بررسی نوع جدیدی از تشدیدهای چند فوتونی با استفاده از میدان‌های لیزری متقارن

مصطفی کرمی*، خدیجه کرمی، فیروزه جمشیدی؛ سازمان آموزش و پرورش استان فارس
پارسا زمانی؛ دانشگاه یاسوج، دانشکدهٔ علوم پایه، گروه فیزیک؛

دریافت: ۹۸/۱/۱۷ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۲۷

چکیده

در این مقاله، با استفاده از میدان‌های لیزری متقارن که به طور قوی با دو تا از ترازهای انرژی یک سیستم چهارترازی جفت شده‌اند، وقوع تشدیدهای تداخلی و تفاوت رفتار آنها در مضارب زوج یا فرد فوتون‌ها بررسی می‌شود. برای انجام این کار، مدلی بر پایهٔ نقاط تقاطع ترازها یعنی محل رخداد گذارهای چند فوتونی ارائه می‌شود. ابتدا با ارزیابی فاز تداخل، تشدیدهای چند فوتونی در سیستم‌های دوترازی و سه‌ترازی به‌صورت مختصر بررسی و با هم مقایسه می‌شوند سپس در یک سیستم چهارترازی، رژیم وافازی قوی معرفی و ترازها به زمان وابسته می‌شوند و آهنگ‌های گذار مرتبهٔ دوم و مرتبهٔ چهارم که خصوصیات تشدیدداری در n های صحیح (تعداد فوتون‌ها) دارند حساب می‌شوند. محاسبات نشان می‌دهند که نامتقارنی تشدیدها در مضارب زوج یا فرد، نسبت به نوسانات ترازهای به شدت تحریک شده غیرحساس بوده و در رژیم مذکور باقی می‌ماند. از طریق مدل‌سازی ترازهای یک نقطهٔ کوانتومی دوگانه و استفاده از شبیه‌سازی عددی، به بررسی وابستگی نامیزانی جریان حالت مانا و توافق کامل آن با آزمایشاتی مبتنی بر محاسبهٔ جریان در شرایط سدشدگی اسپین می‌پردازیم. سرانجام نشان می‌دهیم که نتایج حاصل، تمام خصوصیات اساسی داده‌های تجربی را دارا است.

واژگان کلیدی: میدان‌های لیزری متقارن، ترازهای متقاطع، آهنگ‌های گذار بین‌ترازی، تشدیدهای تداخلی، جریان حالت مانا

مقدمه

در سال‌های اخیر، فیزیکدان‌ها با دستیابی به انواع لیزر و میکروموج‌های قوی، به توانمندی بالایی برای انجام تحقیقاتی مهم و کاربردی در زمینهٔ رژیم تحریک قوی اتم‌ها و مولکول‌ها نائل شده‌اند [۱-۲]. سیستم‌هایی که با اعمال میدان‌های خارجی، به صورت همدوس تحریک می‌شوند نگرش جدیدی دربارهٔ مبانی مکانیک کوانتومی و نیز چشم‌انداز روشنی را برای کاربردهایی جالب مانند محاسبهٔ کوانتومی به‌وجود آورده‌اند [۳]. به‌عنوان مثال ابزارهای جوزفسون ابررسانایی این نوع سیستم‌ها، به‌وسیلهٔ میدان‌های تحریک کنندهٔ دارای بسامد رادیویی، قابل تغییر بوده [۴] و در فهم و شناخت ساختار آنها پیشرفت‌های شگرفی شده است که با نوسانات رابی، می‌توان به مطالعهٔ همدوسی کوانتومی آنها پرداخت [۵-۸].

* نویسندهٔ مسئول mostafakarami35@yahoo.com

ساختار و رفتار سیستم‌های کوانتومی دوترازی تحریک شده [۹-۱۲] به طور وسیع و همه جانبه‌ای مورد تحقیق قرار گرفته‌اند، اما مطالعهٔ سیستم‌های چندترازی راهکارهایی جالب برای اکتشاف و همچنین دست‌آوردهای جدیدی را به ارمغان می‌آورد. مثلاً فرایندهای چندفوتونی مرتبه بالا [۱۳-۱۴] باعث خلق پدیده‌هایی کاربردی از قبیل: طیف‌سنجی دامنهٔ انواع اتم‌ها [۱۵-۱۶]، وارونی جمعیت به وسیلهٔ گذارهای لاندائو- زنر- استکلبرگ- مجورانا[1] (LZSM) [۱۷-۱۸] و خنک‌سازی به کمک انواع میکروموج شده است [۱۹-۲۰].

با مشاهدهٔ تشدیدهای چند فوتونی از طریق تشدید اسپین دوقطبی الکتریکی[2] (EDSR) در نقاط کوانتومی مسطح و نانوسیمی [۲۱-۲۲-۲۳] مشخص شد که در این سیستم‌ها، اسپین‌های تک‌الکترون، به‌صورت الکتریکی تحریک می‌شوند [۲۴] و اغلب این داده‌های تجربی، با پیش‌بینی‌های نظری و پاسخ EDSR در توافق هستند هرگاه $\hbar\omega = E_Z$، به طوری‌که E_Z یعنی انرژی زیمان i اُمین نقطهٔ کوانتومی برابر است با $g_i\mu_B B$ ، ω بسامد میدان لیزری، h ثابت پلانک، B میدان مغناطیسی اعمالی، μ_B مگنتون بوهر و g_i عامل الکترونی i اُمین نقطه است [۲۵-۲۶]. آزمایشات مراجع [۲۲-۲۳] نامتقارنی کاملاً مشهود تشدیدهای چندفوتونی در مضارب زوج یا فرد را نشان می‌دهند، به بیان دیگر: اگر شکاف انرژی زیمان الکترون با مضارب صحیح فردی از انرژی فوتون فرودی مساوی شود یعنی $E_Z = (2n + 1)\hbar\omega$، در این صورت جریان تقویت می‌شود ولی برای مضارب زوج $E_Z = 2n\hbar\omega$ جریان به‌طور محسوسی کاهش می‌یابد. عدم تأثیر این خصوصیت مهم زوج یا فرد مضارب نسبت به اندازهٔ دامنهٔ میدان اعمال شده و نامیزانی مانای جریان مستقیم dc برای اغلب داده‌های تجربی، در سیستم‌های کوانتومی دوترازی به‌صورت یک معما باقی مانده است [۲۷]. مطالعات تحلیلی [۲۸-۲۹] و عددی [۲۳-۳۰]، وجود تشدیدها را نشان داده‌اند ولی آنها نتوانسته‌اند برای نامتقارنی مضارب زوج یا فرد مشاهده شده در آزمایشات مراجع [۲۲-۲۳] توضیحی ارائه دهند.

