

بررسی مدولاسیون دامنه امواج غیرخطی در برهمکنش لیزر-پلازما با تابع توزیع تسالیس برای الکترون‌ها

علیرضا عبدی کیان*، محمدرضا محبی‌فر، شراره راج

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ملایر

پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۲۷

دریافت: ۹۸/۲/۹

چکیده

در این مقاله، با استفاده از مجموعه معادلات مدل سیالی و معادلات ماکسول، معادله غیرخطی با جواب سالیونی الکترومغناطیسی ناشی از برهمکنش بین پالس لیزر با شدت بالا در محیط پلازما به دست آمده است. تابع توزیع برای الکترون‌های غیرحرارتی، تابع غیرتعادلی تسالیس^۱ در نظر گرفته شده و با استفاده از روش مقیاس چندگانه، معادله شرویدینگر غیرخطی حاکم بر دامنه پتانسل برداری به دست آمده است. با استفاده از فرمول‌های به دست آمده برای سرعت فاز و گروه درمی‌یابیم که این سرعت‌ها مستقل از پارامترهای پلازما (نسبت الکترون‌های غیرحرارتی و پارامتر نافزونور) هستند. در ادامه، این سرعت‌ها بر حسب عدد موج رسم شدند. به طور تحلیلی، شرایط ناپایداری مدولاسیونی و همچنین وجود انواع گوناگون مدهای پوش جایگزیده (روشن و تاریک) برحسب پارامترهای پلازما بررسی شده است. در نهایت با ترسیم نمودار، به طور عددی مناطق پایداری و ناپایداری مدولاسیونی بررسی شدند.

واژگان کلیدی: سالیون الکترومغناطیسی، برهمکنش لیزر-پلازما، تابع توزیع تسالیس، معادله شرویدینگر غیرخطی

مقدمه

سالیون بسته موجی است که می‌تواند بدون اتلاف و یا تغییر شکل در محیط منتشر شود. یکی از محیط‌هایی که در آن به دلیل تعادل بین اثرات غیرخطی و پاشندگی می‌تواند سالیون به وجود آید؛ پلازما است. با انتشار پالس لیزری در محیط پلازما می‌توان انتظار داشت که اثرات نسبیتی و غیرخطی بروز کنند. در سال‌های اخیر با تولید لیزرهای پرتوان که دارای شدت فوق‌العاده‌ای هستند، این موضوع مورد توجه قرار گرفته و در حوزه‌های مختلف از قبیل لیزرهای اشعه ایکس و

*نویسنده مسئول: abdykian@gmail.com

¹ Tsallis

هم‌جوشی کاربرد چشمگیری داشته است. در دهه ۶۰ میلادی آخیزر و پولووین معادلات کوپل شده الکترونی نسبیتی و ماکسول را برای مدل‌سازی برهمکنش امواج الکترومغناطیسی قوی (لیزر پرتوان) با پلازما پیشنهاد دادند و راه‌حل‌های دقیق غیرخطی‌ای برای توصیف انتشار پالس شدید لیزر در پلازما ارائه کردند [۱]. از سالیته‌هایی که در محیط پلازما ایجاد می‌شوند می‌توان به سالیتهون آکوستیکی، سالیتهون الکتروستاتیکی و سالیتهون الکترومغناطیسی اشاره کرد [۲-۵]. سالیتهون الکترومغناطیسی به علت برهمکنش غیرخطی بین پالس لیزر با شدت بالا و پلازما ایجاد می‌شود و دارای کاربردهایی از قبیل گداخت لیزری، شتاب دهنده ذرات مبتنی بر پلازما و غیره است [۶-۷]. با مجموعه معادلات ماکسول و معادلات سیالات، دسته معادلاتی به دست می‌آید که به همراه روش اختلال مقیاس چندگانه^۱ می‌توانند برای بررسی ساختار سالیتهون‌ها به کار گرفته شوند [۸-۱۰]. رفتار سالیتهونی الکترومغناطیسی نسبیتی یک‌بعدی با استفاده از حل معادله شار در پلاسمای همگن و غیرهمگن به صورت عددی توسط ساکسنا و همکاران بررسی شده است [۱۱-۱۲]. برهانیان و همکاران [۱۳] سالیتهون الکترومغناطیسی با قطبش دایروی را در یک پلاسمای مغناطیسی با روش اختلال مقیاس چندگانه بررسی کردند. هم‌چنین شرایط ناپایداری مدولاسیونی و وجود انواع گوناگون بسته مدهای جایگزیده را با پارامترهای مربوطه مطالعه کردند. محاسبات ارائه شده توسط آنها نشان داد که امواج قطبیده شده دایروی راستگرد^۲ (RCP) با توجه به شدت میدان مغناطیسی مدولاسیون ناپایدار هستند و به صورت سالیتهون نوع روشن منتشر می‌شوند. در حالی که برای امواج قطبیده شده دایروی چپگرد^۳ (LCP) در میدان مغناطیسی قوی مدولاسیون پایدار بوده و به صورت سالیتهون تاریک منتشر می‌شوند.

