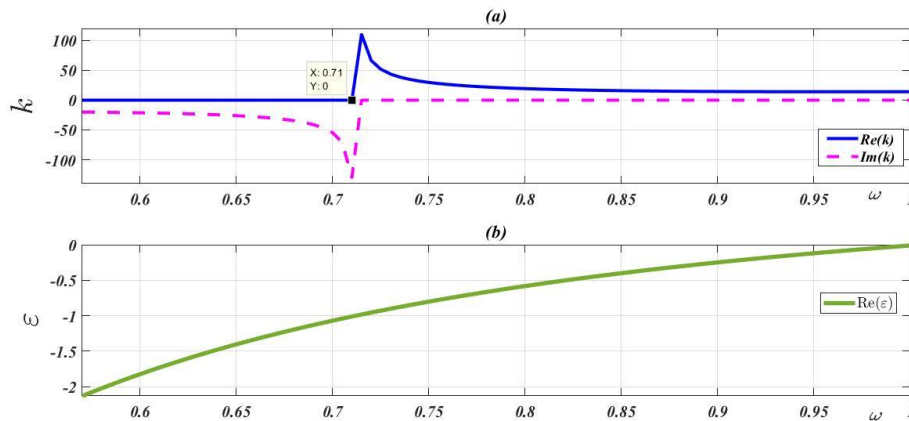
همینطور،  $n = 0$  و  $\vec{v} = 0$ . برای محاسبه ضرایب نامعلوم  $c_1$ ،  $c_2$  و  $\mathcal{A}$ ، از شرایط مرزی در ناحیه  $x=0$  در فصل مشترک میان پلاسما و خلاء، استفاده می‌کنیم. با حل معادلات مربوط به شرایط مرزی (۱۷) ضرایب مجهول  $c_1$ ،  $c_2$  بر حسب  $\mathcal{A}$  عبارتند از:

$$c_1 = \frac{(\alpha \varepsilon + k)}{\varepsilon(\alpha - k)} \mathcal{A}, \quad c_2 = -\frac{k(\varepsilon + 1)}{\varepsilon(\alpha - k)} \mathcal{A} \quad (19)$$

همچنین رابطه پاشندگی زیربیین ثابت  $k$  و فرکانس  $\omega$  به دست می‌آید:

$$k = \frac{\varepsilon^2 \omega^2 + \varepsilon \omega^2 + 1}{V_{th} \sqrt{\varepsilon^3 \omega^2 + 2\varepsilon^2 \omega^2 + \varepsilon \omega^2 + 2\varepsilon + 2}} \quad (20)$$

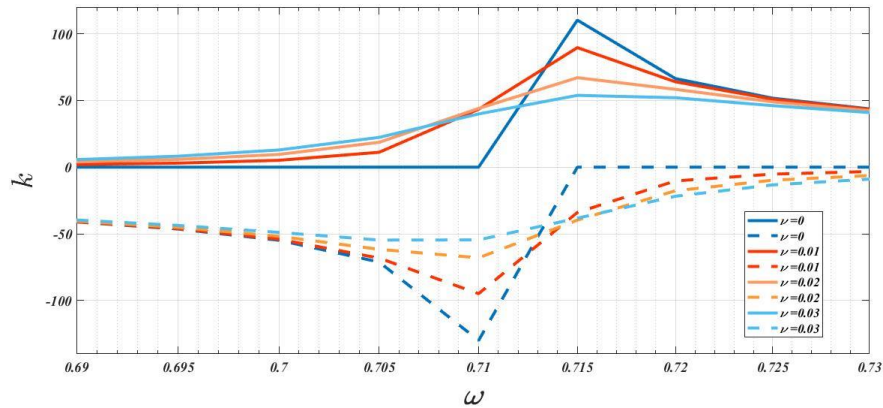
برای بررسی این رابطه پاشندگی،  $k$  به صورت تابعی از  $\omega$  در شکل (۲-*a*) رسم شده است. در این شکل  $V_{th} = 0.05$  و  $\nu = 0$  در نظر گرفته شده است. خط ممتد و خط چین به ترتیب مربوط به قسمت‌های حقیقی و موهومی  $k$  می‌شود. وجود بخش موهومی چنانچه کوچک باشد، اثرات نوسانی اندکی در سیستم ایجاد می‌کند. مطابق با شکل، امواج سطحی برای فرکانس‌های بیشتر از  $\omega = 0.71$  به وجود می‌آیند.



