

درهم‌تنیدگی دو اتم سه‌ترازی در یک کاواک در حضور واکوکی و اتلاف

محمد راه‌پیما^۱، محمدجواد فقیهی^{۱*}، حمیدرضا باغشاهی^{۲،۳}

^۱گروه فوتونیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان

^۲گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان، رفسنجان

^۳گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی و اطلاعات کوانتومی، دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان، رفسنجان

چکیده

اطلاعات مقاله

در این مقاله برهم‌کنش بین دو اتم سه‌ترازی نوع Λ و یک میدان تک‌مد، در حضور پارامترهای واکوکی و اثرات اتلافی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن حالت اولیه سامانه (دو اتم در حالت برانگیخته و میدان در حالت همدوس)، بردار حالت سامانه در حالت تشدید و نبود اثرات اتلافی به صورت تحلیلی، و در حالت غیرتشدید و حضور اثرات اتلافی به صورت عددی به دست می‌آید. سپس، مقدار درهم‌تنیدگی بین دو اتم و میدان با استفاده از سنجه آنتروپی خطی و بین دو اتم با استفاده از سنجه منفیت مورد بررسی می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهند که رفتار سنجه‌های درهم‌تنیدگی به تنظیم پارامترهای سامانه وابسته بوده و با تغییر شرایط تشدید و شدت اتلاف می‌توان بیشینه و ماندگاری آن‌ها را کنترل کرد.

واژگان کلیدی: اتم سه‌ترازی، پارامتر واکوکی، اثر اتلافی، درهم‌تنیدگی، آنتروپی خطی، منفیت

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۱/۲۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳

تاریخ چاپ: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸

شابای چاپی: 2588-493x
شابای الکترونیکی: 2588-4921

* نویسنده مسئول
mj.faghihi@kgut.ac.ir



سخت‌افزاری رایانه‌ها و شبکه‌های کوانتومی جایگاه ویژه‌ای یافته است. یکی از مدل‌های مهم برای بررسی درهم‌تنیدگی بین اتم و میدان مدل کاملاً کوانتومی جینز-کامینگز است. مدل جینز-کامینگز، برهم‌کنش یک اتم دوترازی با یک میدان تک‌مد با در نظر گرفتن تقریب‌های دوقطبی الکتریکی و موج چرخان را توصیف می‌کند [۵ و ۴]. از جمله ویژگی‌های این مدل می‌توان به سادگی، حل تحلیلی، و همچنین تعمیم‌پذیری آن اشاره نمود. از جمله تعمیم‌های این مدل می‌توان به در نظر گرفتن چند اتم به جای یک اتم [۶]، چندمد به جای

۱- مقدمه

درهم‌تنیدگی کوانتومی یکی از بنیادی‌ترین پدیده‌های مکانیک کوانتومی است که نقشی کلیدی در توسعه نظریه‌های اطلاعات کوانتومی، ارتباطات امن کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی، دوربری کوانتومی و غیره ایفا می‌کند [۱-۳]. بررسی دینامیک درهم‌تنیدگی در سامانه‌های اتمی و نوری نه تنها از دیدگاه بنیادین اهمیت دارد، بلکه از نظر کاربردی نیز در طراحی اجزای

تک‌مُد [۷]، چندترازی به جای دوترازی [۸]، و جفت‌شدگی وابسته به شدت به جای جفت‌شدگی ثابت [۹] اشاره نمود.

در میان تعمیم‌های مدل جینز-کامینگز در نظر گرفتن سامانه‌های چندترازی، به دلیل غنای ساختاری و توانایی توصیف طیف گسترده‌ای از فرایندهای فیزیکی، توجه فراوانی را به خود جلب کرده‌اند. در واقع با استفاده از اتم‌های چندترازی به جای اتم دوترازی بدون افزایش منابع فیزیکی و با زیاد شدن ترازهای اتمی، بُعد فضای هیلبرت افزایش می‌یابد و می‌تواند باعث افزایش درهم‌تنیدگی شود [۱۰]. از سوی دیگر اتم‌های چندترازی علاوه بر کاربردهای فراوان در زمینه اطلاعات و محاسبات کوانتومی، کاربردهای فراوانی در دیگر پدیده‌های فیزیکی از قبیل شفافیت القایی الکترومغناطیسی، لیزر بدون وارونی جمعیت و زنش کوانتومی دارند [۱۱ و ۱۲]. در میان اتم‌های چندترازی، با استفاده از اتم‌های سه‌ترازی که در سه نوع V ، Λ و Ξ یافت می‌شوند، می‌توان طیف گسترده‌ای از پدیده‌های کوانتومی را شبیه‌سازی و مطالعه کرد. از طرفی، این اتم‌ها ابزاری کلیدی در تحقق کاربردهایی همچون حافظه‌های کوانتومی، پردازش اطلاعات کوانتومی و سامانه‌های هیبریدی فوتون-مگنون به‌شمار می‌آیند [۱۳ و ۱۴]. بدین ترتیب، مطالعه اتم‌های سه‌ترازی نه تنها افق‌های تازه‌ای در درک برهم‌کنش نور و ماده می‌گشاید، بلکه زمینه‌ساز توسعه فناوری‌های نوین کوانتومی نیز خواهد بود.

از سوی دیگر و در ارتباط مستقیم با مطالعه حاضر، پارامتر واکوکی در مدل جینز-کامینگز و تعمیم‌های آن نقشی اساسی در تعیین دینامیک برهم‌کنش اتم و میدان ایفا می‌کند. در حالت تشدید، بیشینه تبادل انرژی میان اتم و میدان رخ داده و نوسانات رابی به‌طور کامل ظاهر می‌شوند، در حالی که حضور پارامتر واکوکی باعث کاهش دامنه نوسانات و بروز پدیده‌هایی

نظیر فروافت و بازیافت نوسان‌ها در وارونی جمعیت اتمی و جابه‌جایی استارک دینامیکی می‌گردد [۱۵]. این پارامتر علاوه بر آن که امکان مدل‌سازی شرایط واقعی آزمایشگاهی را فراهم می‌آورد، ابزاری کارآمد برای کنترل و مهندسی درهم‌تنیدگی در سامانه‌های چنداتمی و چندترازی به‌شمار می‌رود. از این‌رو، واکوکی کمیتی بنیادی در طراحی و تحلیل سامانه‌های کوانتومی و کاربردهای نوین آن‌ها از جمله حافظه‌های کوانتومی محسوب می‌شود.

از طرف دیگر، همه سامانه‌های کوانتومی به‌طور اجتناب‌ناپذیری با محیط اطراف خود برهم‌کنش می‌کنند و بنابراین در نظر گرفتن نقش اتلاف در این سامانه‌ها حائز اهمیت است. در سامانه‌های برهم‌کنشی اتم-میدان نیز وجود اتلاف نقش تعیین‌کننده‌ای در دینامیک سامانه دارد. اتلاف در این سامانه‌ها عمدتاً ناشی از گسیل خودبه‌خودی و انتقال جمعیت از تراز برانگیخته به تراز پایینی اتمی، و یا ناشی از تلفات میدان کاواک به دلیل نشتی آینه‌ها است که می‌توانند باعث کاهش همدوسی اتمی، درهم‌تنیدگی بین اتم و میدان، کاهش تعداد فوتون‌ها و افت شدت میدان شوند.