از طرفی، مشاهدات در پلاسماهای آزمایشگاهی و فضایی حاکی از اثرات غیرخطی برهمکنش لیزر-پلازما در پلاسماهای غیرماکسولی است [۱۴-۱۵]. در این حالت توزیع ذرات موجود در پلازما توزیعی غیرماکسولی است. بررسی‌های انجام شده توسط فضاپیمای وایکینگ [۱۶] و ماهواره فرجا [۱۷] نشان می‌دهند که ساختار سالیتهونی در مغناطوسفر نمی‌تواند با تابع توزیع ماکسولی بیان شود. توابع توزیع غیرماکسولی در زمینه‌های مختلفی به عنوان شبکه‌های اپتیکی پاشنده، دینامیک سیستم‌های بلند برد و غیره کاربرد دارند [۱۸-۲۰]. کایرنز و همکاران [۲۱] تابع توزیع غیرتعادلی برای ذرات پلازما پیشنهاد کردند که می‌توانست بیانگر سالیتهون‌های آکوستیکی یونی بوده و بسیار شبیه به مشاهدات ماهواره فریجا و فضاپیمای وایکینگ بود. در تابع توزیع غیرتعادلی پیشنهادی پارامتری به نام (α) معرفی شده است که جمعیت ذرات غیرتعادلی محیط را نشان می‌دهد و عددی بین ۰ و ۱ بوده به طوری که اگر این پارامتر (α) به سمت صفر میل کند، این تابع توزیع به تابع توزیع ماکسولی میل می‌کند. سپس تسالیس و همکاران [۲۲-۲۴] از مکانیک آماری نافزونور^۴ برای

¹ Multiple scale perturbation technique

² Right-hand circularly polarized

³ Left-hand circularly polarized

⁴ Nonextensive

توصیف سیستم‌های با برهمکنش بلند برد استفاده کردند. آنها با تعمیم آنتروپی بولتزمن-گیس^۱ (BG) تابع توزیع جدیدی را پیشنهاد دادند که در حوزه‌های نجوم و پلاسما کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. تابع توزیع تسالیس برای توصیف پدیده‌های مختلفی در پلاسما از قبیل شبکه‌های اپتیکی اتلافی [۲۵] و انتشار موج پلاسما [۲۶-۲۷] به کار می‌رود. فاکتور اصلی تابع توزیع تسالیس پارامتر q است که بیانگر درجهٔ نافزونوری بوده و دارای دو حالت اصلی است. برای حالت اول $-1 < q < +1$ بوده و ذرات سیستم تمامی سرعت‌ها را پوشش می‌دهند. حالت دوم زمانی است که $q > +1$ باشد. تابع توزیع تسالیس را می‌توانیم به صورت زیر تعریف کنیم:

$$f_s(v_x) = C_{q,\alpha} \left(1 + \alpha \frac{v_x^4}{v_T^4} \right) \left\{ 1 - (q-1) \alpha \frac{v_x^2}{2v_T^2} \right\}^{1/(q-1)},$$

که در این رابطه $v_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ سرعت گرمایی، T دمای مطلق، k_B ثابت بولتزمن و m جرم ذرات پلاسما است. در این حالت تابع توزیع دارای یک ماکزیمم مقدار برای سرعت ذرات سیستم است که برابر است با

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2}{q-1}} v_T$$

در صورتی که $q < -1$ باشد تابع توزیع نابهنجار است. مقایسهٔ تابع توزیع ماکسولی و تابع توزیع نافزونور نشان می‌دهد که برای $q > +1$ حالات با انرژی بالا بسیار به تابع توزیع ماکسولی و برای حالت $-1 < q < +1$ به تابع توزیع نافزونور شباهت دارند. وقتی q به سمت ۱ میل می‌کند تابع توزیع تسالیس به توزیع توابع ماکسول-بولتزمن تبدیل می‌شود. از این تابع می‌توان برای محاسبهٔ چگالی ذرات و فشار ذرات به صورت زیر استفاده کرد

$$N_s(\varphi) = \int f_s(v_x) dv_x$$

$$P_s = \frac{m_0}{3} \int v_x^2 f_s(v_x) dv_x$$

در این مقاله انتشار پالس الکترومغناطیسی قطبیده شده دایروی در پلاسمای نسبیتی با در نظر گرفتن تابع توزیع تسالیس برای ذرات الکترون بررسی شده است. با استفاده از مجموعهٔ معادلات ماکسول و معادلات سیالات و به کمک روش

¹ Boltzmann-Gibbs

اختلال مقیاس چندگانه معادله شرودینگر غیرخطی برای چنین سیستمی به دست آورده شده و جواب‌های تحلیلی خاص و عددی آن ارائه شده است.

روابط بنیادی معادلات دینامیکی

فرض می‌کنیم که پالس لیزری قوی در یک پلاسمای دوماؤه‌ای، شامل الکترون و یون، بدون برخورد و غیرمغناطیده با تابع توزیع تسالیس برای ذرات الکترون و در راستای محور x انتشار یابد. فرض می‌شود که پلازما در میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی $\vec{B}_0 = B_0 \hat{x}$ قرار گرفته است. یون‌های سنگین با بار مثبت ساکن فرض می‌شوند. برای بررسی این پالس الکترومغناطیسی، معادله حرکت (۱)، معادله پیوستگی (۲)، معادله پواسون (۳) و معادله موج الکترومغناطیسی (۴) با احتساب پیمانه کولن بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۳-۲۸].

$$m_e N_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_e \cdot \nabla \right) \vec{u}_e = -e N_e \vec{E} - \frac{e}{c} N_e \vec{u}_e \times \vec{B} - \nabla P_e, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \nabla \cdot (N_e \vec{u}_e) = 0, \quad (2)$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi e (N_e - N_i), \quad (3)$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \Phi = \frac{4\pi e}{c} (N_e \vec{u}_e - N_i \vec{u}_i), \quad (4)$$