شکل ۲. (a) نمودار بخش‌های حقیقی و مجازی  $k$  بر حسب  $\omega$ . (b) نمودار بخش حقیقی  $\varepsilon$  بر حسب  $\omega$ .

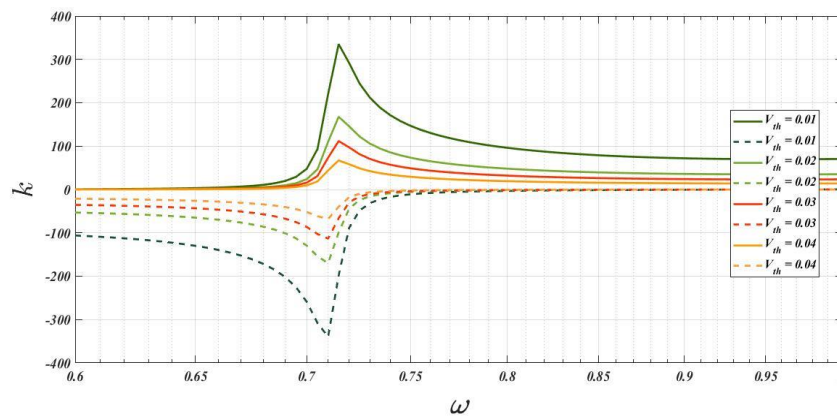
شکل (2-b) نمودار ضریب گذردهی پلازما  $\varepsilon$  بر حسب  $\omega$  می‌باشد. واضحاً در تمامی نواحی  $\varepsilon < 0$  و تأییدی بر ابرچگال بودن پلاسمای مورد بررسی دارد. بنابراین، در نواحی تشکیل موج سطحی ( $Re(k) \neq 0$ ) پلازما ابرچگال حساب می‌شود و مثل ماده‌ای چپ گرد رفتار می‌کند.

به منظور بررسی اثر پارامتر میرایی  $\nu$  بر رابطه پاشندگی،  $k$  به صورتی تابعی از  $\omega$  برای چند مقدار  $\nu$  در شکل (۳) رسم شده است. در این شکل خطوط ممتد و خط چین به ترتیب مربوط به بخش حقیقی و موهومی  $k$  میشوند. مطابق شکل، در نواحی بزرگتری از  $\omega$  شاهد ایجاد موج سطحی هستیم. بنابر این اثرات میرایی هر چند شدت موج سطحی را کاهش می‌دهند اما موج سطحی در گستره بزرگتری از  $\omega$  ایجاد می‌شود.



شکل ۳. نمودار بخش‌های حقیقی و مجازی  $k$  بر حسب  $\omega$  برای مقادیر متفاوت از پارامتر میرایی  $\nu$ . خطوط ممتد بخش حقیقی  $k$  و خط چین بخش مجازی آن را نشان می‌دهند.

در شکل (۴) اثر سرعت حرارتی بر رابطه پراکندگی بررسی شده است. برای رسم این شکل  $\nu = 0.02$  فرض شده است. در این شکل  $k$  به صورتی تابعی از  $\omega$  برای چند مقدار متفاوت از سرعت حرارتی  $V_{th}$  رسم شده است. مطابق شکل با افزایش دامنه امواج سطحی آهسته‌تر کاهش مییابد. اما از آن جایی که  $Im(k)$  با افزایش  $V_{th}$  کاهش مییابد، لذا با افزایش سرعت حرارتی تشکیل پلاسمون‌های سطحی تسهیل می‌گردد. این امر با نتیجه گرفته شده در [۱۱] مطابقت دارد.