نخستین بار در سال ۲۰۱۴ با استفاده از یک میدان لیزری قوی، تشدیدهای تداخلی در یک سیستم سه‌ترازی بررسی شد و به لحاظ کیفی، تفاوت رفتار آنها در مضارب زوج یا فرد توضیح داده شد [۳۱]، اخیراً با درنظر گرفتن اثرات برهم‌کنش بین دو میدان تحریک کننده و جفت‌شدگی مستقیم و قوی آنها با دو تا از ترازهای انرژی سیستم، مدل‌سازی یک نقطهٔ کوانتومی دوگانهٔ[3] (DQD) دو الکترونی بر اساس ساختار ترازهایش انجام گرفت [۳۲].

در این مقاله به‌طور نظری و بر پایهٔ نقاط تقاطع ترازها، با صرف‌نظر از برهم‌کنش میان میدان‌ها به منظور کاستن درجهٔ پیچیدگی اختلال سیستم، به مطالعهٔ تشدیدهای تداخلی و نامتقارنی آنها به ازای مضارب زوج یا فرد پرداخته می‌شود و سرانجام از طریق مدل‌سازی ساختار ترازی یک DQD و به کمک شبیه‌سازی عددی، وابستگی نامیزانی جریان حالت مانای به دست آمده و توافق کامل آن با کارهای آزمایشگاهی نشان داده می‌شود. ابتدا با مرور و بررسی تشدیدهای چند فوتونی در سیستم‌های مختلف دوترازی و سه‌ترازی مشخص می‌شود که در آنها فقط تشدیدهای دوترازی رخ می‌دهد. برای دستیابی به تشدیدهای تداخلی، هامیلتونی یک سیستم چهارترازی معرفی می‌شود که به خاطر شکل خاص آن

[1] Landau-Zener-Stückelberg-Majoran
[2] Electric dipole spin resonance
[3] Double Quantum Dot

(عدم برهم‌کنش بین میدان‌ها)، هم روند محاسبات جبری و هم نتایج به‌دست آمده در این تحقیق، با نتایج مرجع [۳۲] کاملاً متفاوت است. اختلال این سیستم که ناشی از جفت‌شدگی قوی دو تا از ترازهای انرژی آن با یک جفت میدان لیزری متقارن بوده، باعث وقوع نوع جدیدی از تشدیدهای چند فوتونی در مرتبهٔ چهارم جفت‌شدگی‌ها می‌شود که این پدیده به طور متناوب در مرتبه‌های بعدی (پنجم و ششم و غیره) رخ خواهد داد. با استفاده از تقریب‌های غیر بی‌درو و قوی- میدان[1]، فاز تداخل و آهنگ‌های گذار بین‌ترازی محاسبه می‌شوند که در n های صحیح، آهنگ‌های مرتبهٔ چهارم خصوصیات تشدیدداری از خود بروز می‌دهند. این پدیده که محصول تداخل LZSM بین انواعی از فرایندهاست، مستقل از نوع اتم‌های کاربردی بوده و تنها به تعداد ترازهای سیستم همراه با شکافتگی ثابت، وابسته می‌باشد. از این لحاظ که تشدیدها احتیاج به همدوسی‌های طولانی مدت بین ترازهایی با شکاف E دارند، ماندگاری آنها در رژیم وافازی ترازهای قویاً تحریک‌شده، تضمین می‌شود. در پایان، مدل مذکور را به کارهای آزمایشگاهی [۲۲-۲۳] مربوط نموده و نشان داده می‌شود که همهٔ خصوصیات اساسی داده‌های تجربی مورد نظر را شامل می‌شود. شایان ذکر است که تمام پدیده‌هایی که بررسی می‌شوند کلی بوده و با انواع مختلفی از کیوبیت‌های به شدت تحریک شده، مراکز NV الماس، کیوبیت‌های ابررسانایی و ... رابطهٔ کاملاً نزدیکی دارند.

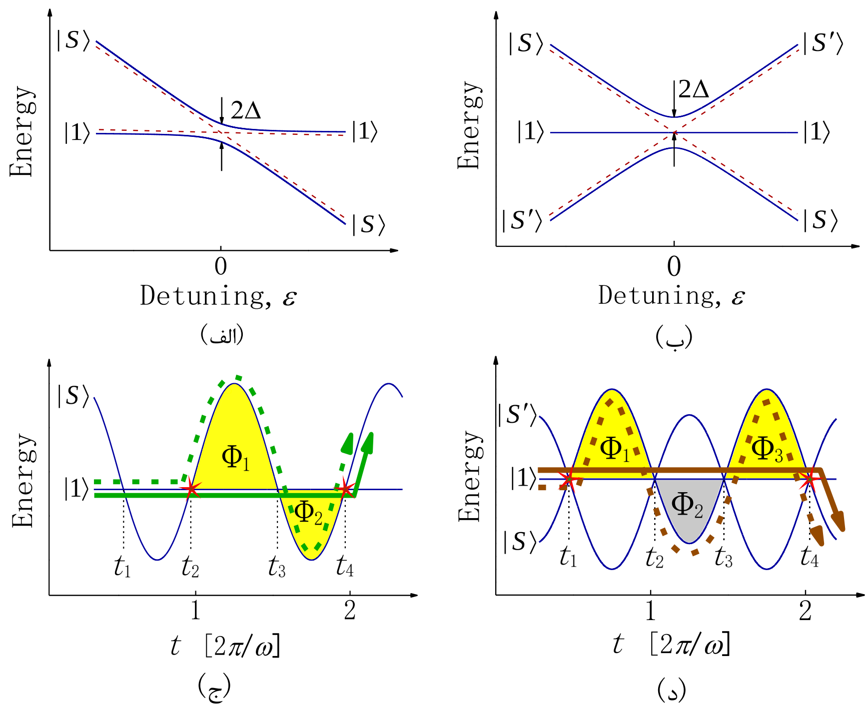
تشدیدها در سیستم‌های دوترازی و سه‌ترازی

به منظور آشکار نمودن وجه تمایز تشدیدهای چندفوتونی در انواع مختلفی از سیستم‌های کوانتومی، ابتدا آنها را در سیستم‌های دوترازی تحریک شده به وسیلهٔ یک میدان لیزری قوی و سپس در سیستم‌های سه‌ترازی تحت اعمال دو میدان متقارن، به‌طور گذرا بررسی و مرور می‌کنیم. هامیلتونی یک سیستم دوترازی را با فرض این‌که پایه‌های آن $\{|1\rangle, |S\rangle\}$ باشد، می‌توان به صورت زیر نوشت

$$H_2(t) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta & -\varepsilon(t) \end{pmatrix}, \tag{۱}$$

که در هامیلتونی بالا Δ عنصر جفت‌شدگی و $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 - A\sin\omega t$ میدان لیزری با نامیزانی مانای ε_0، بسامد ω و دامنهٔ تحریک A است. با حل معادلهٔ مشخصه به روش قطری‌سازی و درنظر گرفتن شروط تحریک قوی $A \gg \Delta$ و $A > |\varepsilon_0|$، ابتدا در شکل ۱ (الف) و (ج)، ترازها به‌ترتیب برحسب نامیزانی ε با حداقل شکافتگی 2Δ و سپس آنها برحسب زمان t با درنظر گرفتن $\Delta = 0$ رسم می‌شوند. در شکل ۱(ج) وقوع گذارهای غیر بی‌درروی LZSM در عدم تقاطع ترازهای متناظر با حالت‌های $\langle 1|$ و $\langle S|$ به شکل انفجاریی (ستاره‌ها) در لحظات t_2 و $t_4 = t_2 + T$ با فاصله زمانی یک دورهٔ تحریک $T = 2\pi/\omega$ ترسیم شده‌اند.