در چارچوب سامانه‌های کوانتومی باز، برهم‌کنش با محیط و حضور اثرات اتلافی عموماً می‌تواند به تخریب هم‌بستگی‌های کوانتومی بین زیرسامانه‌ها بینجامد. در این میان، پدیده مرگ ناگهانی درهم‌تنیدگی^۱ به وضعیتی اطلاق می‌شود که در آن درهم‌تنیدگی در یک زمان متناهی به‌طور کامل از بین می‌رود، نه اینکه صرفاً به‌صورت مجانبی کاهش یابد [۱۶-۱۹]. مطالعات زیادی نشان داده‌اند که این رفتار از ویژگی‌های مهم دینامیک درهم‌تنیدگی در حضور واهمدوسی است و به نوع محیط، شدت اتلاف و ساختار برهم‌کنش سامانه-محیط بستگی دارد. بنابراین، شناخت سازوکارهای مؤثر بر این پدیده و یافتن

¹Entanglement sudden death

راهکارهایی برای کنترل آن، حائز اهمیت است [۱۸ و ۱۹]. لازم به ذکر است که در همه موارد، اتلاف به عنوان یک عامل محدودکننده نیست، بلکه در بسیاری از کاربردهای مدرن، از جمله مهندسی حالت‌های پایدار، خنک‌سازی لیزری و کنترل انسداد جمعیتی، به عنوان ابزاری کارآمد به کار گرفته می‌شود. در نتیجه، وجود اتلاف برای تحلیل دقیق سامانه‌های اتم-میدان و طراحی فناوری‌های کوانتومی مانند کیوبیت‌های ابررسانا، اتم‌های سرد در کاواک اپتیکی و سامانه‌های هیبریدی فوتون-مگنون ضروری است [۲۰].

به منظور اشاره به پاره‌ای از کارهای انجام‌شده در این زمینه، لازم به ذکر است که برهم‌کنش بین یک اتم سه‌ترازوی نوع Λ با یک میدان تک‌مد در حضور اثر کر غیرخطی و اتلاف‌های مربوط به اتم و میدان، در مرجع [۲۱] مطالعه شده است. در این پژوهش، رفتار دینامیکی سامانه از طریق پارامترهایی چون همدوسی اتمی، آنتروپی فون-نویمن، پارامتر مندل و چلاندرگی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. همچنین در مرجع [۲۲]، دینامیک درهم‌تنیدگی بین اتم و میدان در برهم‌کنش یک اتم چهارترازی لوزی‌شکل با یک میدان تک‌مد در حضور گسیل خودبه‌خودی ترازهای اتمی و بررسی شده است. در این مطالعه نشان داده شده است که اتلاف و واکوکی بر دینامیک درهم‌تنیدگی تأثیر می‌گذارد. شایان ذکر است که در پژوهش حاضر، برخلاف مطالعات پیشین در مراجع [۲۱] و [۲۲]، که در آن‌ها به ترتیب تنها یک اتم سه‌ترازوی و یک اتم چهارترازی (سامانه‌های تک‌اتمی) با میدان کاواک در برهم‌کنش بودند، دو اتم سه‌ترازوی (سامانه دواتمی) با میدان کاواک برهم‌کنش می‌کنند. از جمله مزایای استفاده از دو اتم (در این جا سه‌ترازوی به جای یک اتم، می‌توان به ایجاد درهم‌تنیدگی اتم-اتم و هم‌چنین درهم‌تنیدگی سه‌گانه دواتم-میدان اشاره کرد. این درهم‌تنیدگی‌ها برای استفاده در موضوعات مرتبط با محاسبات کوانتومی و انتقال اطلاعات کوانتومی از اهمیت ویژه‌ای

برخوردار هستند. علاوه بر این، وجود دو اتم سه‌ترازوی فضای برداری گسترده‌تری را فراهم می‌آورد که امکان ایجاد حالت‌های برهم‌نهی بیشتری را مقدور می‌سازد و در نتیجه، ظرفیت رمزگذاری اطلاعات کوانتومی را افزایش می‌دهد.

با توجه به مباحث بالا، این مقاله به بررسی برهم‌کنش بین دو اتم سه‌ترازوی نوع Λ و یک میدان کوانتیده تک‌مد در حضور پارامترهای واکوکی و انواع مختلف اتلاف شامل اتلاف‌های اتمی و اتلاف میدان می‌پردازد. سپس، درهم‌تنیدگی بین دو اتم با مد میدان با استفاده از سنج آنتروپی خطی، و درهم‌تنیدگی بین دو اتم با استفاده از سنج منفیت محاسبه می‌شود و تأثیر پارامترهای درگیر در واکنش بر روی آن‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

هم‌چنین، در مورد اهمیت سامانه مورد مطالعه قابل ذکر است که سامانه‌های دو اتم سه‌ترازوی در برهم‌کنش با یک میدان تک‌مد، به عنوان یکی از ساده‌ترین ساختارهای هیبریدی برای بررسی رفتارهای غیرکلاسیکی، بستری مناسب جهت مطالعه فرایندهایی نظیر تولید درهم‌تنیدگی، نوسانات جمعیتی و دینامیک اتلافی فراهم می‌آورند. این مدل‌ها علاوه بر شبیه‌سازی شرایط واقع‌بینانه در آزمایش‌های اپتیکی، امکان تحلیل دقیق‌تر از تأثیر پارامترهایی همچون واکوکی و اتلاف را نیز فراهم می‌سازند.

ساختار مقاله حاضر بدین صورت است که در بخش بعدی بعد از معرفی سامانه و هامیلتونی مربوط به آن، بردار حالت کل سامانه به صورت تحلیلی (در غیاب اتلاف و واکوکی)، و به صورت عددی (در حضور اتلاف و واکوکی) به دست می‌آید. پس از آن درهم‌تنیدگی بین دو اتم و میدان با استفاده از سنج آنتروپی خطی، و درهم‌تنیدگی بین دو اتم با استفاده از سنج منفیت محاسبه می‌گردد و رفتار آن‌ها در حالت‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. نهایتاً در بخش آخر خلاصه نتایج آورده می‌شود.