جمله آخر در سمت راست معادله (۱) P_e فشار ناشی از تابع توزیع تسالیس است که در ادامه تابعیت آن به دست می‌آید. با استفاده از تعریف انتگرال به راحتی می‌توانیم چگالی الکترون‌ها را با تابع توزیع تسالیس به صورت زیر بیابیم:

$$N_e(\Phi) = N_0 \left\{ 1 + A \left(\frac{e\Phi}{T_e} \right) + B \left(\frac{e\Phi}{T_e} \right)^2 \right\} \left(1 + (q-1) \frac{e\Phi}{T_e} \right)^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}}, \quad (5)$$

در رابطه بالا $A = -\frac{16\alpha q}{(5q-3)(3q-1)+12\alpha}$ ، $B = \frac{16\alpha q(2q-1)}{(5q-3)(3q-1)+12\alpha}$ تعریف می‌شوند، که در آن α نسبت الکترون‌های غیرتعادلی و q نشان‌دهنده پارامتر نافزونور در پلازما هستند. برای نرمالیزاسیون معادلات (۱) تا (۵) از پارمترهای زیر استفاده می‌کنیم:

$$t \rightarrow t\omega_{pe}, \quad x \rightarrow \frac{\omega_{pe}}{c}x, \quad \varphi \rightarrow \frac{e\Phi}{T_e}, \quad u_e \rightarrow \frac{u_e}{c}, \quad n_e \rightarrow \frac{N_e}{N_0}, \quad \omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_0}{m_e}},$$

$$\omega_c = \frac{eB_0}{m}, \quad \Omega_c = \frac{\omega_c}{\omega_{pe}}, \quad \delta = \frac{n_{i0}}{n_{e0}}, \quad (6)$$

با تقریب یک بعدی که در آن $\partial/\partial y = \partial/\partial z = 0$ است، معادلات (۱) تا (۵) بصورت زیر نوشته می شوند:

$$n_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_e \frac{\partial}{\partial x} \right) (\gamma u_e) = n_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{n_e}{2\gamma} \frac{\partial A_{\perp}^2}{\partial x} - \frac{1}{m_0 N_0 c^2} \frac{\partial P_e}{\partial x}, \quad (7)$$

$$u_{e\perp} = \frac{A_{\perp}}{\gamma}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_e u_e) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = n_e - 1, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 A_{\perp}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_{\perp}}{\partial t^2} = \frac{n_e A_{\perp}}{\gamma}, \quad (11)$$

که در آن φ و A پتانسیل اسکالر و برداری و m_0 جرم سکون الکترون و N_0 چگالی الکترون غیرمختل شده هستند. در معادلات بالا γ فاکتور نسبیتی است.

$$\gamma = \sqrt{(1 + A_{\perp}^2)/(1 - u_e^2)}, \quad (12)$$

برای جایگذاری جمله فشار در معادلات بالا از روابط زیر بهره می گیریم:

$$\frac{\partial P_e}{\partial x} = \frac{dP_e/d\varphi}{dN_e/d\varphi} \frac{\partial N_e}{\partial x} = \left(\frac{dP_e}{dN_e} \right)_{\varphi=0} \frac{\partial N_e}{\partial x} = m_0 c_{sc}^2 \frac{\partial N_e}{\partial x}, \quad (13)$$

که در آن $c_{sc}^2 = \frac{1}{m_0} \left(\frac{dP_e}{dN_e} \right)_{\varphi=0}$ است. با جایگذاری رابطه (۱۳) در (۷) و با مختصر ساده سازی، می توانیم آن را به

صورت مجدد به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$n_e \frac{\partial}{\partial t} (\gamma u_e) = n_e \frac{\partial}{\partial x} (\varphi - \gamma) - \frac{c_{sc}^2}{c^2} \frac{\partial n_e}{\partial x}$$

معادله تحول پوش موج الکترومغناطیسی

بردار $\vec{S} = (n_\varepsilon, u_\varepsilon, \varphi, A)$ که حالت سیستم در موقعیت مکانی x و زمانی t توصیف می‌کند را در نظر می‌گیریم. برای حالت غیرخطی ضعیف، می‌توان از نظریه اختلال کاهنده استفاده کرد و بردار $\vec{S}$ را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\vec{S} = \vec{S}_0 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \varepsilon^n \vec{S}^{(n)}, \quad (14)$$

که $\vec{S}_0$ حالت تعادل سیستم را نشان می‌دهد و پارامتر ε پارامتر بدون بعد کوچکی است که میزان انحراف سیستم از حالت تعادل را نشان می‌دهد به طوری که $(\varepsilon \ll 1)$. در ادامه روش اختلال کاهنده را با فرض بسط دادن متغیرهای مکان و زمان به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$X_m = \varepsilon^m x, \quad T_m = \varepsilon^m t, \quad (15)$$

که در آن $m = 0, 1, 2, \dots$ است. باید توجه شود که $m = 0$ متناظر با مقیاس حامل فضا/زمان سریع است، در حالی که برای اندیس‌های $m \gg 1$ تحول پوش کند است. با فرض این که متغیرها مستقل از هم هستند، معادله (۱۵) به صورت زیر می‌شود [۱۳-۲۸].

$$\frac{\partial}{\partial t} = \partial_0 + \varepsilon \partial_1 + \varepsilon^2 \partial_2 + \dots, \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \nabla_0 + \varepsilon \nabla_1 + \varepsilon^2 \nabla_2 + \dots, \quad (17)$$