[1] Non-adiabatic and Strong-field approximations



شکل ۱. با درنظر گرفتن شرط تحریک قوی، ترازهای انرژی در (الف) و (ج) برای سیستم دوترازی و در (ب) و (د) برای سیستم سه‌ترازی، برحسب ε و t با خطوط آبی‌رنگ باریک، ترسیم شده‌اند. در (ج) و (د) مسیرهایی که دو سیستم را از $|1\rangle$ به $|S\rangle$ می‌برند به‌ترتیب با خطوط سبز و قهوه‌ای جهت‌دار ضخیم یک‌پارچه و خط‌چین مشخص شده‌اند.

می‌توان از لحاظ ساختاری، خصوصیات مهم و برجستهٔ مختص به سیستم‌های تحریک‌شده را بر مبنای تعدادی از مسیرهای تداخلی مطالعه نمود. در نظر گرفتن شرط تحریک قوی در سیستم فوق موجب می‌شود که با تبهگنی تقریبی ترازها در نقاط به‌خوبی تعریف شدهٔ $\{t_p\}$، رخداد گذارهای LZSM آغاز شود. در شکل ۱ (ج)، مسیرهایی که با دو خط سبز جهت‌دار ضخیم یک‌پارچه و خط‌چین ترسیم شده‌اند سیستم را از حالت $|1\rangle$ به حالت $|S\rangle$ می‌برند. در این‌جا فاز تداخل با تفاضل نواحی رنگ شده برابر بوده یعنی $\Phi = |\Phi_1| - |\Phi_2|$. اگر $\varepsilon_0 = n\omega$ در این صورت $\Phi = 2n\pi$ و به ازای تمام n های صحیح، تداخل سازنده خواهد بود که در این تحقیق $\hbar = 1$ درنظر گرفته شده است. مسیرهایی که دارای گذارهای LZSM در زمان‌های زوج t_{2p} یا فرد t_{2p+1} هستند به صورت سازنده تداخل خواهند نمود و منجر به بروز پاسخ تشدیدی خواهد شد. تشکیل دیگر ساختارهای اضافی به علت تداخل‌های ویرانگر و سازنده میان این دو دسته از مسیرهاست که وابستگی شدید آنها به هر یک از فازهای مجزای $\Phi_{1,2}$ را موجب می‌شود [۳۱]. باید توجه نمود تحریک دوره‌ای که عامل اصلی شدّت تشدید n فوتونی بوده با تابع بسل $J_n(A/\omega)$ فرمول‌بندی می‌شود [۱۱]، همچنین وابستگی زیاد شدّت تشدیدها در سیستم‌های تحریک شدهٔ دوترازی به ω و A کاملاً محسوس است و توالی گره و قله‌هایی که با نسبت A به ω تغییر می‌یابند را نمایان می‌سازد. لازم به ذکر است که هرگاه در هامیلتونی فوق به جای عدد صفر از یک میدان قرینه یعنی $\varepsilon(t)$ استفاده شود، پایه‌های سیستم مورد نظر $\{|S'\rangle, |S\rangle\}$ می‌شود که با اندک تغییری در شکل‌ها، باز به نتایجی مشابه بالا یعنی فرمول‌بندی تشدیدها با تابع بسل می‌انجامد.

در این‌جا برای مقایسه و بحث بیشتر، هامیلتونی یک سیستم سه‌ترازی که پایه‌هایش $\{|S'\rangle, |1\rangle, |S\rangle\}$ می‌باشد و در آن جفت‌شدگی قوی میدان‌های متقارن لیزری $-\varepsilon(t)$ و $\varepsilon(t)$ به‌ترتیب با ترازهای $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ صورت گرفته است را به این شکل می‌نویسیم

$$H_3(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon(t) & \Delta & 0 \\ \Delta & 0 & \Delta \\ 0 & \Delta & -\varepsilon(t) \end{pmatrix}, \tag{۲}$$

مانند قبل با درنظر گرفتن شروط تحریک قوی در شکل۱ (ب) و (د)، ترازها به‌ترتیب برحسب ε با حداقل شکافتگی 2Δ و سپس آنها برحسب t با فرض $\Delta = 0$ رسم می‌شوند. بسیار جالب است که در شکل (ب) به‌علت عدم برهم‌کنش بین میدان‌ها، تراز میانی $|1\rangle$ نیز تحت تأثیر آنها قرار نمی‌گیرد و این یعنی انتقال جمعیتی از آن دو تراز به تراز میانی صورت نمی‌پذیرد. در (د) وقوع گذارهای غیر بی‌درروی LZSM در عدم تقاطع ترازهای $|1\rangle$، $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ به شکل دو انفجار در لحظات t_1 و t_4 با فاصله زمانی $T = 3\pi/\omega$ نشان داده شده‌اند. مسیرهایی که با دو خط قهوه‌ای جهت‌دار ضخیم یک‌پارچه و خط‌چین ترسیم شده‌اند، سیستم را از حالت $|1\rangle$ به حالت $|S\rangle$ می‌برند. به دلیل برابری فازهای Φ_1 و Φ_3، فاز تداخل در این شکل $\Phi = 2|\Phi_1| - |\Phi_2|$ می‌شود. با ترسیم دو مسیر تداخلی دیگر که سیستم را از $|1\rangle$ به $|S'\rangle$ می‌برد و از لحاظ هندسی دقیقاً قرینهٔ مسیرهای فوق نسبت به تراز $|1\rangle$ می‌باشند به راحتی می‌توان دریافت که فاز حاصل، قرینهٔ فاز قبلی است، بنابراین فاز تداخل کل برای سیستم سه‌ترازی صفر می‌شود. به همین علت در این‌گونه سیستم‌ها علی‌رغم تعدد ترازهای انرژی، تداخل LZSM چندترازی بین فرایندهای مختلف صورت نمی‌گیرد و فقط تشدیدهای چندفوتونی شبه دوترازی در مرتبه‌های چهارم و بالاتر جفت‌شدگی ترازها شکل خواهد گرفت در حالی که برای مورد دوترازی، چنین تشدیدهایی از مرتبهٔ دوم جفت‌شدگی‌ها رخ می‌دهند. این نوع تشدیدهای دوترازی، به‌دلیل عدم وجود شکاف ثابت میان ترازها، فیزیک و رفتار جدید و جالب توجهی که می‌بایست از طریق میدان‌های به شدت جفت شده، به وجود آید را ارائه نمی‌دهند. بنابراین در این مقاله به بررسی نوع جدیدی از تشدیدهای چندترازی در حضور شکاف ثابت پرداخته می‌شود.