شکل ۴: نمودار پاشندگی با در نظر گرفتن تغییرات سرعت حرارتی

## ۲- بررسی اثرات غیرخطی

همان‌طور که در بخش قبل مشاهده شد با برانگیخته شدن موده‌های سطحی عبور امواج الکترومغناطیسی از میان لایه‌ای از پلاسمای چگال ممکن گردید. در این بخش به بررسی تأثیر اصلاحات مرتبه دوم پرداخته می‌شود. ابتدا دقت میشود که، وابستگی زمانی تصحیحات مرتبه دوم به شکل  $e^{-2i\omega t}$  می‌باشد. با نگهداشتن تصحیح مرتبه دوم کمیات، معادلات (۵)-(۷) به صورت زیر درمی‌یابند:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_2 + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}_2 + n_1 \vec{V}_1) = 0 \quad (21)$$

$$-2i\omega n_2 + \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_2 = -\nabla \cdot (n_1 \vec{V}_1) \quad (22)$$

$$n_2 = \nabla^2 \varphi_2 \quad (23)$$

از معادلات بالا به معادله ساده شده زیر می‌رسیم:

$$V_{th}^2 \nabla^4 \varphi_2 + \omega^2 (3 + \varepsilon + iv) \nabla^2 \varphi_2 = \nabla \cdot (n_1 \vec{\nabla} \varphi_1 - i\omega n_1 \vec{V}_1 - \vec{V}_1 \cdot \nabla \vec{V}_1) \quad (24)$$

معادله (۲۴) یک معادله ناهمگن از مرتبه چهار برای تعیین  $\varphi_2$  است. از روابط خطی به دست آمده در بخش قبلی، به ویژه (۱۳) - (۱۵)، در طرف راست معادله استفاده می‌کنیم. سپس پاسخ‌های آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\varphi_2 = (p_1 e^{-x(\alpha+k)} + p_2 e^{-2dx} + Q_1 e^{-2kx} + Q_2 e^{-\beta x}) e^{2iky} \quad (25)$$

که در آن از نوشتن توان‌های مثبت صرف‌نظر شده است. مقدار  $\beta$  در برابر است با:

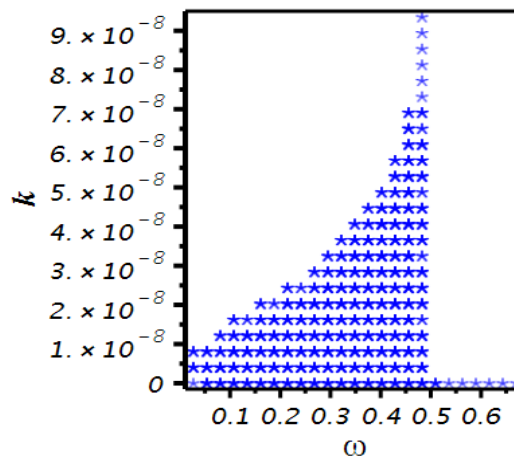
$$\beta = \frac{1}{V_{th}} \sqrt{4k^2 V_{th}^2 - iv\omega - \varepsilon\omega^2 - 3\omega^2} \quad (26)$$

ضرایب  $p_1$  و  $p_2$  ثوابت معلومی بر حسب ضرایب  $C_1$  و  $C_2$  در رابطه (۱۹)، می‌باشند. در محاسبات این مقاله آنها را به صورت تحلیلی و دقیق به دست آورده‌ایم ولی چون طولانی هستند، از ذکر آنها در اینجا خودداری می‌کنیم. اما ضرایب  $Q_1$  و  $Q_2$  مجهول هستند و با اعمال شرایط مرزی قابل محاسبه می‌شوند. این شرایط همان روابط (۱۷) بخش قبل، بر اساس پیوستگی در فصل مشترک میان پلاسمای فوق چگال و خلاء، می‌باشند. اما این بار کمیات در تصحیح مرتبه دوم قرار داده می‌شوند.