که در آن ∂_m و ∇_m به ترتیب بیانگر $\partial/\partial T_m$ و $\partial/\partial X_m$ هستند. فرض می‌کنیم که حالت مختل شده تنها به متغیر سریع از طریق $\psi = kx - \omega t$ بستگی دارد که k عدد موج و ω فرکانس زاویه‌ای پالس هستند که به ترتیب با $k_{pe} = \omega_{pe}/c$ و ω_{pe} بهنجار شده‌اند. مقیاس‌های کند با l امین دامنه هارمونیک $\vec{S}_l^{(n)}$ که نمایانگر تغییرات کند هستند. به محاسبات وارد می‌شوند. شرط حقیقی $\vec{S}_{-l}^{(n)} = \vec{S}_l^{(n)*}$ برای تمامی دامنه‌های هارمونیک برقرار است. همچنین متغیرهای وابسته به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$S = S_0 + \varepsilon S_0^{(1)} + \varepsilon S_1^{(1)} e^{i\psi} + \varepsilon^2 S_0^{(2)} + \varepsilon^2 S_1^{(2)} e^{i\psi} + \varepsilon^2 S_2^{(2)} e^{2i\psi} + \varepsilon^3 S_0^{(3)} + \varepsilon^3 S_1^{(3)} e^{i\psi} + \varepsilon^3 S_2^{(3)} e^{2i\psi} + \varepsilon^3 S_3^{(3)} e^{3i\psi} + c. c., \quad (18)$$

جایگذاری روابط (۱۵) تا (۱۸) در معادلات (۷) تا (۱۱) و برای مرتبه اول ($n = 1$)، منجر به دستگاه معادلات خطی می‌شوند که می‌توانند انتشار امواج الکترومغناطیسی را در پلاسمای مغناطیده در ناحیه خطی توصیف کنند. برای مرتبه اول و هارمونیک صفرم ($n = 1$ و $l = 0$) خواهیم داشت:

$$n_{s0}^{(1)} = u_{s0}^{(1)} = A_0^{(1)} = 0, \quad (19)$$

برای مرتبه اول و هارمونیک اول یعنی ($n = 1$ و $l = 0$) خواهیم داشت

$$\begin{aligned} -A_1^{(1)} - k^2 A_1^{(1)} + \omega^2 A_1^{(1)} &= 0, \\ -n_{s1}^{(1)} - k^2 \varphi_1^{(1)} &= 0, \\ \omega n_{s1}^{(1)} - k u_{s1}^{(1)} &= 0, \\ -\omega n_{s1}^{(1)} - k \varphi_1^{(1)} + \frac{(1 + 2A + q)b}{2} k \varphi_1^{(1)} &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

که در آن $b = c_{sc}^2 / c^2$. از معادلات بالا داریم

$$n_{s1}^{(1)} = u_{s1}^{(1)} = \varphi_1^{(1)} = 0, \quad (21)$$

با استفاده از این روابط می‌توان رابطه پاشندگی را به صورت زیر به دست آورد.

$$\omega^2 = 1 + k^2, \quad (22)$$

از این رابطه می‌توان سرعت گروه و سرعت فاز را به دست آورد.

برای مرتبه دوم و هارمونیک صفر ($n = 2$ و $l = 0$) داریم

$$n_{s0}^{(2)} = u_{s0}^{(2)} = A_0^{(2)} = \frac{\partial \varphi_1^{(1)}}{\partial X_1} = 0, \quad (23)$$

برای مرتبه دوم و هارمونیک اول ($n = 2$ و $l = 1$)

$$n_{s1}^{(2)} = u_{s1}^{(2)} = \varphi_1^{(2)} = 0, \quad (24)$$

و

$$\frac{\partial A_1^{(1)}}{\partial T_1} + v_g \frac{\partial A_1^{(1)}}{\partial X_1} = 0, \quad (25)$$

که v_g سرعت نام دارد. رابطه (۲۵) بیانگر این نکته است که بسته موج با سرعت ثابت گروه حرکت می‌کند.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{k}{\omega}, \quad (26)$$

در ادامه برای مرتبه دوم و هارمونیک دوم ($n = 2$ و $l = 2$)

$$n_{s2}^{(2)} = \frac{4k^2}{8\omega^2 - 2 + b(1 + 2A + q)} (A_1^{(1)})^2, \quad (27)$$

$$u_{e2}^{(2)} = \frac{4k\omega}{8\omega^2 - 2 + b(1 + 2A + q)} (A_1^{(1)})^2, \quad (28)$$

$$\varphi_{e2}^{(2)} = -\frac{1}{8\omega^2 - 2 + b(1 + 2A + q)} (A_1^{(1)})^2, \quad (29)$$

روابط (۲۷) تا (۲۹) نشان دهنده این نکته هستند که تنها دامنه چگالی، سرعت و پتانسیل اسکالر مرتبه دوم مختل شده غیرصفر است. برای مرتبه سوم و هارمونیک صفرم ($n = 3$ و $l = 0$) داریم

$$\begin{cases} n_{e0}^{(3)} = u_{e0}^{(3)} = A_0^{(3)} = 0, \\ \varphi_0^{(2)} = \frac{1}{(1 - bC_1)} |A_1^{(1)}|^2, \end{cases} \quad (30)$$