وقوع تشدیدهای تداخلی درسیستم‌های چهارترازی

پیش‌بینی تشدیدها از طریق محاسبهٔ فاز تداخل

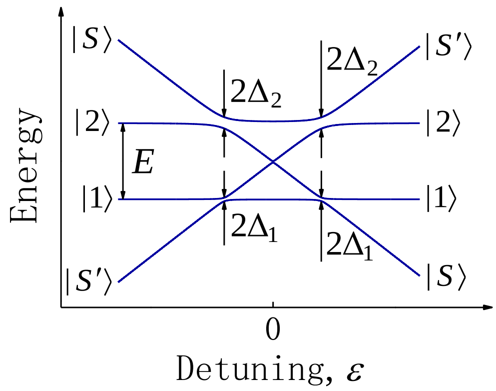
اکنون با درنظر گرفتن شرط تحریک قوی در یک سیستم چهارترازی، دینامیک و رفتار این نوع سیستم‌های تحریک شده به‌وسیلهٔ دو میدان متقارن دوره‌ای را بررسی می‌کنیم. مانند قبل فرض می‌شود میدان‌ها با ترازهای متناظر با حالت‌های $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ قویاً جفت شده‌اند و شکاف انرژی ثابت E میان دو تراز $|1\rangle$ و $|2\rangle$ تأثیری بر روند جفت‌شدگی‌ها نداشته باشد. $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ همانند دو شاتل[1] عمل نموده که جمعیت میان ترازهای $|1\rangle$ و $|2\rangle$ را انتقال می‌دهند. هامیلتونی

[1] Shuttle

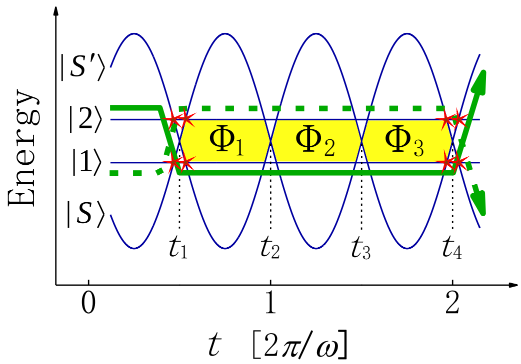
چنین سیستمی در پایه‌های $\{|S'\rangle, |2\rangle, |1\rangle, |S\rangle\}$ به این صورت نوشته می‌شود

$$H_4(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon(t) & \Delta_2 & \Delta_1 & 0 \\ \Delta_2 & E/2 & 0 & \Delta_2 \\ \Delta_1 & 0 & -E/2 & \Delta_1 \\ 0 & \Delta_2 & \Delta_1 & -\varepsilon(t) \end{pmatrix}, \tag{۳}$$

$\Delta_{1,2}$ عناصر جفت‌شدگی ماتریس هستند. در شکل‌های ۲ و ۳ با درنظر گرفتن شرط تحریک قوی $\Delta_{1,2} \ll A$، به ترتیب ترازهای انرژی برحسب نامیزانی ε و زمان t ترسیم شده‌اند.



شکل۲. ترازهای انرژی برحسب ε، با درنظر گرفتن شرط تحریک قوی ترسیم شده‌اند. ترازهای $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ به طور مشترک با ترازهای $|1\rangle$ و $|2\rangle$ جفت شده‌اند و حداقل شکافتگی میان ترازها، با مقادیر $2\Delta_{1,2}$ نشان داده شده است.



شکل۳. با درنظر گرفتن شرط تحریک قوی، ترازهای انرژی برحسب t، با خطوط آبی باریک رسم شده‌اند. مسیرهایی که به‌ترتیب سیستم را از $|1\rangle$ و $|2\rangle$ به $|S\rangle$ و $|S'\rangle$ می‌برند با دو خط سبز جهت‌دار ضخیم یک‌پارچه و خط‌چین، ترسیم شده‌اند.

اگر نامیزانی $\varepsilon_0 \pm E/2$ و $-\varepsilon_0 \pm E/2$ با انرژی n فوتون برابر شوند، به‌ترتیب شاهد رخداد تشدیدهای دوترازی میان $|S\rangle$ و $|1\rangle$ یا $|2\rangle$ و میان $|S'\rangle$ و $|1\rangle$ یا $|2\rangle$ خواهیم بود. لازم به یادآوری است که این نوع تشدیدهای چندفوتونی دوترازی، ساختار جالب توجه و جدیدی را ارائه نمی‌دهند. از این‌رو به مطالعهٔ وجود و چگونگی رخداد تشدیدهای چندترازی از طریق ترازهای به شدت جفت‌شده، توأم با شکاف ثابت E میان دو تراز $|1\rangle$ و $|2\rangle$ پرداخته می‌شود تا پدیده‌ای بدیع، واقعی

و چندترازی (تشدیدهای تداخلی) را به‌دنبال داشته باشد.

مسیرهای تداخلی که سیستم مورد نظر را به‌ترتیب از حالت‌های $\langle 1|$ و $\langle 2|$ به $\langle S|$ و $\langle S'|$ می‌برند، با دو خط سبز جهت‌دار ضخیم یک‌پارچه و خط‌چین، در شکل ۳ ترسیم شده‌اند. با درنظر گرفتن شرط $A \gg E, \varepsilon_0$، فاز تداخل که به رنگ زرد نشان داده شده و از اشتراک مساحت جاروب شدهٔ میان ترازهای $\langle 1|$ و $\langle 2|$ به‌وسیلهٔ حالت‌های شاتل ایجاد شده است، در تقریب غیر بی‌درو با رابطهٔ $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \approx E(t_4 - t_1) = 3E(T/2)$ تعیین می‌شود. باید توجه داشت که این فاز، تنها به شکاف E و نصف دورهٔ تحریک $T/2 = \pi/\omega$ وابسته بوده و از دامنهٔ تحریک A یا شکل موج مستقل می‌باشد. تعدادی مسیر مانند مسیرهای فوق موجودند به‌نحوی‌که از طریق ترسیم آنها، چهار گذار آخر، تقریباً با هم در زمان‌های $t_{p>1}$ روی دهند. مسیرهای مذکور، تداخلی سازنده خواهند داشت هرگاه رابطهٔ $\Phi_1 = \pi E/\omega = 2n\pi$ برقرار باشد که به‌دنبال آن می‌توان رخداد تشدیدها در مضرب‌های زوج بسامد یعنی $E = 2n\omega$ را استنتاج نمود. با انجام استدلالی مشابه بالا، برای گذارهای غیر بی‌دروی LZSM از $\langle 1|$ به $\langle 2|$، می‌توان آشکارا وابستگی برخی از فرایندها به دورهٔ T را ملاحظه نمود که موجبات پیش‌بینی تشدیدهای اضافی در همهٔ مضرب‌های بسامد $(E = n\omega)$ را فراهم می‌آورد. وقتی شکاف E برابر با مضربی دلخواه از ω باشد، تشدیدهای توأم با تفاوت رفتاری رخ می‌دهد به‌طوری‌که وابستگی Φ_1 و تشدیدها، به A و ε_0 بسیار ناچیز است و به‌خوبی وجه افتراق آن با سیستم‌های دوترازی و سه‌ترازی بیان شده در بدو مقاله، آشکار می‌شود.