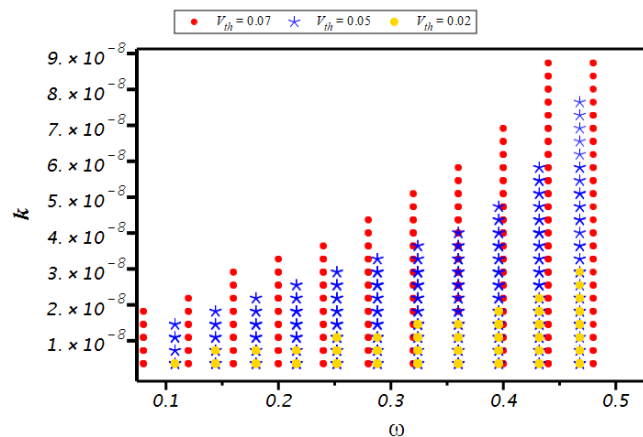
برای به دست آوردن رابطه پاشندگی، دترمینان ماتریس ضرایب به دست آمده توسط شرایط مرزی باید صفر شود. این روش پیچیده است و پاسخ‌ها نمی‌توانند به صورت تحلیلی ارائه شوند. در عوض، در این جا پاسخ‌ها با نمودار نشان داده می‌شود.

در شکل (۵) مقادیر مجاز  $\omega$  و  $k$  در تصحیح مرتبه دوم رسم شده است. در این شکل  $V_{th} = 0.05$  و  $v = 0$  نظر گرفته شده است. این شکل نشان می‌دهد که امواج سطحی در تقریب مرتبه دوم برای  $k$  های کوچک، می‌توانند برانگیخته شوند. این امکان در تصحیح خطی مشاهده نمی‌گردد. مطابق شکل در عدم حضور میرایی،  $v = 0$  این برانگیختگی مرتبه دوم در بازه فرکانسی  $0 < \omega < 0.5$  رخ می‌دهد.

برای بررسی اثرات حرارتی بر روی تشکیل این امواج سطحی مرتبه دوم، در شکل (۶) رابطه پراکندگی برای سه مقدار متفاوت از سرعت حرارتی رسم شده است. نمودار نشان می‌دهد که اثرات حرارتی در تقریب مرتبه دوم موجب تسهیل تشکیل امواج سطحی میشوند. مطابق شکل، فرکانس‌های مناسب برای تشکیل امواج سطحی بیشتری برای  $V_{th} = 0.07$  نسبت به مورد  $V_{th} = 0.05$  وجود دارد. به همین ترتیب، فرکانس‌های مجاز بیشتری برای  $V_{th} = 0.05$  نسبت به حالت  $V_{th} = 0.02$  یافت می‌شود.

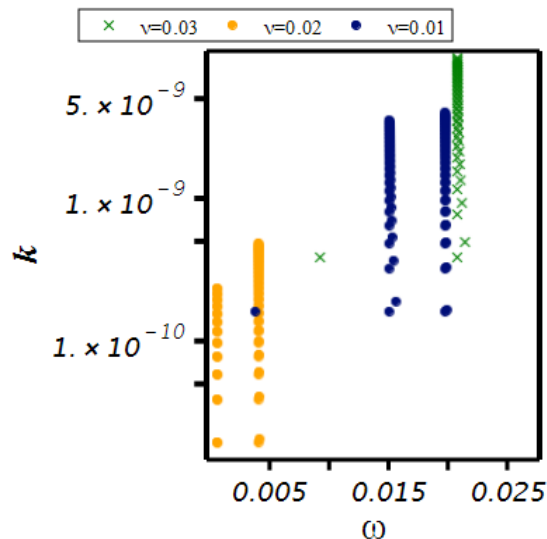


شکل ۵. رابطه پراکندگی  $k$  بر حسب  $\omega$  به دست آمده از تصحیح مرتبه دوم.