برای مرتبه سوم و هارمونیک اول ($l = 1$ و $n = 3$) داریم

$$n_{e1}^{(3)} = u_{e1}^{(3)} = \varphi_1^{(3)} = 0, \quad (31)$$

برای وجود شرط خودسازگاری، باید مجموعه‌ای از معادلات تحولی برقرار باشند. که به صورت زیر بیان می‌شود

$$i(\partial_2 A_1^{(1)} + v_g \nabla_2 A_1^{(1)}) + P \nabla_1^2 A_1^{(1)} + Q |A_1^{(1)}|^2 A_1^{(1)} = 0, \quad (32)$$

در معادله بالا، از نماد متعارف $\nabla_j = \partial/\partial X_j$ استفاده شده است (که اندیس $j = 1$ یا 2 است). ضریب پاشندگی P و ضریب غیرخطی Q در معادله (۳۲) به ترتیب با روابطه زیر داده می‌شوند:

$$P = \frac{1}{2} \frac{d^2 \omega}{dk^2} = \frac{1}{2\omega^3}, \quad (33)$$

$$Q = \frac{3}{4\omega} - \frac{1}{\omega} \frac{2k^2}{8\omega^2 + (1 + 2A + q)c_{se}^2/c^2 - 2}, \quad (34)$$

ضریب غیرخطی شامل دو جمله است که بخش اول ناشی از عامل غیرخطی نسبیتی و بخش دوم از اختلال چگالی الکترونی که ناشی از نیروی غیرخطی پاندروموتیو^۱ است ناشی می‌شود. با در نظر گرفتن پتانسیل برداری در معادله (۳۲) به صورت زیر

$$A \approx A_1^{(1)} e^{i(kx - \omega t)} = \psi(x, t) e^{i(kx - \omega t)} + c. c., \quad (35)$$

که در آن دامنه $\psi(x, t)$ از معادله شرودینگر غیرخطی زیر تبعیت می‌کند، می‌توانیم معادله (۳۲) را حل کنیم [۱۳]

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + P \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + Q |\psi|^2 \psi = 0, \quad (36)$$

¹ Ponderomotive

که برای به دست آوردن معادله فوق از تبدیل گالیه $\xi = x - v_g t$ و $\tau = t$ که در چارچوبی که با سرعت گروه حرکت می‌کند، استفاده شده است [۱۳].

ناپایداری مدولاسیونی

صرف‌نظر از علامت P/Q ، دامنه موج جواب معادله (۳۶) به صورت موج تخت $\psi(\xi, \tau) = \psi_0 \exp(iQ|\psi_0|^2 \tau)$ تحول می‌یابد. برای بررسی ناپایداری موج تخت، اگر یک دامنه اختلال کوچک که با بزرگی ρ ، فرکانس کوچک $\tilde{\omega} \ll \omega$ و همچنین عدد موج کوچک $\tilde{k} \ll k$ در نظر گرفته شود، میتوان به رابطه پاشندگی زیر رسید

$$\tilde{\omega}^2 = P^2 \tilde{k}^2 \left(\tilde{k}^2 - 2 \frac{Q}{P} |\rho|^2 \right), \quad (37)$$

از رابطه بالا در می‌یابیم در صورتی که $P/Q < 0$ باشد موج تخت پایدار است و در صورتی که $P/Q > 0$ باشد، ممکن است موج تخت ناپایداری مدولاسیونی (MI) را تجربه کند. نرخ رشد ناپایداری برای $\tilde{k} = |\rho| \sqrt{Q/P} = k_0$ بیشینه است و برابر با $Q|\rho|^2$ بوده و از صفر تا مقدار $\tilde{k} = \sqrt{2}|\rho| \sqrt{Q/P}$ منتشر می‌شود [۲۹، ۳۰]. به غیر از جواب‌های موج تخت، معادله (۳۶)، جواب‌های سالیونی جایگزیده نیز دارد. بسته به علامت ضرب P/Q ، می‌تواند سالیون روشن و یا تاریک باشد [۲۹-۳۱]. به طور فیزیکی، پتانسیل برداری زیر را در نظر می‌گیریم:

$$A_1^{(1)} = \psi_0 e^{i(kx - \omega t + \theta)} + c.c., \quad (38)$$

که در آن ψ_0 تغییرات دامنه کوچک بوده و θ از جایگذاری $\psi = \psi_0 \exp(\theta)$ در رابطه (۳۶) به دست می‌آید. همچنین به همین روش می‌توانیم نوع سالیون (روشن یا تاریک) را نیز تعیین کنیم. جواب سالیون روشن معادله شرودینگر غیرخطی (۳۶) که با سرعت ثابت u_g حرکت می‌کند، به صورت زیر است [۱۳-۲۹-۳۱]:

$$\psi_0 = \rho_0 \operatorname{sech} \left(\frac{\xi - u_g \tau}{L} \right), \quad (39)$$

$$\theta = \frac{1}{2P} \left[u_g \xi - \left(PQ\rho_0^2 + \frac{1}{2} u_g^2 \right) \tau \right], \quad (40)$$

که در آن L عرض سالیون بوده که متناسب با عکس دامنه ρ_0 است و رابطه $L\rho_0 = \sqrt{2P/Q} = \text{constant}$ بین آنها برقرار است. مجدداً یادآوری می‌شود که پارامترهای ذکر شده در رابطه (۴۰)، به صورت P ضریب پاشندگی، Q ضریب غیرخطی، ρ_0 دامنه سالیون، L عرض سالیون و u_g سرعت سالیون تعریف می‌شوند. یکی از ویژگی‌های اساسی این نوع سالیون این است که دامنه مستقل از سرعت پوش u_g است. برای جواب سالیون تاریک رابطه تحلیلی زیر به دست می‌آید [۱۳، ۲۹-۳۱]:

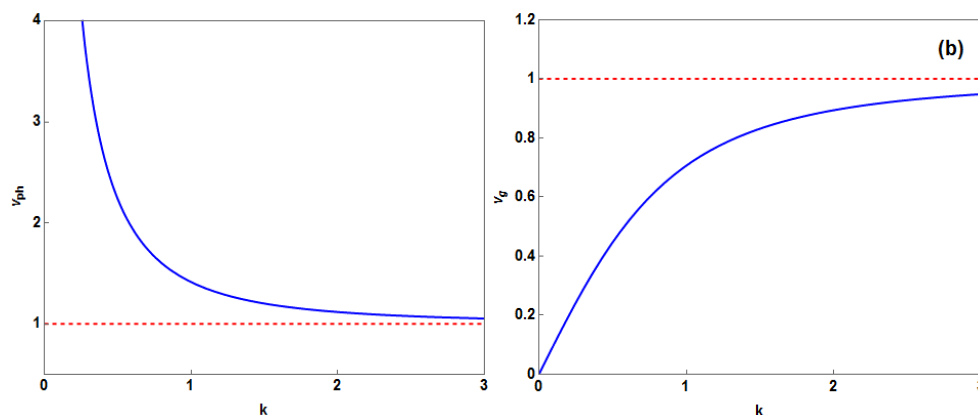
$$\psi_0 = \rho_0 \left| \tanh \left(\frac{\xi - u_s \tau}{L'} \right) \right|, \quad (41)$$

$$\theta = \frac{1}{2P} \left[u_s \xi + \left(PQ\rho_0^2 - \frac{1}{2}u_s^2 \right) \tau \right], \quad (42)$$

نتیجه گیری

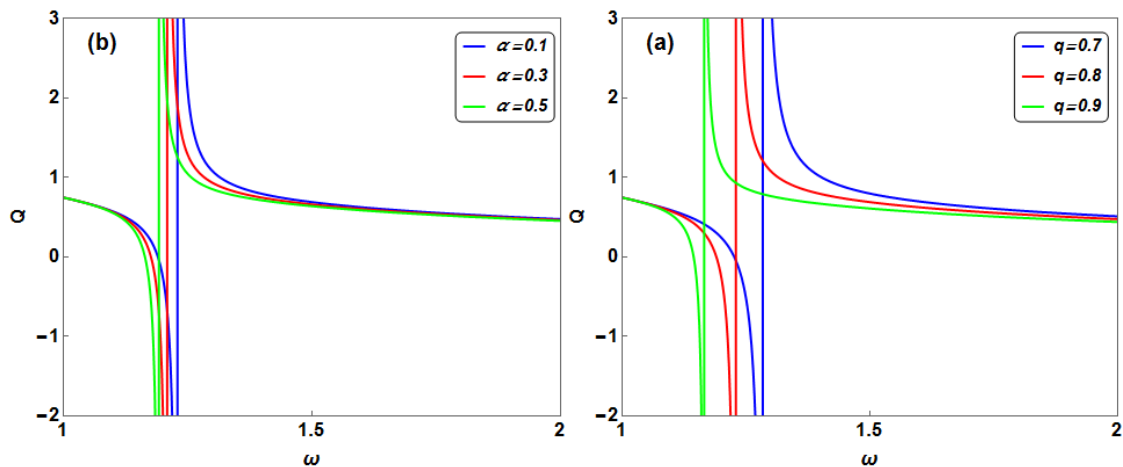
در این مقاله با درنظر گرفتن یک پلاسمای دو مؤلفه‌ای غیربرخوردی و غیرمغناطیسی، شامل الکترون‌های غیرتعادلی و یون‌های سنگین به عنوان یک زمینه با بار مثبت، برهمکنش یک پالس لیزری قوی بر این محیط پلازما بررسی شده است. سپس با استفاده از روش اختلال مقیاس چندگانه معادله غیرخطی حاکم بر انتشار این موج و جواب‌های آن ارائه شده است. کوپل‌شدگی بین موج الکترومغناطیسی عرضی و موج پلازما موجب تشکیل سالیتون الکترومغناطیسی می‌شود.

در شکل (۱)، نمودار سرعت فاز (v_{ph} یا معادله ۲۲) و سرعت گروه (v_g یا معادله ۲۶) بر حسب عدد موج (k) رسم شده‌اند. باید خاطر نشان کرد که این سرعت‌ها به سرعت نور (به روابط ۶ مراجعه شود) نرمالایز شده‌اند. همان‌طور که از شکل متوجه می‌شویم و با توجه به تعاریف معادلات (۲۲) و (۲۶) این سرعت‌ها مستقل از پارامتر نافزونور پلازما (q) و یا نسبت الکترون‌های غیرتعادلی (α) هستند. اگرچه در حد عدد موج زیاد، سرعت فاز و سرعت گروه با توجه به شکل (۱) به سمت عدد ۱ (که همان سرعت نور است) میل می‌کنند، اما رفتار این سرعت‌ها با هم متفاوت هستند. به این صورت که، با افزایش عدد موج سرعت فاز از مقادیر زیاد به سمت مقدار یک کاهش یافته ولی سرعت گروه به سمت مقدار یک افزایش می‌یابد. از آنجایی که این تعاریف برای تمامی مدها به دست آمده یکسان هستند؛ لذا این رفتار برای همه مدها اتفاق می‌افتد.