۲- توصیف سامانه و مدل‌بندی فیزیکی آن

هامیلتونی هرمیتی برهم‌کنش دو اتم سه‌ترازی نوع A با ترازهای $|1\rangle$ ، $|2\rangle$ و $|3\rangle$ و بسامدهای اتمی ω_1 ، ω_2 و ω_3 ($\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$) با یک میدان تک‌مد در تصویر برهم‌کنش به صورت محاسبه می‌شود

$$\hat{H}_I = g_1 \sum_{j=1}^2 \left(\hat{\sigma}_{12}^{(j)} \hat{a} e^{i\Delta_1 t} + \hat{\sigma}_{21}^{(j)} \hat{a}^\dagger e^{-i\Delta_1 t} \right) + g_2 \sum_{j=1}^2 \left(\hat{\sigma}_{13}^{(j)} \hat{a} e^{i\Delta_2 t} + \hat{\sigma}_{31}^{(j)} \hat{a}^\dagger e^{-i\Delta_2 t} \right) \quad (1)$$

به‌طوری‌که $\hat{\sigma}_{ik} = |i\rangle\langle k|$ عملگرهای بالابرنده و پایین‌برنده اتمی، g_1 و g_2 ثابت‌های جفت‌شدگی اتم و میدان، $\hat{a}$ و $\hat{a}^\dagger$ عملگرهای نابودی و آفرینش مربوط به میدان، و $j=1,2$ اندیس شمارنده اتم‌ها هستند. همچنین $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_2 - \Omega$ و $\Delta_2 = \omega_1 - \omega_3 - \Omega$ پارامترهای واکوکی بین دو گذار اتمی و بسامد میدان (Ω) هستند.

در این‌جا ذکر این نکته در مورد اتم‌های سه‌ترازی مورد بررسی آموزنده است که اتم روبیدیوم (Rb) با ترازهای انرژی $|1\rangle \equiv 5P_{3/2}$ ، $|2\rangle \equiv 5D_{5/2}$ و $|3\rangle \equiv 5S_{1/2}$ می‌تواند به‌طور مناسب آرایش اتم سه‌ترازی نوع Λ را ایجاد کند. در این پیکربندی، تراز $|3\rangle$ حالت پایه است، تراز $|2\rangle$ شبه‌پایدار است و مقادیر سایر نرخ‌ها و فرکانس‌ها با نرخ واپاشی این تراز شبه‌پایدار (حدود ۱ مگاهرتز) مقیاس‌بندی می‌شود. آهنگ‌های واپاشی بدون بُعد شده برای ترازهای $|1\rangle$ و $|2\rangle$ به ترتیب $\Gamma_1 = \Gamma_p = 0.6$ و $\Gamma_2 = \Gamma_D = 0.1$ ، و برای تراز $|3\rangle$ که تراز پایه است و واپاشی ندارد برابر $\Gamma_3 = \Gamma_s = 0$ است [۲۳].

در ادامه، با در نظر گرفتن اتلاف مربوط به کاواک و همچنین اتلاف مربوط به اتم‌ها ناشی از گسیل خودبه‌خودی، هامیلتونی جدید سامانه به شکل زیر در می‌آید:

$$\hat{H}_I = \hat{H}_I + \hat{H}_{loss}, \quad (2)$$

$$\hat{H}_{loss} = -\frac{i}{2} \kappa \hat{a}^\dagger \hat{a} - \frac{i}{2} \sum_{j,k=1}^2 \Gamma_k \hat{\sigma}_{kk}^{(j)},$$

که در آن Γ_k ($k=1,2$) آهنگ‌های واپاشی اتمی و κ آهنگ نشت فوتون از کاواک را نشان می‌دهند.

در این‌جا مناسب است توضیحاتی درباره هامیلتونی رابطه (۲) ارائه شود. در اپتیک کوانتومی، برای بررسی سامانه‌های کوانتومی باز و مطالعه اثرات اتلاف‌های اتمی و میدانی، معمولاً از معادله اصلی^۲ مبتنی بر عملگر چگالی استفاده می‌شود [۲۴]. با این حال، ارائه حل تحلیلی دقیق برای چنین سامانه‌های اتلافی، در بسیاری از موارد با پیچیدگی‌های قابل توجهی همراه است. به‌ویژه در سامانه‌های اتم-میدان شامل واپاشی‌های اتمی و اتلاف کاواک، عدد برانگیختگی^۳ دیگر کمیتی پایسته نیست و میان حالت‌هایی با تعداد برانگیختگی متفاوت، جفت‌شدگی دینامیکی برقرار می‌شود [۲۵]. این موضوع نشان می‌دهد که سامانه با یک مخزن خارجی از درجات آزادی در برهم‌کنش است و برانگیختگی‌ها می‌توانند به محیط نشت کنند.

از این‌رو، به‌منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی و در عین حال حفظ ویژگی‌های اصلی فیزیکی سامانه، از رویکردی موسوم به روش مسیر کوانتومی^۴ استفاده می‌شود. در این روش، به‌جای استفاده مستقیم از معادله اصلی، یک هامیلتونی غیرهرمیتی برای توصیف سامانه کوانتومی باز در نظر گرفته می‌شود که اثرات اتلافی را نیز در بر می‌گیرد [۲۶-۲۸]. در نتیجه، دینامیک سامانه از طریق حل معادله شرودینگر وابسته به زمان قابل بررسی خواهد بود و بردار حالت سامانه اطلاعات کافی را

^۴Quantum trajectory method

^۲Master equation

^۳Excitation number

$$\begin{aligned} i\dot{C}_1(n,t) = & 2g_1\sqrt{n+1}e^{i\Delta_1 t}C_2(n,t) \\ & + 2g_2\sqrt{n+1}e^{i\Delta_2 t}C_3(n,t) \\ & - i\left(\frac{n\kappa}{2} + \Gamma_1\right)C_1(n,t), \end{aligned} \quad (۱-۵)$$

$$\begin{aligned} i\dot{C}_2(n,t) = & g_1\sqrt{n+1}e^{-i\Delta_1 t}C_1(n,t) \\ & + g_2\sqrt{n+2}e^{i\Delta_2 t}C_4(n,t) \\ & + g_1\sqrt{n+2}e^{i\Delta_1 t}C_5(n,t) \\ & - i\left(\frac{(n+1)\kappa}{2} + \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)\right)C_2(n,t) \end{aligned} \quad (۲-۵)$$

$$\begin{aligned} i\dot{C}_3(n,t) = & g_2\sqrt{n+1}e^{-i\Delta_2 t}C_1(n,t) \\ & + g_1\sqrt{n+2}e^{i\Delta_1 t}C_4(n,t) \\ & + g_2\sqrt{n+2}e^{i\Delta_2 t}C_6(n,t) \\ & - i\left(\frac{(n+1)\kappa}{2} + \frac{\Gamma_1}{2}\right)C_3(n,t) \end{aligned} \quad (۳-۵)$$

$$\begin{aligned} i\dot{C}_4(n,t) = & g_2\sqrt{n+2}e^{-i\Delta_2 t}C_2(n,t) \\ & + g_1\sqrt{n+2}e^{-i\Delta_1 t}C_3(n,t) \\ & - i\left(\frac{(n+2)\kappa}{2} + \frac{\Gamma_2}{2}\right)C_4(n,t) \end{aligned} \quad (۴-۵)$$

$$\begin{aligned} i\dot{C}_5(n,t) = & 2g_1\sqrt{n+2}e^{-i\Delta_1 t}C_2(n,t) \\ & - i\left(\frac{(n+2)\kappa}{2} + \Gamma_2\right)C_5(n,t) \end{aligned} \quad (۵-۵)$$

$$\begin{aligned} i\dot{C}_6(n,t) = & 2g_2\sqrt{n+2}e^{-i\Delta_2 t}C_3(n,t) \\ & - \frac{i(n+2)\kappa}{2}C_6(n,t) \end{aligned} \quad (۶-۵)$$

معادلات جفت‌شده بالا را می‌توان در دو حالت مختلف حل نمود که در ادامه انجام خواهد شد.