شکل ۶. رابطه پراکندگی  $k$  بر حسب  $\omega$  در تقریب مرتبه دوم، برای سه مقدار سرعت حرارتی  $V_{th}$  متفاوت.

در شکل (۷) تأثیر پارامتر میرایی  $\nu$  بر روی رابطه پراکندگی مورد بررسی قرار گرفته است. این نمودار به ازای  $V_{th} = 0.02$  برای سه مقدار متفاوت از  $\nu$  رسم شده است. مطابق شکل، در تصحیح مرتبه دوم با افزایش اثرات میرایی فرکانس‌های مناسب برای تشکیل امواج سطحی به سمت مقادیر کمتر میل میکنند. این پدیده در بخش قبل در مورد تقریب خطی هم مشاهده شد. همچنین با زیاد شدن اثرات میرایی،  $\omega$  مناسب برای تشکیل امواج سطحی در مقادیر کمتری از  $k$  به دست می‌آیند.



شکل ۷. نمودار پراکندگی  $k$  بر حسب  $\omega$  در تقریب مرتبه دوم، برای سه مقدار متفاوت از پارامتر میرایی  $\nu$ .

### ۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی و مطالعه چگونگی تشکیل امواج سطحی غیرخطی بر روی یک لایه پلاسمای چگال در مجاورت با خلاء پرداخته شده است. بدین منظور از روش بسط اختلالی کمیاتی چون چگالی، سرعت و پتانسیل الکتریکی استفاده گردید. معادلات تقریب مرتبه اول و تقریب مرتبه دوم به صورت دقیق حل شدند. با استفاده از شرایط مرزی مناسب، روابط پاشندگی در تقریب اول و دوم بدست آمد و با استفاده از آن بازه فرکانس‌های مجاز برای تحریک مودهای سطحی به دست آمدند.

نشان داده شد که در صورت ایجاد مودهای سطحی بر روی مرز مشترک در نظر گرفته شده، بردار موج  $k$  مقادیر خاصی اختیار خواهد کرد و این مقادیر به پارامترهایی مثل فرکانس  $\omega$ ، پارامتر اتلاف  $\nu$  و سرعت حرارتی  $V_{th}$  بستگی دارند. در تقریب‌های مرتبه دوم، فرکانس‌های مجاز فقط برای  $k$  های بسیار کوچک قابل مشاهده هستند. در این  $k$  ها، با یک طیف فرکانسی سروکار داریم که در تقریب خطی دیده نمی‌شود، از اینرو تقریب مرتبه دوم بسیار مهم است.

به ویژه، تأثیر اثرات اتلافی در تشکیل امواج سطحی مورد بررسی قرار گرفت. وجود اینگونه اثرات اتلافی در محیط پلاسمای گرم، دارای اثرات غیرخطی، اجتناب‌ناپذیر است. با مطالعه رابطه پاشندگی برای یک لایه پلاسمای چگال به این نتیجه رسیدیم که برانگیختگی مودهای سطحی با وجود اثرات میرایی همچنان امکان‌پذیر است. در تقریب خطی وجود اثرات میرایی موجب می‌شود تا امواج سطحی برای گستره وسیع‌تری از فرکانس  $\omega$  برانگیخته شوند. در تقریب غیرخطی درجه دوم که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفت، نشان داده شد که وجود این اثرات موجب می‌گردد که امواج سطحی در  $k$  خیلی پایین و در  $\omega$  های کوچک برانگیخته شوند.