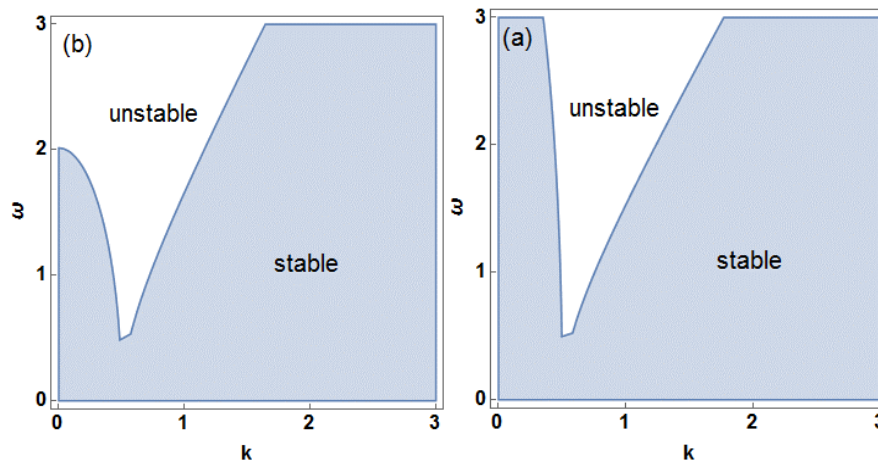
شکل ۱. نمودار سرعت فاز (v_{ph}) و سرعت گروه (v_g) بر حسب عدد موج

سمت چپ شکل (۱)، نمودار ضریب غیرخطی معادله شرودینگر (Q) نسبت به فرکانس بهنجار شده (ω) برای مقادیر مختلف پارامتر نافزونور در پلاسما (q) رسم شده است. با انتخاب مقدار ثابتی برای $\alpha = 0.15$ (نسبت الکترون‌های غیرتعادلی) و $k_B T_e = 1 \text{ MeV}$ مشخص می‌شود که هر چه مقدار q افزایش می‌یابد، مقدار ضریب غیرخطی کاهش می‌یابد. سمت راست شکل (۲)، نمودار Q نسبت به فرکانس بهنجار شده (ω) برای مقادیر مختلف پارامتر α رسم شده است. با انتخاب مقدار ثابتی برای $q = 0.8$ و $k_B T_e = 1 \text{ MeV}$ مشخص می‌شود که هر چه مقدار α افزایش می‌یابد، مقدار ضریب غیرخطی کاهش می‌یابد.



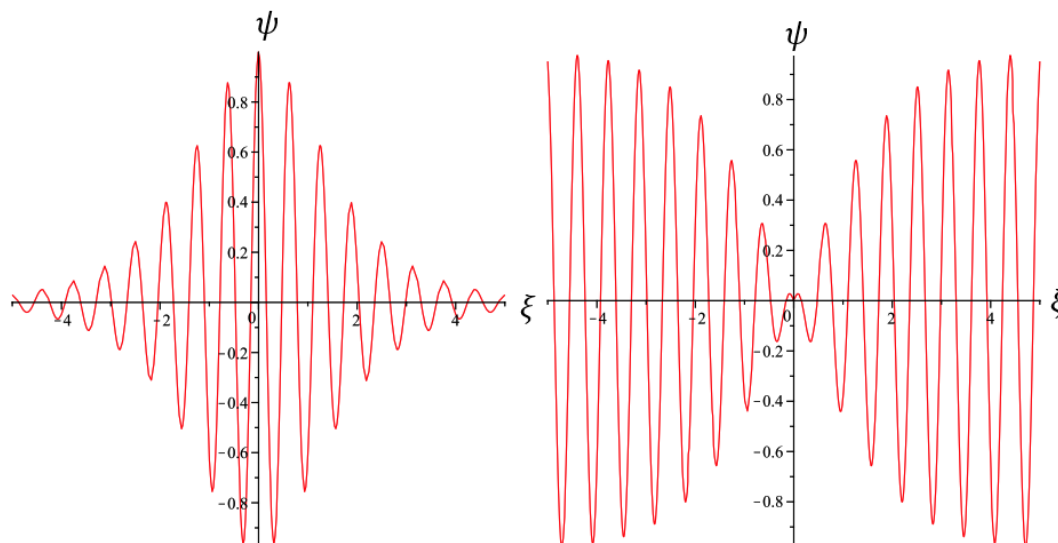
شکل ۲. تغییرات ضریب غیرخطی Q برحسب فرکانس ω برای سه مقدار متفاوت q وقتی $\alpha = 0.15$ ثابت باشد (شکل چپ) و برای سه مقدار متفاوت α وقتی $q = 0.8$ ثابت در نظر گرفته شود (شکل راست)

از رابطه (۳۷) در می‌یابیم که تعیین علامت P/Q مهم است. بلاواقع، اگر $P/Q < 0$ باشد موج تخت پایدار بوده و در صورتی که $P/Q > 0$ باشد، ممکن است موج تخت میرا شود. لذا با رسم نمودار P/Q سعی می‌شود، منطقه جواب‌ها را برای هر دو دسته پایدار و ناپایدار به دست آورد. که با توجه به تابعیت ضرایب پاشندگی و غیرخطی به پارامترهای پلاسما، این مناطق می‌توانند تغییر کنند. منطقه پایداری و ناپایداری امواج غیرخطی در شکل (۳) برای مقادیر متفاوت پارامتر نافزونور (q) و نسبت الکترون‌های غیرحرارتی (α) رسم شده است. منطقه پایدار با رنگ تیره و منطقه ناپایدار با رنگ روشن در شکل مشخص شده است. از شکل زیر واضح است که با افزایش پارامتر نافزونور از $q = 0.6$ به $q = 0.9$ مقدار منطقه پایدار کوچک‌تر و به سمت منطقه پایدار کشیده می‌شود.