۲-۱- حالت اول: در حالت تشدید و نبود اتلاف

با در نظر گرفتن شرایط $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ ، $g_1 = g_2 = g$ و در غیاب اثرات اتلافی ($\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0 = \kappa$)، معادلات جفت‌شده (۱-۵) تا (۶-۵) حل تحلیلی دارند. با استفاده از روش تبدیل لاپلاس و انجام محاسبات طولانی، ضرایب معرف دامنه احتمال به صورت زیر در می‌آیند:

درباره رفتار سامانه کوانتومی باز فراهم می‌آورد. افزون بر این، استفاده از هامیلتونی غیرهرمیتی همراه با صرف نظر کردن از درجات آزادی نامحدود مخزن، موجب می‌شود از محاسبات حجیم و پیچیده معادله اصلی اجتناب شود [۲۹].

این تقریب، علاوه بر ساده‌سازی محاسبات، امکان مطالعه تحلیلی بسیاری از ویژگی‌های فیزیکی سامانه، به‌ویژه رفتارهای غیرکلاسیکی نظیر پدیده فروریزش-بازآفرینش را فراهم می‌سازد. همچنین، نتایج مطالعات پیشین نشان داده‌اند که جواب‌های تحلیلی حاصل از روش مسیر کوانتومی، تطابق بسیار مطلوبی با نتایج عددی به‌دست آمده از معادله اصلی دارند [۳۰-۳۲].

حال، با فرض اینکه در لحظه ابتدایی برهم‌کنش دو اتم در حالت برانگیخته و مد میدان در حالت همدوس باشند، حالت اولیه کل سامانه به صورت زیر خواهد بود:

$$|\psi(t=0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n |1,1,n\rangle, \quad c_n = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}, \quad (۳)$$

به‌طوری‌که $|\alpha|^2$ متوسط تعداد فوتون‌ها در حالت همدوس است. با در نظر گرفتن هامیلتونی سامانه در رابطه (۲) و بردار حالت اولیه آن در رابطه (۳)، بردار حالت کل سامانه در هر لحظه دلخواه به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} [C_1(n,t)|1,1,n\rangle \\ & + C_2(n,t)(|1,2,n+1\rangle + |2,1,n+1\rangle) \\ & + C_3(n,t)(|1,3,n+1\rangle + |3,1,n+1\rangle) \\ & + C_4(n,t)(|2,3,n+2\rangle + |3,2,n+2\rangle) \\ & + C_5(n,t)|2,2,n+2\rangle + C_6(n,t)|3,3,n+2\rangle], \end{aligned} \quad (۴)$$

که در آن $C_i(n,t)$ ($i=1,2,\dots,6$) ضرایب معرف دامنه احتمال هستند که باید مشخص شوند. با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان، $i\partial|\psi(t)\rangle/\partial t = \hat{H}_I|\psi(t)\rangle$ ، معادلات جفت‌شده زیر برای $C_i(n,t)$ ها حاصل می‌شوند

با داشتن بردار حالت کل سامانه و در نتیجه ماتریس چگالی کل سامانه، این بخش به محاسبه درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های متفاوت از سامانه می‌پردازد. برای محاسبه درهم‌تنیدگی سنج‌های متفاوتی از قبیل آنتروپی فون‌نومن، آنتروپی تشکیل، تنیدگی، آنتروپی خطی، تلاقی و منفیت وجود دارد که استفاده از آن‌ها به خالص یا آمیخته‌بودن سامانه تشکیل‌دهنده زیرسامانه‌ها و همچنین بعد زیرسامانه‌ها بستگی دارد [۳]. سامانه حاضر از دو اتم سه‌ترازی و یک میدان تک‌مد تشکیل شده است که در این‌جا درهم‌تنیدگی بین دو اتم و میدان با استفاده از سنج آنتروپی خطی، و درهم‌تنیدگی بین دو اتم با استفاده از سنج منفیت محاسبه می‌گردد که در ادامه در مورد این دو سنج به اختصار توضیحاتی ارائه می‌شود.

۳-۱- آنتروپی خطی

آنتروپی خطی یکی از سنج‌های مناسب برای محاسبه میزان درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های یک سامانه چندبخشی خالص است. برای یک سامانه خالص تشکیل‌شده از بخش‌های A و B با ابعاد دلخواه $m \times n$ آنتروپی خطی عبارت است از [۳۳]

$$S_l = 1 - \text{Tr}(\hat{\rho}_A^2) \quad (9)$$

که در آن $\hat{\rho}_A$ ماتریس چگالی کاهش‌یافته زیرسامانه A است که با ردگرفتن از ماتریس چگالی کل سامانه، $\hat{\rho}_{AB}$ ، روی مؤلفه‌های زیرسامانه B به‌دست می‌آید ($\hat{\rho}_A = \text{Tr}_B(\hat{\rho}_{AB})$). آنتروپی خطی بین مقدار صفر (برای حالت‌های جداپذیر) و $(\ell-1)/\ell$ (برای حالت‌هایی با بیشینه درهم‌تنیدگی) تغییر می‌کند که در آن $\ell = \min(m, n)$ است. در برخی از پژوهش‌ها آنتروپی خطی به صورت $S_l = \ell(1 - \text{Tr}(\hat{\rho}_A^2))/(\ell-1)$ تعریف می‌شود که در این صورت این سنج بین مقدار صفر (برای حالت‌های جداپذیر) و یک

$$C_1(n, t) = c_n \sum_{j=1}^3 b_j e^{\mu_j t} (-2\Delta^2 + 4V_2^2 + \mu_j(\mu_j - 3i\Delta)) \quad (1-6)$$

$$C_2(n+1, t) = C_3(n+1, t) = -V_1 c_n \sum_{j=1}^3 b_j e^{\mu_j t} (i\mu_j + 2\Delta) \quad (2-6)$$

$$C_4(n+2, t) = C_5(n+2, t) = C_6(n+2, t) = -2V_1 V_2 c_n \sum_{j=1}^3 b_j e^{\mu_j t} \quad (3-6)$$

که در آن $V_1 = g\sqrt{n+1}$ ، $V_2 = g\sqrt{n+2}$ ، و μ_j ها ریشه‌های معادله درجه سوم $\mu^3 + x_1\mu^2 + x_2\mu + x_3 = 0$ با $x_1 = -3i\Delta$ ، $x_2 = 4(V_1^2 + V_2^2) - 2\Delta^2$ ، و $x_3 = -8i\Delta V_1^2$ هستند که با رابطه زیر داده می‌شوند

$$\mu_j = -\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}\sqrt{x_1^2 - 3x_2} \cos\left[\theta + \frac{2}{3}(j-1)\pi\right], \quad (7)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left[\frac{9x_1x_2 - 2x_1^3 - 27x_3}{2(x_1^2 - 3x_2)^{3/2}} \right]$$