رژیم وافازی قوی و تئوری

در ادامه به طور نظری تحلیل دقیقی را بر مبنای تشکیل گذارهای غیر بی‌دررو در عدم تقاطع ترازها و رفتار اختلالی پارامترهای بسیار کوچک $\Delta_{1,2}^2 / A\omega$ که نشان دهندهٔ حدود تحریک قوی‌اند، شروع می‌کنیم. به منظور توضیح این اثر و دستیابی به نتایج مورد نظر، رژیم وافازی قوی معرفی می‌شود که در آن همدوسی‌های میان $\langle S|$، $\langle S'|$ و $\langle 1|$، همچنین میان $\langle S|$، $\langle S'|$ و $\langle 2|$، در فاصله زمانی کوتاه‌تر از T و خیلی سریع از بین رفته، اما تداوم همدوسی‌های میان $\langle 1|$ و $\langle 2|$ در این فاصلهٔ زمانی، به مراتب طولانی‌تر است. مدل‌سازی وافازی، به‌وسیلهٔ نوسانات نویز سفید گوسی[1] بر روی ترازهای غیرمختل، از طریق معادلهٔ

$$\delta H_4(t) = \sum_\alpha \xi_\alpha(t)|\alpha\rangle\langle\alpha|, \quad \alpha \in \{1, 2, S, S'\}, \tag{۴}$$

با $\overline{\xi_\alpha(t)\xi_\beta(t')} = \Gamma_\alpha \delta(t-t')\delta_{\alpha\beta}$ صورت می‌گیرد [۳۱-۳۲]، که Γ_α و $\xi_\alpha(t)$ به‌ترتیب آهنگ وافازی و نویز بر روی حالت $\langle\alpha|$ می‌باشند و خط بالایی روی نویزها نشان دهندهٔ میانگین‌گیری بر روی آنهاست. معادلهٔ شرودینگر حاکم در این رژیم به شکل زیر می‌باشد

$$(H_4 + \delta H_4)|\psi(t)\rangle = i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle. \tag{۵}$$

[1] Gaussian white-noise

رژیم مذکور با آزمایشات [۲۲-۲۳] ارتباط بسیار نزدیکی دارد و به خاطر جفت شدن مستقیم میدان‌ها با ترازهای $|S\rangle$ و $|S'\rangle$، طول عمر این ترازها در مقایسه با دو تراز دیگر، پهن‌شدگی بیشتری دارد. توجه به این نکته بسیار مهم است که با برقراری روابط $\varepsilon_0 \pm E/2 = n\omega$ و $-\varepsilon_0 \pm E/2 = n\omega$ می‌توان رخداد و پایستگی تشدیدهای تداخلی از طریق فرایندهای مرتبهٔ مختلف را مشاهده نمود و هم‌زمان با آن تشدیدهای شبه دوترازی در رژیم وافازی از بین می‌رود.

برای انجام محاسبات، نخست باید چارچوب مرجع به چارچـوب چرخان تغییر داده شود و به‌دنبال آن تصویر برهم‌کنش تغییر یافته به‌وسیلهٔ $|\psi_R(t)\rangle = e^{iR(t)}|\psi(t)\rangle$ با $R(t) = \sum_\alpha \phi_\alpha(t)|\alpha\rangle\langle\alpha|$ استفاده شود، در این‌جا ϕ_α با معادلهٔ فازی $\phi_\alpha(t) = -\int_0^t d\tau\tilde{\varepsilon}_\alpha(\tau)$ تعریف‌پذیر است [۳۱] به‌طوری‌که $\tilde{\varepsilon}_{1,2}(\tau) = \mp E/2 + \xi_{1,2}(\tau)$ و $\tilde{\varepsilon}_{S,S'}(\tau) = \pm\varepsilon(\tau) + \xi_{S,S'}(\tau)$. حالت‌ها در این تصویر، با $i(d/dt)|\psi_R\rangle = \tilde{H}_4(t)|\psi_R\rangle$ تحول می‌یابند. هامیلتونی برهم‌کنش هرمیتی $\tilde{H}_4(t)$ با رابطهٔ $\tilde{H}_4(t) = -\dot{R} + e^{iR(t)}(H_4 + \delta H_4)e^{-iR(t)}$ تعیین می‌شود و آن را به‌صورت

$$\begin{aligned}\tilde{H}_4(t) &= \Delta_1 e^{i\phi_{S1}(t)}|S\rangle\langle 1| + \Delta_2 e^{i\phi_{S2}(t)}|S\rangle\langle 2| \\ &+ \Delta_1 e^{i\phi_{S'1}(t)}|S'\rangle\langle 1| + \Delta_2 e^{i\phi_{S'2}(t)}|S'\rangle\langle 2| + \text{H.C.},\end{aligned} \tag{۶}$$

می‌توان نوشت که $\phi_{\alpha\beta}(t) \equiv \phi_\alpha(t) - \phi_\beta(t)$.

آهنگ گذار میان دو حالت $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ به شکل مشتق احتمال گذار حساب می‌شود

$$W_{\alpha\to\beta} = \frac{d}{dt}\overline{|\langle\beta|U(t)|\alpha\rangle|^2}. \tag{۷}$$

از آن‌جا که عملگر $\tilde{H}_4(t)$ وابسته به زمان بوده و در زمان‌های متفاوت جابه‌جاپذیر نمی‌باشد بنابراین عملگر تحول زمانی $U(t)$ که مسبب تحول سیستم در بازهٔ زمانی 0 و t است به‌صورت سری دایسون برحسب توان‌هایی از عناصر $\Delta_{1,2}$ بسط داده می‌شود یعنی $U(t) = 1 + U^{(1)}(t) + U^{(2)}(t) + \cdots$ که در آن

$$U^{(m)}(t) = (-i)^m \int_0^t dt_1 \cdots \int_0^{t_{m-1}} dt_m\, \tilde{H}_4(t_1)\cdots\tilde{H}_4(t_m).$$