شکل ۳. رسم منطقه پایداری و ناپایداری امواج غیرخطی برای مقادیر متفاوت (چپ) $q = 0.6$ و (راست) $q = 0.9$ وقتی $\alpha = 0.15$ باشد.

جواب سالیتون‌های روشن و تاریک معادله (۳۶) در شکل (۴) رسم شده است. برای رسم شکل سمت چپ (سالیتون تاریک) از شرط $P/Q > 0$ و جواب (۳۸) به شرطی که (۳۹) و (۴۰) برقرار باشد استفاده کرده‌ایم. همین‌طور برای شکل سمت راست (سالیتون روشن) از شرط $P/Q < 0$ و جواب (۳۸) به شرطی که (۴۱) و (۴۲) برقرار باشد استفاده کرده ایم. محور افقی پارامتر مکان تبدیل یافته (ξ) و محور عمودی تابع $\psi(x, 0)$ است. برای رسم جواب‌های روشن و تاریک، سعی شده است که تغییرات فضایی یک پالس به طور کامل در نظر گرفته شود.



شکل ۴. رسم جواب‌های سالیتونی معادلهٔ شرودینگر غیرخطی (۳۶) سالیتون روشن (شکل راست) و سالیتون تاریک (شکل چپ)

منابع

1. A.I. Akhiezer, R. Polovin, Soviet Phys. JETP **3**, (1956).
2. E. Heidari, M. Aslaninejad, H. Eshraghi, L. Rajaei, Phys. Plasmas **21**, 032305 (2014).
3. Y. Kominis, Phys. Rev. A **87**, 063849 (2013).
4. G. Williams, I. Kourakis, F. Verheest, M.A. Hellberg, Phys. Rev. E **88**, 023103 (2013).
5. F. Haas, S. Mahmood, Phys. Rev. E **94**, 033212 (2016).
6. G. Sánchez-Arriaga, E. Siminos, V. Saxena, I. Kourakis, Phys. Rev. E **91**, 033102 (2015).
7. D. Farina, S.V. Bulanov, Plasma Phys. Control. Fusion **47**, A73 (2005).
8. A. Abdikian, Phys. Plasmas **24**, 052123 (2017).
9. D. Farina, S. Bulanov, Phys. Rev. Lett. **86**, 5289 (2001).
10. L. Hadzievski, A. Mancic, M. Skoric, Publications de l'Observatoire Astronomique de Beograd **82**, 101 (2007).
11. V. Saxena, A. Das, A. Sen, P. Kaw, Phys. Plasmas **13**, 032309 (2006).
12. V. Saxena, I. Kourakis, G. Sanchez-Arriaga, E. Siminos, Phys. Lett. A **377**, 473 (2013).
13. J. Borhanian, I. Kourakis, S. Sobhanian, Phys. Lett. A **373**, 3667 (2009).
14. H.B. Qiu, H.Y. Song, S.-B. Liu, Phys. Plasmas **22**, 092128 (2015).
15. L. Rios, R. Galvao, Phys. Plasmas **17**, 042116 (2010).
16. R. Bostrom, IEEE Trans. Plasma Sci. **20**, 756 (1992).
17. P. Dovner, A. Eriksson, R. Boström, B. Holback, Geophys. Res. Lett. **21**, 1827 (1994).
18. G. Gloeckler, J. Geiss, Space Sci. Rev. **86**, 127-159 (1998).
19. B. Mauk, D. Mitchell, R. McEntire, C. Paranicas, E. Roelof, D. Williams, S. Krimigis, A. Lagg, J. Geophys. Res. **109**, (2004).
20. E. Lutz, F. Renzoni, Nature Physics **9**, 615 (2013).
21. R. Cairns, A. Mamum, R. Bingham, R. Boström, R. Dendy, C. Nairn, P. Shukla, Geophys. Res. Lett. **22**, 2709 (1995).
22. V. Latora, A. Rapisarda, C. Tsallis, Phys. Rev. E **64**, 056134 (2001).

23. V. Latora, A. Rapisarda, C. Tsallis, *Physica A* **305**, 129 (2002).
24. R. Amour, M. Tribeche, P.K. Shukla, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 287 (2012).
25. P. Douglas, S. Bergamini, F. Renzoni, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 110601 (2006).
26. L.A. Gougam, M. Tribeche, *Astrophys. Space. Sci.* **331**, 181 (2011).
27. H.R. Pakzad, *Astrophys. Space Sci.* **333**, 247 (2011).
28. J. Borhanian, *Phys. Lett. A* **6**, 595 (2015).
29. T. Dauxois, M. Peyrard, *Physics of solitons*, (Cambridge University Press, 2006).
30. A. Abdikian, S. Ismaeel, *Eur. Phys. J. Plus* **132**, 368 (2017).
31. R. Fedele, H. Schamel, *Eur. Phy. J. B* **27**, 313 (2002).