همچنین b_j ها به شکل زیر هستند

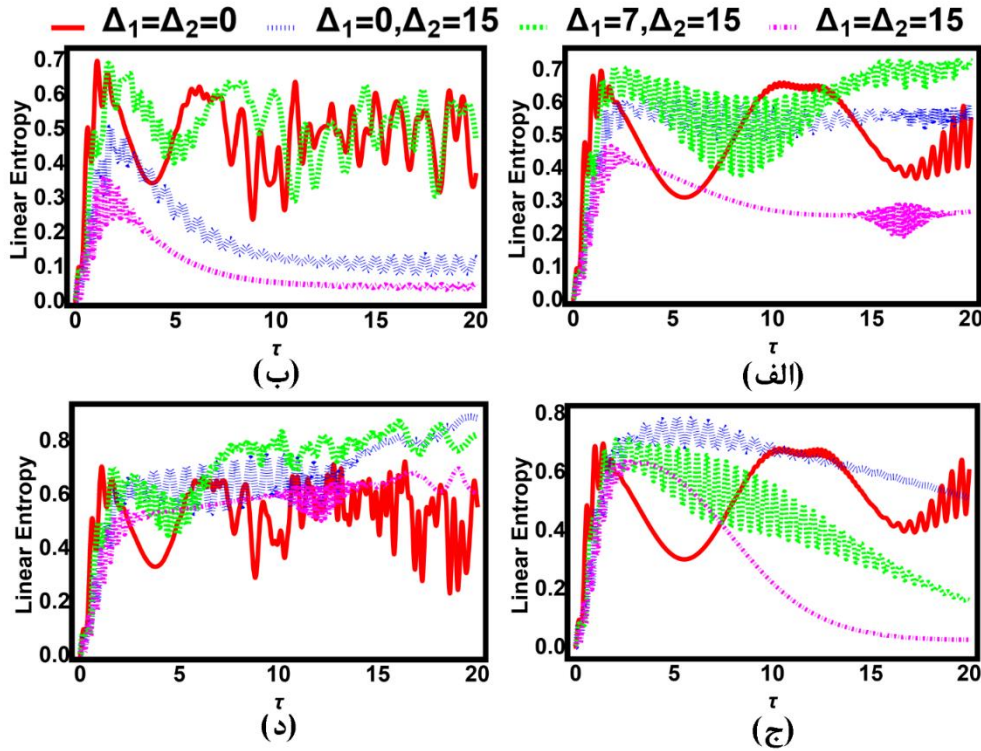
$$b_j = \frac{1}{\mu_{jk}\mu_{jl}}, \mu_{jk} = \mu_j - \mu_k, \quad j \neq k \neq l = 1, 2, 3 \quad (8)$$

۲-۲- حالت دوم: در حالت غیرتشدید و حضور

اتلاف

با در نظر گرفتن شرایط کلی و همچنین حضور اثرات اتلافی معادلات جفت‌شده (۵-۱) تا (۵-۶) حل تحلیلی ندارند و با استفاده از روش‌های عددی حل می‌شوند و به دنبال آن ویژگی‌های مختلف سامانه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۳- درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های متفاوت



شکل ۱: تغییرات زمانی سنج آنتروپی خطی بر حسب پارامتر بدون بعد $\tau = gt$ برای $|\alpha|^2 = 25$ و پارامترهای واکوکی متفاوت ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$) ، $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 15$ ، $\Delta_1 = 7, \Delta_2 = 15$ و $\Delta_1 = \Delta_2 = 15$. همچنین در (الف) $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ و $\kappa = 0$ (ب) $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ و $\kappa = 0.2$ ، (ج) $\Gamma_1 = 0.6$ ، $\Gamma_2 = 0.2$ و $\kappa = 0$ (د) $\Gamma_1 = 0.6$ ، $\Gamma_2 = 0.2$ و $\kappa = 0.2$ (پارامترهای واکوکی و اتلاف بر حسب پارامتر جفت‌شدگی اتم-میدان (g) بدون بُعد شده‌اند).

۳-۲- منفیت

برای بررسی میزان درهم‌تنیدگی در سامانه‌های کوانتومی از سنج‌های درهم‌تنیدگی استفاده می‌شود. سنج‌های زیادی برای محاسبه درهم‌تنیدگی در سامانه‌های خالص وجود دارد. ولی برای سامانه‌های آمیخته وضعیت متفاوت است. در محاسبه اکثر سنج‌های قابل استفاده برای حالت‌های آمیخته از قبیل تلاقی، نوعی بهینه کردن وجود دارد. بنابراین محاسبه آن‌ها پیچیده و فقط برای برخی از سامانه‌های خاص مانند سامانه‌های 2×2 حل تحلیلی دارند. یکی از سنج‌های مناسب برای محاسبه درهم‌تنیدگی در سامانه‌های آمیخته سنج منفیت است. این سنج برای محاسبه درهم‌تنیدگی بین

(برای حالت‌هایی با بیشینه درهم‌تنیدگی) تغییر می‌کند. در این مقاله از این تعریف بهنجار شده استفاده شده است [۳۴]. لازم به ذکر است که آنتروپی خطی به عنوان پارامتری برای توصیف درجه خلوص در هر سامانه نیز به کار برده می‌شود. در سامانه حاضر درهم‌تنیدگی بین دو اتم و میدان با استفاده از این سنج محاسبه می‌شود. برای این منظور از ماتریس چگالی کل سامانه ($\hat{\rho}_{A_1 A_2 F}$) روی مولفه‌های میدان رد گرفته می‌شود تا ماتریس چگالی کاهش یافته اتمی ($\hat{\rho}_{A_1 A_2}$) به دست آید. در نتیجه، آنتروپی خطی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_I = \frac{9(1 - \text{Tr}(\hat{\rho}_{A_1 A_2}^2))}{8}, \quad \hat{\rho}_{A_1 A_2} = \text{Tr}_F(\hat{\rho}_{A_1 A_2 F}) \quad (10)$$

سنجه منفیت را به صورت رابطه زیر نیز می‌توان نوشت [۳۶]