می‌باشد. به تدریج با محاسبهٔ مرتبه سوم در جفت‌شدگی‌های $\Delta_{1,2}$ به کلیهٔ روابط آهنگ‌های گذار بین‌ترازی تا مرتبهٔ چهارم دست می‌یابیم. برای مثال، آهنگ‌های گذار $W_{1\to S,S'}$ را برای پایین‌ترین مرتبه حساب می‌کنیم، ارزیابی سایر آهنگ‌ها با انجام روندی مشابه صورت می‌گیرد. ابتدا با بسط عملگر $U(t)$ تا مرتبهٔ اول، خواهیم داشت

$$\begin{aligned}W^{(2)}_{1\to S} &= \frac{d}{dt}\overline{|\langle S|U^{(1)}(t)|1\rangle|^2} \\ &= \Delta_1^2 \frac{d}{dt}\int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2\, \overline{e^{i[\phi_{S1}(t_1) - \phi_{S1}(t_2)]}},\end{aligned} \tag{۸}$$

$$\begin{aligned}W^{(2)}_{1\to S'} &= \frac{d}{dt}\overline{|\langle S'|U^{(1)}(t)|1\rangle|^2} \\ &= \Delta_1^2 \frac{d}{dt}\int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2\, \overline{e^{i[\phi_{S'1}(t_1) - \phi_{S'1}(t_2)]}},\end{aligned} \tag{۹}$$

باید در نظر داشت که میانگین نویز $\xi_\alpha(t)$ روی تراز $\langle\alpha|$ همیشه صفر است. تابع همبستگی موجود در توان‌ها برای نویزهای سفید و گوسی با تمام چگالی‌های طیفی آنها با $\delta(\tau-\tau')$ متناسب خواهد بود [۳۱-۳۲]. در ادامه از رابطهٔ نمایی $\overline{\exp\{i\xi(t)\}} = \exp\{-\frac{1}{2}\overline{\xi(t)^2}\}$ کمک می‌گیریم. با به کارگیری روابط مثلثاتی در توان‌های (۸) و (۹)، همچنین درنظر داشتن $A \gg \Gamma_{S,S'} \gg \omega, \Gamma_{1,2}$ که رابطهٔ $\omega|t_1-t_2| \ll 1$ را در پی داشته و این نامعادله سبب می‌شود تا توابع مثلثاتی در توان‌ها، برای اختلاف زمان‌های t_1 و t_2، حول میانگین ثابت آنها بسط بیابند. با کمک تقریب‌های میدان قوی و غیر بی‌دررو و همین طور بهره جستن از ساده‌سازی‌ها، انتگرال‌های فوق بر اساس مجموع و تفاضل زمان‌های ذکر شده، حل می‌شوند. با محاسبهٔ مشتق زمانی آنها، آهنگ‌های گذار به‌صورت زیر در می‌آیند

$$W^{(2)}_{1\to S} = \frac{\Delta_1^2\,\Gamma_S}{(\frac{1}{2}E-\varepsilon_0+A\sin\omega t)^2+\frac{1}{4}\Gamma_S^2}, \qquad (۱۰)$$

$$W^{(2)}_{1\to S'} = \frac{\Delta_1^2\,\Gamma_{S'}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^2+\frac{1}{4}\Gamma_{S'}^2}. \qquad (۱۱)$$

با رفتن به طرف حدود تحریک قوی $A \gg \Gamma_{S,S'}$ و درنظر گرفتن نامعادلهٔ $\left|\pm\varepsilon_0-\frac{1}{2}E\right| < A$، آهنگ‌های گذار انفجارهایی که زمان رخدادشان از یکدیگر مجزا می‌باشد را نشان می‌دهند. رویداد این انفجارها هنگامی است که ترازهای $\langle S|$ و $\langle S'|$، تراز $\langle 1|$ را قطع می‌نمایند، بدین معنا که دو تراز متقاطع در آن لحظهٔ خاص، تقریباً تبهگن می‌گردند. انفجارها به‌ترتیب برای ترازهای $\langle 1|$ و $\langle S|$، همچنین برای $\langle 1|$ و $\langle S'|$ وقتی شکل می‌گیرند که $A\sin\omega t \approx \varepsilon_0-\frac{1}{2}E$ و $A\sin\omega t \approx \varepsilon_0+\frac{1}{2}E$. با برآورد میانگین آنها در یک دوره، به شکل زیر در می‌آیند

$$W^{(2)}_{1\to S} \approx \frac{2\Delta_1^2}{\sqrt{A^2-(\frac{1}{2}E-\varepsilon_0)^2}}, \qquad (۱۲)$$

$$W^{(2)}_{1\to S'} \approx \frac{2\Delta_1^2}{\sqrt{A^2-(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0)^2}}. \qquad (۱۳)$$

به همین طریق می‌توان سایر آهنگ‌ها را محاسبه نمود

$$W^{(2)}_{2\to S} \approx \frac{2\Delta_2^2}{\sqrt{A^2-(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0)^2}}, \qquad (۱۴)$$

$$W^{(2)}_{2\to S'} \approx \frac{2\Delta_2^2}{\sqrt{A^2-(-\frac{1}{2}E+\varepsilon_0)^2}}, \qquad (۱۵)$$

برای آهنگ‌های معکوس $W^{(2)}_{S\to 1}$، $W^{(2)}_{S'\to 1}$، $W^{(2)}_{S\to 2}$ و $W^{(2)}_{S'\to 2}$ به‌ترتیب روابطی یکسان با (۱۲)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) حاصل می‌شود.

اکنون U(t) را تا مرتبهٔ سوم در جفت‌شدگی ترازها، بسط داده و نشان خواهیم داد از تداخل LZSM چندترازی میان فرایندهای مرتبهٔ سوم با مرتبهٔ اول و همچنین از تداخل میان مرتبه‌های دوم با یکدیگر، نخستین بار تشدیدهای تداخلی در مرتبهٔ چهارم به‌وجود می‌آیند

$$W^{(4)}_{1\to S} = \frac{d}{dt}\Big\{2\mathrm{Re}\overline{\langle 1|U^{\dagger(3)}(t)|S\rangle\langle S|U^{(1)}(t)|1\rangle} + \overline{|\langle S|U^{(2)}(t)|1\rangle|^2}\Big\}, \tag{۱۶}$$

$$W^{(4)}_{1\to S'} = \frac{d}{dt}\Big\{2\mathrm{Re}\overline{\langle 1|U^{\dagger(3)}(t)|S'\rangle\langle S'|U^{(1)}(t)|1\rangle} + \overline{|\langle S'|U^{(2)}(t)|1\rangle|^2}\Big\}. \tag{۱۷}$$