## منابع

1. O. A. Pinchuk and G. C. Schatz. "Metamaterials with gradient negative index of refraction." *JOSA A* 24(10) (2007): A39-A44.
2. A. V. Kildishev and V. M. Shalaev. "Engineering space for light via transformation optics." *Optics letters* 33(1) (2008): 43-45.
3. Y. P. Bliokh, "Plasmon mechanism of light transmission through a metal film or a plasma layer." *Optics communications* 259(2) (2006): 436-444.
4. S. Miraboutalebi, L. Rajaei, and L. F. Matin. "Surface wave excitations on magnetized over-dense plasma." *J. Theor. Appl. Phys.* 6(1) (2012): 1-8.
5. S. Miraboutalebi, L. Rajaei, and M. K. Khadivi Borogeni, "Plasmon resonance coupling in cold overdense dissipative plasma.", *J. Theor. Appl. Phys.* 7(1) (2013): 1-9.
۶. ص. میرابوطالبی، م. ک. خدیوی بروجنی و ل. رجایی، "گذر امواج الکترومغناطیسی از پلاسمای چگال ناهمگن"، مجله پژوهش سیستمهای بس ذره‌ای، ۲ (۴) (۱۳۹۱) ۳۷-۴۶.
۷. ص. میرابوطالبی، م. ک. خدیوی بروجنی و م. هاشمی حسین آبادی، "عبور امواج الکترومغناطیسی از یک پلاسمای ابرچگال با نمودار ضریب گذردهی الکتریکی سهموی"، مجله پژوهش فیزیک/ایران ۱۶(۱) (۱۳۹۵) ۵۵-۶۱.
۸. ص. میرابوطالبی، م. ک. خدیوی بروجنی، لیلا رجایی و ن. احمدی، "ایجاد امواج سطحی بر روی پلاسمای برخوردار چگال ناهمگن"، مجله پژوهش فیزیک/ایران، ۱۵(۱) (۱۳۹۴) ۶۳-۷۰.
9. Y. P. Bliokh, J. Felsteiner, and Y. Z. Slutsker. "Total absorption of an electromagnetic wave by an overdense plasma." *Phys. Rev. Lett.* 95(16) (2005): 165003.
10. Z. Chen, M. Liu, L. Tang, P. Hu, and X. Hu. "A planar-type surface-wave plasma source with a subwavelength diffraction grating inclusion for large-area plasma applications." *J. Appl. Phys.* 106(1) (2009): 013314.

11. L. Rajaei, S. Mirabotalebi and B. Shokri. "Transmission of electromagnetic waves through a warm over-dense plasma layer with a dissipative factor." *Phys. Scrip.* 84(1) (2011): 015506.
12. L. Stenflo, "Theory of nonlinear plasma surface waves." *Phys. Scrip.* T63 (1996): 59-62.
13. O. M. Gradov and L. Stenflo. "Theory of nonlinear plasma surface waves." *J. plasma phys.* 65(1) (2001): 73.
14. R. Dragila and S. Vukovic, "Nonlinear surface waves propagating along a boundary of magnetoactive plasma and vacuum." *Opt. Commun.* 70(6)(1989)450-454.
15. G. Brodin and J. Lundberg, Nonlinear surface waves in a plasma with a diffuse boundary, *Phys. Plasmas*, 1 (1)(1994) 96-102.
16. P. S. Verma, "A novel numerical scheme for nonlinear electron plasma oscillations." *Phys. Plasmas* 25(3) (2018): 032107.
17. M. Tohfeh, L. Rajaei, S. Miraboutalebi, and L. F. Matin. "Transmission of electromagnetic waves through a nonlinear over-dense plasma slab." *J. Theor. Appl. Phys.* 14(4) (2020): 349-357.
18. Hee J. Lee, Electrostatic surface waves in magnetized two-fluid plasma, *Plasma Phys. Control. Fusion* 37 (1995) 755-762.
19. O.M. Gradov, L. Stenflo, *Basic properties of nonlinear surface charge waves at a plasma boundary, Physics Letters A*, 382 ( 42–43) (201) 3083-3085.
20. N. A. Krall and A. W. Trivelpiece , *Principles of Plasma Physics*,(1973)