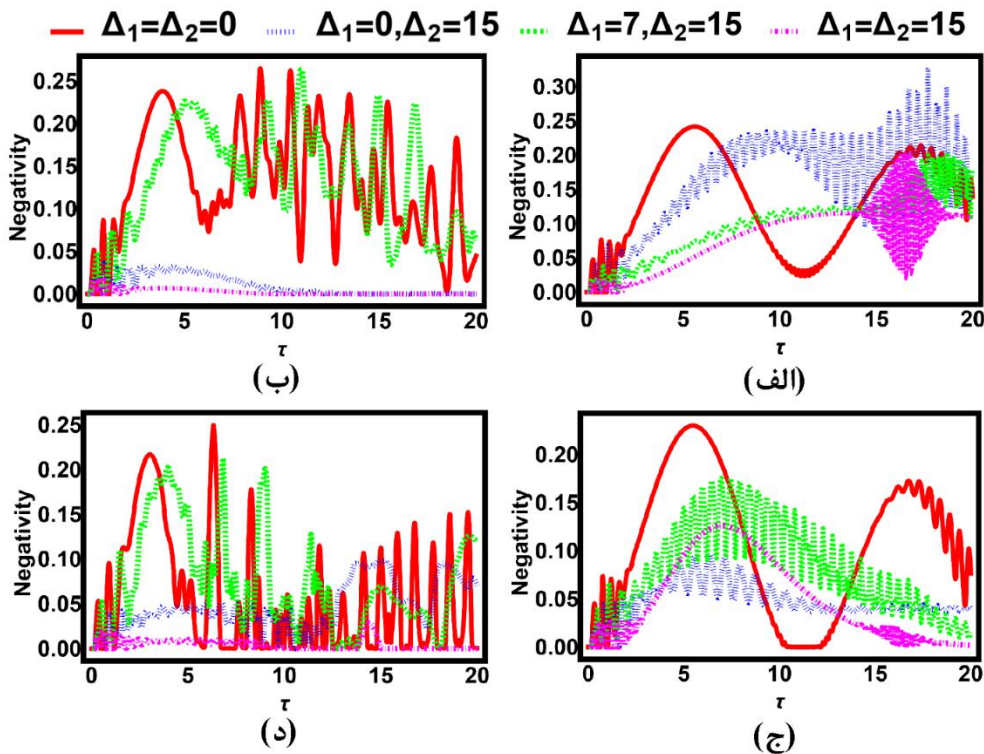
$$N(\rho) = \frac{\sum_i |\mu_i| - 1}{d-1} = \frac{-2 \sum_i |\mu_i^{neg}|}{d-1} \quad (۱۲)$$

که در آن μ_i و μ_i^{neg} به ترتیب ویژه‌مقادیر و ویژه‌مقادیر منفی ماتریس ترانهاد جزئی $\hat{\rho}^{T_B}$ هستند. با توجه به رابطه (۹)، سنجه منفیت بین مقدار صفر (برای حالت‌های جداپذیر) و یک (برای حالت‌هایی با بیشینه درهم‌تنیدگی) تغییر می‌کند. در سامانه حاضر با داشتن ماتریس چگالی کاهش‌یافته اتمی $\hat{\rho}_{A_1 A_2}^{T_{A_1 A_2}}$ و در نتیجه آن محاسبه ماتریس ترانهاد جزئی می‌توان درهم‌تنیدگی بین دو اتم را با استفاده از سنجه منفیت محاسبه کرد.

زیرسامانه‌های هر سامانه آمیخته با ابعاد دلخواه قابل محاسبه است. با توجه به این‌که، این سنجه بر اساس معیار ترانهاد جزئی مثبت پایه‌گذاری شده است و این معیار شرط لازم و کافی برای درهم‌تنیدگی سامانه‌های $d \times d'$ است، به‌طوری‌که $d \leq d'$ و مرتبه ماتریس نیز d باشد، بنابراین سنجه منفیت در سامانه‌های با این شرایط به خوبی می‌تواند درهم‌تنیدگی را نشان دهد. این سنجه برای هر سامانه دوبخشی با ابعاد $d \times d'$ (در فضای هیلبرت $H_A \otimes H_B$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۵])

$$N(\rho) = \frac{\|\hat{\rho}^{T_B}\|_1 - 1}{d-1} \quad (۱۱)$$

که در آن $\hat{\rho}^{T_B}$ ترانهاد جزئی $\hat{\rho}$ بر حسب زیرسامانه B است و $\|\hat{\rho}^{T_B}\|_1$ نرم رد عملگر $\hat{\rho}^{T_B}$ است که برای هر عملگر دلخواه $\hat{X}$ به صورت $\|\hat{X}\|_1 = \text{Tr} \sqrt{\hat{X}^\dagger \hat{X}}$ تعریف می‌شود.



شکل ۲: تغییرات زمانی سنجه منفیت بر حسب پارامتر بدون بعد $\tau = gt$ با پارامترهای مشابه با شکل ۱.

۴- نتایج عددی

شکل‌های ۱ و ۲ به ترتیب تغییرات زمانی سنجه‌های آنتروپی خطی برای بررسی درهم‌تنیدگی بین دو اتم و میدان تک‌مد، و منفیت برای بررسی میزان درهم‌تنیدگی بین دو اتم را بر حسب پارامتر بدون بعد $\tau = gt$ نشان می‌دهند. در این دو شکل $|\alpha|^2 = 25$ و $g_1 = g_2 = g$ فرض شده‌اند. قسمت‌های مختلف آن‌ها نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند: (الف) در نبود انواع اثرات اتلافی ($\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ و $\kappa = 0$)، (ب) حضور اتلاف مربوط به نشت فوتونی کاواک و نبود اتلاف‌های اتمی ($\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ و $\kappa = 0.2$)، (ج) حضور اتلاف مربوط به گسیل خودبه‌خودی اتم‌ها و نبود اتلاف مربوط به کاواک ($\Gamma_1 = 0.6$ ، $\Gamma_2 = 0.2$ و $\kappa = 0$)، (د) حضور اتلاف‌های اتمی و میدان ($\Gamma_1 = 0.6$ ، $\Gamma_2 = 0.2$ و $\kappa = 0.2$). تأثیر پارامترهای مختلف واکوکی نیز در این دو شکل مورد بررسی قرار گرفته است. یادآور می‌شود پارامترهای به‌کاررفته در محاسبات عددی برحسب ثابت جفت‌شدگی اتم-میدان، g ، بدون بُعد شده‌اند و نسبت‌های بین پارامترها در محدوده مقادیر متداول در سامانه‌های برهم‌کنشی اتم-میدان قرار دارند.