آهنگ‌های $W^{(4)}_{1\to S}$، $W^{(4)}_{1\to S'}$، $W^{(4)}_{2\to S}$ و $W^{(4)}_{2\to S'}$ به‌علت هرمیتی بودن و شکل خاص $\tilde{H}_4(t)$ با هم مساوی شده و تنها جمله‌های اول داخل آکولادها (تداخل سازنده) را شامل می‌شوند چرا که جمله‌های دوم، تداخل میان فرایندهای مرتبهٔ دوم بوده که تداخلی ویرانگر است و حاصل آنها صفر می‌شود، اما $W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2}$ و $W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'}$ تنها جملات دوم را دربر می‌گیرند. با انجام اعمالی جبری همانند آنچه که برای آهنگ‌های مرتبهٔ پایین (دوم) صورت پذیرفت و همین طور در نظر داشتن شرط $A \gg \Gamma_{S,S'} \gg \omega, \Gamma_{1,2}$ در رژیم چندفوتونی که به رابطهٔ $A\omega/E \ll \Gamma_{S,S'}$ منجر می‌شود انتگرال‌های موجود در آهنگ‌ها را ساده نموده که نتیجه به صورت زیر است

$$\begin{aligned} W^{(4)}_{1,2\leftrightarrow S,S'} = &\int_0^t d\tau \frac{2\Delta_1^2\Delta_2^2\Gamma_S e^{(\Gamma\omega/2\pi)(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E-\varepsilon_0+A\sin\omega t)^2+\frac{1}{4}\Gamma_S^2} \times \mathrm{Im}\Big\{\frac{e^{2iE(t-\tau)}}{\frac{1}{2}E-\varepsilon_0+A\sin\omega\tau+\frac{i}{2}\Gamma_S}\Big\} \\ &+\int_0^t d\tau \frac{2\Delta_1^2\Delta_2^2\Gamma_{S'} e^{-(\Gamma\omega/2\pi)(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega t)^2+\frac{1}{4}\Gamma_{S'}^2} \times \mathrm{Im}\Big\{\frac{e^{-2iE(t-\tau)}}{\frac{1}{2}E+\varepsilon_0-A\sin\omega\tau-\frac{i}{2}\Gamma_{S'}}\Big\} \\ &+\int_0^t d\tau \frac{2\Delta_1^2\Delta_2^2\Gamma_S e^{(\Gamma\omega/2\pi)(t-\tau)}}{(\frac{1}{2}E-\varepsilon_0+A\sin\omega t)^2+\frac{1}{4}\Gamma_S^2} \times \mathrm{Im}\Big\{\frac{e^{2iE(t-\tau)}}{\frac{1}{2}E-\varepsilon_0+A\sin\omega\tau-\frac{i}{2}\Gamma_S}\Big\}, \end{aligned} \tag{۱۸}$$

در این‌جا $\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)\pi/\omega$ آهنگ وافازی بی‌بعد است و پارامترهای $\Gamma_{1,2}$ برای انواعی از فرایندها، وافازی را کنترل می‌نمایند. با تکرار مراحل فوق، دو عبارت دیگر که تا حدودی شبیه به معادلهٔ (۱۸) هستند برای $W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2}$ و $W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'}$ به دست می‌آید. وقتی‌که روابط $A\sin\omega\tau \approx \varepsilon_0 - \frac{1}{2}E$ و $A\sin\omega\tau \approx \varepsilon_0 + \frac{1}{2}E$ برقرار می‌شوند انتگرالدهٔ (۱۸) همانند آهنگ‌های مرتبهٔ پایین، قله‌های تیزی را حول برخی از زمان‌های معین نمایش می‌دهد. با تشکیل انتگرالده‌هایی به‌صورت توابع دلتا در اطراف زمان‌های مذکور و با به‌کار بردن بعضی از تقریب‌ها، عبارات بالا ساده می‌شوند که می‌توان آنها را در زمان‌های معتبر $t \gg \Gamma_{1,2}^{-1}$، برای موارد با اهمیت زیر محاسبه نمود:

الف) برای نامیزانی صفر $(\varepsilon_0 = 0)$، آهنگ‌های گذار بدین صورت است

$$W^{(4)}_{1,2\leftrightarrow S,S'} \approx -\frac{1}{2}\left\{g_0+g_1+g_2\right\}C, \tag{۱۹}$$

$$W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'} \approx -\left\{\frac{1}{2}g_0+\frac{1}{3}g_2\right\}C, \tag{۲۰}$$

$$W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2} \approx \left\{\frac{1}{4}(g_0+g_1+g_2)+\frac{1}{2}(h_0+h_1+h_2)\right\}C, \tag{۲۱}$$

که $C=2\pi\Delta_1^2\Delta_2^2/A^2\omega$ و $g_{0,1,2}$ و $h_{0,1,2}$ با روابط زیر داده می‌شوند

$$g_0=\frac{-4\sin\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)\sinh\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)+e^{\Gamma}-\sin\left(\frac{4n-3}{2}\pi\right)}{\cosh\Gamma+\sin\left(2n\pi-\frac{1}{2}\pi\right)},$$

$$g_1=\frac{4\sin\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)\sinh\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)-\frac{1}{2}e^{-\Gamma}-\sin\left(\frac{4n-3}{2}\pi\right)}{-\cosh\Gamma+\sin\left(2n\pi+\frac{1}{2}\pi\right)},$$

$$g_2=\frac{2\sin\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)\sinh\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)-\frac{1}{2}e^{\Gamma}-\sin\left(\frac{4n-3}{2}\pi\right)}{-\cosh\Gamma-\sin\left(2n\pi-\frac{1}{2}\pi\right)},$$

$$h_0=\frac{\left[4+\sin\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)\right]\sinh\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)}{\cosh\Gamma+\sin\left(2n\pi-\frac{1}{2}\pi\right)},$$

$$h_1=\frac{\left[1-4\sin\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)\right]\sinh\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)}{-\cosh\Gamma+\sin\left(2n\pi+\frac{1}{2}\pi\right)},$$

$$h_2=\frac{\left[1-2\sin\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)\right]\sinh\left(\frac{1}{2}\Gamma\right)}{-\cosh\Gamma-\sin\left(2n\pi-\frac{1}{2}\pi\right)}.$$

در روابط فوق، $n=E/\omega$ تعداد فوتون‌ها می‌باشد.

ب) آهنگ‌های گذار برای نامیزانی غیرصفر ولی با n صحیح، به صورت زیر در می‌آیند

$$W^{(4)}_{1,2\leftrightarrow S,S'} \approx -\frac{1}{2}\left\{g_i+g_j+g_k\right\}C, \tag{۲۲}$$

$$W^{(4)}_{S\leftrightarrow S'} \approx -\left\{\frac{1}{2}g_i+\frac{1}{3}g_k\right\}C, \tag{۲۳}$$

$$W^{(4)}_{1\leftrightarrow 2} \approx \left\{\frac{1}{4}(g_i+g_j+g_k)+\frac{1}{2}(h_i+h_j+h_k)\right\}C, \tag{۲۴}$$