همان‌گونه که از شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود، سنجه درهم‌تنیدگی میان زیرسامانه‌های مختلف رفتار نوسانی قوی و نامنظمی از خود نشان می‌دهد که دامنه و بسامد این نوسانات به پارامترهای واکوکی وابسته‌اند. در حالت ایده‌آل، که در آن هیچ‌گونه اتلافی در نظر گرفته نمی‌شود و نتایج آن در شکل ۱(الف) ارائه شده‌اند، در حالت‌های غیرتشدید، درهم‌تنیدگی میان دو اتم و میدان به‌صورت ناگهانی از مقدار صفر افزایش می‌یابد و با گذشت زمان پیرامون مقدار بیشینه خود نوساناتی سریع با دامنه کوچک انجام می‌دهد. در شکل ۱(ب)، اثر اتلاف میدان کاواک بر رفتار آنتروپی خطی بررسی شده است. مطابق

این شکل، در حالتی که هر دو پارامتر واکوکی ناصفر هستند، $\Delta_1 \neq 0$ و $\Delta_2 \neq 0$ ، درهم‌تنیدگی بعد از نوساناتی که در ابتدای برهم‌کنش انجام می‌دهد، با افزایش زمان به‌تدریج کاهش می‌یابد. افزون بر این، بیشینه مقدار درهم‌تنیدگی بین دو اتم و میدان، در این حالت‌ها کمتر از حالت‌هایی است که در آن‌ها یکی از پارامترهای واکوکی صفر در نظر گرفته شده است. تأثیر پارامترهای اتلاف مربوط به گسیل خودبه‌خودی ترازهای اتمی در شکل ۱(ج) مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، آنتروپی خطی در ابتدا دارای نوساناتی است، اما دامنه این نوسانات با افزایش زمان برهم‌کنش به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد و در حالتی که هر دو پارامتر واکوکی ناصفر هستند، به مقداری نزدیک به صفر می‌رسد. در نهایت، شکل ۱(د) رفتار زمانی آنتروپی خطی را با لحاظ کردن انواع مختلف اتلاف‌ها نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که درهم‌تنیدگی میان دو اتم و میدان می‌تواند در حضور اتلاف میدان کاواک و گسیل خودبه‌خودی به‌طور مؤثری محافظت شود. به بیان دقیق‌تر، حضور پارامترهای اتلافی متفاوت نه‌تنها با ازبین‌رفتن درهم‌تنیدگی مقابله می‌کند، بلکه آن را به سمت یک مقدار بیشینه نیز سوق می‌دهد.

با توجه به شکل ۲ مشخص است که درهم‌تنیدگی بین دو اتم که با سنجه منفیت بررسی شده است، در شرایط متفاوت بین مقادیر بیشینه و کمینه نوسانات نامنظم انجام می‌دهد. همچنین، با توجه به این شکل دیده می‌شود که پارامترهای واکوکی و اتلافی، تأثیر قابل توجهی بر مقدار و رفتار منفیت دارند به‌طوری‌که در حضور پارامترهای اتلافی مقدار بیشینه درهم‌تنیدگی بین دو اتم کاهش می‌یابد. با توجه به شکل ۲(ب) دیده می‌شود که در حضور پارامتر مربوط به اتلاف کاواک، مقدار درهم‌تنیدگی بین دو اتم با گذشت زمان به‌ویژه برای

حالت‌های $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 15$ و $\Delta_1 = \Delta_2 = 15$ به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد. وضعیت مشابهی نیز در شکل‌های ۲(ج) و ۲(د) برای حالت $\Delta_1 = \Delta_2 = 15$ مشاهده می‌شود. علاوه بر این پدیده‌های مرگ ناگهانی و تولد دوباره نیز در شکل ۲(د) قابل مشاهده است.

۵- خلاصه بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، برهم‌کنش دو اتم سه‌ترازی نوع Λ با یک میدان تک‌مد، در حضور پارامترهای واکوکی و اتلاف، مورد بررسی قرار گرفت. با در نظر گرفتن هامیلتونی کل سامانه و شرایط اولیه‌ای که در آن دو اتم در حالت برانگیخته و میدان در حالت همدوس قرار داشت، دینامیک سامانه در دو حالت تشدید و غیرتشدید مطالعه شد. در این راستا، بردار حالت سامانه در حالت تشدید و بدون حضور اثرات اتلافی به‌صورت تحلیلی و با حل معادله لاپلاس، و در حالت غیرتشدید و در حضور اثرات اتلافی به‌صورت عددی به‌دست آمد. پس از تعیین بردار حالت سامانه، میزان درهم‌تنیدگی بین اتم‌ها و میدان با استفاده از سنجه آنتروپی خطی، و درهم‌تنیدگی بین دو اتم با بهره‌گیری از سنجه منفیت به‌طور عددی بررسی شد. نتایج عددی نشان دادند که رفتار درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های مختلف به‌شدت تحت تأثیر پارامترهای جفت‌شدگی اتم-میدان، واکوکی و اتلاف قرار دارد و می‌توان آن را به‌صورت قابل‌توجهی کنترل کرد. همچنین مشاهده شد که هر دو سنجه درهم‌تنیدگی، نوساناتی بین مقادیر کمینه و بیشینه خود از خود نشان می‌دهند. نتایج حاصل حاکی از آن است که در شرایط غیرتشدید برای یکی یا هر دو گذار اتمی، بیشینه درهم‌تنیدگی بین دو اتم و میدان نسبت به حالت تشدید کامل افزایش می‌یابد. علاوه بر این، حضور پارامترهای اتلافی اگرچه موجب افزایش ماندگاری و بیشینه درهم‌تنیدگی بین دو اتم و

میدان می‌شود، اما در مقابل باعث کاهش بیشینه درهم‌تنیدگی بین دو اتم خواهد شد. مشاهده پدیده‌های مرگ ناگهانی و تولد دوباره درهم‌تنیدگی بین دو اتم نیز از نتایج مهم تحلیل سنجه منفیت در این سامانه به‌شمار می‌رود. لازم به ذکر است که در این مطالعه نظری، اگرچه به مدل‌سازی یک سامانه آزمایشگاهی مشخص پرداخته نشده است، اما با استفاده از مقادیر تجربی گزارش‌شده در پژوهش‌های پیشین در محاسبات عددی مدل، نتایج به‌دست آمده می‌توانند به درک بهتر و کنترل دینامیک درهم‌تنیدگی در سامانه‌های اپتیک کوانتومی کمک کنند و برای طراحی منابع درهم‌تنیدگی در کاربردهای اطلاعات کوانتومی مفید واقع شوند.

منابع

- [1] C. H. Bennett and D. P. DiVincenzo, "Quantum information and computation," *Nature*, vol. 404, no. 6775, pp. 247–255, 2000.
- [2] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki, "Quantum entanglement," *Reviews of Modern Physics*, vol. 81, no. 2, pp. 865–942, 2009.
- [3] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge, Cambridge University Press, 2010.
- [4] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, "Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser," *Proceedings of the IEEE*, vol. 51, no. 1, pp. 89–109, 1963.
- [5] F. W. Cummings, "Stimulated emission of radiation in a single mode," *Physical Review*, vol. 140, no. 4A, pp. A1051–A1056, 1965.
- [6] S. J. Anwar, M. Usman, M. Ramzan, and M. K. Khan, "Decoherence effects on quantum Fisher information for moving two four-level atoms in

- [14] X. Zhang, C.-L. Zou, L. Jiang, and H. X. Tang, "Cavity magnomechanics," *Science Advances*, vol. 2, no. 3, Art. no. e1501286, 2016.
- [15] C. C. Gerry and P. L. Knight, *Introductory Quantum Optics*, Cambridge, Cambridge University Press, 2005.
- [16] T. Yu and J. H. Eberly, "Finite-time disentanglement via spontaneous emission," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 14, p. 140404, 2004.
- [17] M. P. Almeida et al., "Environment-induced sudden death of entanglement," *Science*, vol. 316, no. 5824, pp. 579–582, 2007.
- [18] T. Yu and J. H. Eberly, "Sudden death of entanglement," *Science*, vol. 323, no. 5914, pp. 598–601, 2009.
- [19] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*, Oxford, Oxford University Press, 2002.
- [20] Y. Tabuchi et al., "Coherent coupling between a ferromagnetic magnon and a superconducting qubit," *Science*, vol. 349, no. 6246, pp. 405–408, 2015.
- [21] H. R. Baghshahi and M. J. Faghihi, "f-deformed cavity mode coupled to a Λ -type atom in the presence of dissipation and Kerr nonlinearity," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 39, no. 11, pp. 2925–2933, 2022.
- [22] H. R. Baghshahi, M. K. Tavassoly, and A. Behjat, "Entanglement of a damped non-degenerate diamond-type atom interacting nonlinearly with a single-mode cavity," *European Physical Journal Plus*, vol. 131, no. 4, Art. no. 80, 2016.
- [23] J. Gea-Banacloche, Y.-Q. Li, S.-Z. Jin, and M. Xiao, "Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: Theory and experiment," the presence of Stark effect and Kerr-like medium," *European Physical Journal D*, vol. 75, no. 9, Art. no. 235, 2021.
- [7] H. R. Baghshahi, M. K. Tavassoly, and M. J. Faghihi, "Entanglement analysis of a two-atom nonlinear Jaynes–Cummings model with nondegenerate two-photon transition, Kerr nonlinearity, and two-mode Stark shift," *Laser Physics*, vol. 24, no. 12, Art. no. 125203, 2014.
- [8] M. J. Faghihi and M. K. Tavassoly, "Dynamics of entropy and nonclassical properties of the state of a Λ -type three-level atom interacting with a single-mode cavity field with intensity-dependent coupling in a Kerr medium," *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, vol. 45, no. 3, Art. no. 035502, 2012.
- [9] L. Thabet, T. El-Shahat, A. Abdel-Aty, and B. Rababh, "Dynamics of entanglement and non-classicality features of a single-mode nonlinear Jaynes–Cummings model," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 126, pp. 106–115, 2019.
- [10] A. Garg and N. D. Mermin, "Bell inequalities with a range of violation that does not diminish as the spin becomes arbitrarily large," *Physical Review Letters*, vol. 49, no. 13, pp. 901–904, 1982.
- [11] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, "Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media," *Reviews of Modern Physics*, vol. 77, no. 2, pp. 633–673, 2005.
- [12] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge, Cambridge University Press, 1997.
- [13] D. D. Awschalom, R. Hanson, J. Wrachtrup, and B. B. Zhou, "Quantum technologies with optically interfaced solid-state spins," *Nature Photonics*, vol. 12, no. 9, pp. 516–527, 2018.

via a nonlinear medium and lasers,” *Physical Review A*, vol. 99, no. 1, p. 013843, 2019.

[32] D.-Y. Wang, C.-H. Bai, S. Liu, S. Zhang, and H.-F. Wang, “Photon blockade in a double-cavity optomechanical system with nonreciprocal coupling,” *New Journal of Physics*, vol. 22, p. 093006, 2020.

[33] R. M. Angelo, K. Furuya, M. C. Nemes, and G. Q. Pellegrino, “Recoherence in the entanglement dynamics and classical orbits in the N-atom Jaynes-Cummings model,” *Physical Review A*, vol. 64, no. 4, p. 043801, 2001.

[34] N. A. Peters, T. C. Wei, and P. G. Kwiat, “Mixed-state sensitivity of several quantum-information benchmarks,” *Physical Review A*, vol. 70, no. 5, p. 052309, 2004.

[35] S. Lee, D. P. Chi, S. D. Oh, and J. Kim, “Convex-roof extended negativity as an entanglement measure for bipartite quantum systems,” *Physical Review A*, vol. 68, p. 062304, 2003.

[36] S. J. Akhtarshenas and M. Farsi, “Negativity as entanglement degree of the Jaynes-Cummings model,” *Physica Scripta*, vol. 75, pp. 608–611, 2007.

Physical Review A, vol. 51, no. 1, pp. 576–584, 1995.

[24] G. S. Agarwal, *Quantum Optics*, Cambridge, Cambridge University Press, 2012.

[25] S. M. Barnett and J. Jeffers, “The damped Jaynes-Cummings model,” *Journal of Modern Optics*, vol. 54, no. 13-15, pp. 2033–2048, 2007.

[26] W. Vogel and D. G. Welsch, *Quantum Optics*, 3rd ed. Hoboken, NJ, John Wiley & Sons, 2006.

[27] A. B. A. Mohamed, “Bipartite non-classical correlations for a lossy two connected qubit-cavity systems: Trace distance discord and Bell's non-locality,” *Quantum Information Processing*, vol. 17, pp. 1–18, 2018.

[28] M. M. Alqahtani, “Multiphoton process in cavity QED photons for implementing a three-qubit quantum gate operation,” *Quantum Information Processing*, vol. 19, pp. 1–15, 2020.

[29] C. Di Fidio, W. Vogel, M. Khanbekyan, and D. G. Welsch, “Photon emission by an atom in a lossy cavity,” *Physical Review A*, vol. 77, no. 4, p. 043822, 2008.

[30] H. Xie, C.-G. Liao, X. Shang, M.-Y. Ye, and X.-M. Lin, “Phonon blockade in a quadratically coupled optomechanical system,” *Physical Review A*, vol. 96, no. 1, p. 013861, 2017.

[31] J.-S. Zhang, M.-C. Li, and A.-X. Chen, “Enhancing quadratic optomechanical coupling

Entanglement of two three-level atoms in a cavity in the presence of detuning and Dissipation

¹Mohammad Rahpeyma,¹ Mohammad Javad Faghihi^{1*}, Hamid Reza Baghshahi^{2,3}

¹Department of Photonics, Graduate University of Advanced Technology, Kerman

²Department of Physics, Faculty of Science, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan

³Research Group of Quantum Optics and Quantum Information, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan

Article details

Received: 2026/02/12

Accepted: 2026/06/13

Published: 2026/07/19

ISSN: 2588-493x

eISSN: 2588-4821

*Correspondence email:

mj.faghihi@kgut.ac.ir



Abstract

In this paper, the interaction between two Λ -type three-level atoms and a single-mode field is investigated in the presence of detuning parameters and dissipation. Assuming that the two atoms are initially prepared in their excited states and the field is in a coherent state, the state vector of the total system is obtained analytically under resonance conditions in the absence of dissipation, and numerically under off-resonant conditions in the presence of dissipation. The entanglement between the atoms and the field is quantified using the linear entropy, while the entanglement between the two atoms is evaluated by means of the negativity measure. The numerical results show that the behavior of the entanglement measures strongly depends on the system parameters, and that both the maximum value and the persistence of entanglement can be controlled by adjusting the resonance conditions and the strength of dissipation.

Keywords: Three-level atom, Detuning parameter, Dissipation effect, Entanglement, Linear entropy, Negativity