که $g_{i,j,k}$ و $h_{i,j,k}$ با روابط زیر داده می‌شوند

$$g_i=\frac{2\sin\big((2n-1)d_-\big)\left[\sinh\left(\frac{\Gamma d_-}{2\pi}\right)+\sinh\left(\frac{\Gamma d_+}{2\pi}\right)\right]-e^{\Gamma}+2}{(-\cosh\Gamma+1)(1-\delta^2)},$$

$$g_j=\frac{2\sin\big((2n-1)d'_-\big)\left[\sinh\left(\frac{\Gamma d'_-}{2\pi}\right)+\sinh\left(\frac{\Gamma d'_+}{2\pi}\right)\right]-2e^{-\Gamma}-1}{(-\cosh\Gamma+1)(2-\delta^2)},$$

$$g_k = \frac{\sin\big((2n-1)d_-\big)\,[\sinh(\frac{\Gamma d_-}{2\pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d_+}{2\pi})] - 2e^{\Gamma} - 1}{(-\cosh\Gamma + 1)(1-\delta^2)},$$

$$h_i = \frac{[1 + 4\sin\big((2n-1)d_+\big)]\ \tanh\big(\frac{1}{2}\Gamma\big)}{1-\delta^2},$$

$$h_j = \frac{[-1 + 8\sin\big((2n-1)d'_+\big)]\ \tanh\big(\frac{1}{2}\Gamma\big)}{2-\delta^2},$$

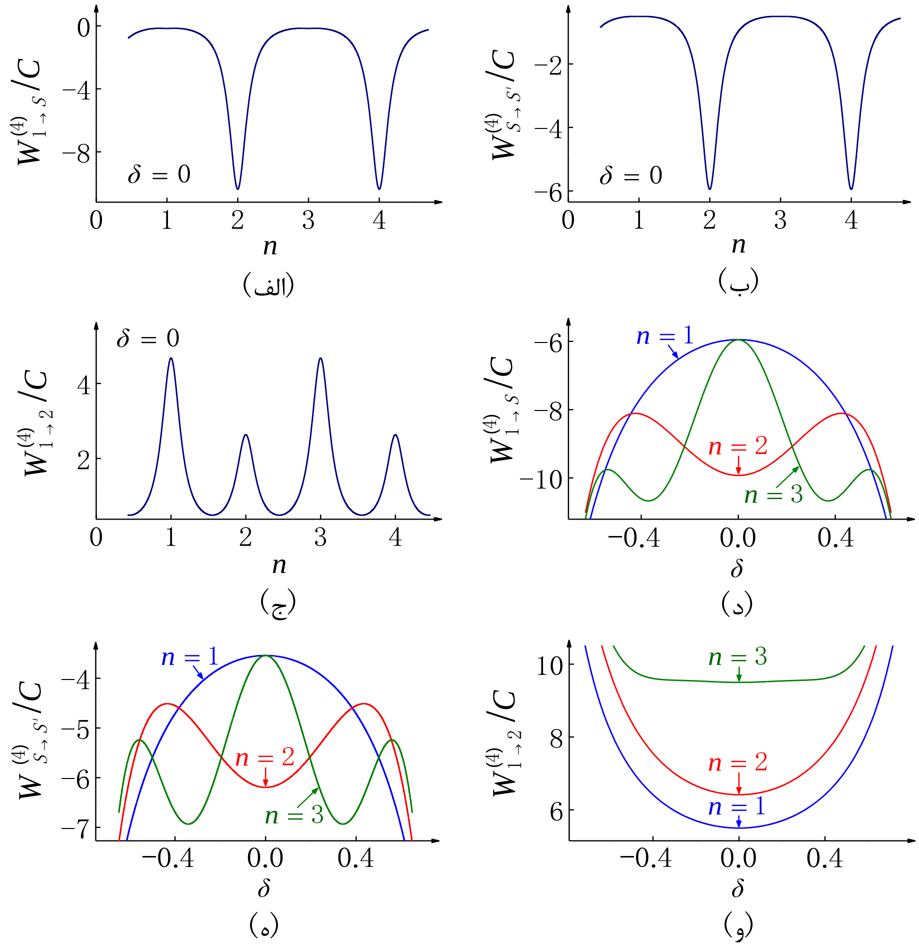
$$h_k = \frac{[4 - \sin\big((2n-1)d_+\big)]\ \tanh\big(\frac{1}{2}\Gamma\big)}{1-\delta^2},$$

به طوری‌که $\delta = \varepsilon_0/A$، $d_\pm = \frac{\pi}{2} \pm 2\sin^{-1}\delta$ و $d'_\pm = \frac{\pi}{2} \pm \sin^{-1}\delta$ می‌باشد.

نتایج و بحث

در قسمت‌های (الف)، (ب) و (ج) از شکل ۴، آهنگ‌های گذار $W^{(4)}_{1,2\to S,S'}$، $W^{(4)}_{S\to S'}$ و $W^{(4)}_{1\to 2}$ برحسب n، برای نامیزانی صفر و سپس آنها در شکل‌های (د)، (ه) و (و) برحسب نامیزانی غیرصفر δ، به ازای n = 1, 2, 3 ترسیم شده‌اند. برای رسم همهٔ شکل‌ها، مقدار Γ را π ۰/۳ درنظر می‌گیریم. شکل‌ها خصوصیات تشدیدی آهنگ‌ها را در nهای صحیح نشان می‌دهند. شکل‌های (الف) و (ب) وقوع تشدیدهای تداخلی در مضارب زوج را نشان می‌دهند اما در (ج) به وضوح مشخص است که این تشدیدها برای nهای صحیح زوج یا فرد به لحاظ کیفی رفتار متفاوتی دارند. به‌ترتیب شکل‌های (د) و (ه) با نمودارهای ۳(b) و همین‌طور شکل (و) با نمودارهای ۳(c) از آزمایش مرجع [۲۳] شباهت بسیار نزدیکی داشته و این همخوانی، توافق کامل محاسبات و نتایج به‌دست آمده را به‌خوبی آشکار می‌سازد. منفی بودن علامت $W^{(4)}_{1\to S}$ عاملی است تا این سهم از مرتبهٔ چهارم، سبب توقف کامل $W^{(2)}_{1\to S}$ (آهنگ گذار پس‌زمینهٔ بزرگ[1]) شود. وقتی که نامعادلهٔ $\Gamma_1 + \Gamma_2 > W^{(2)}_{1\to S}$ برقرار شود آن‌گاه آهنگ کل $W^{(2)}_{1\to S} + W^{(4)}_{1\to S}$ مثبت می‌شود و برعکس وقتی که $\Gamma_1 + \Gamma_2 < W^{(2)}_{1\to S}$ برقرار شود پهنای طول عمر حالت‌های $\langle 1|$و $\langle 2|$ به خاطر رخداد گذارهای LZSM، نسبت به حالت‌های $\langle S|$ و $\langle S'|$ زیادتر خواهد شد. شرط لازم برای نیل به این نتایج، وارد نمودن جمله‌های با مراتب بالاتر (چهارم و پنجم و غیره) در عبارات اختلالی مورد نظر است. به همین طریق دربارهٔ سایر آهنگ‌های گذار می‌توان مباحث و تحلیل‌هایی مشابه و درخور توجهی را ارائه نمود. ذکر این نکته ضروری است که تشدیدهای تداخلی در سیستم‌های تحت اعمال دو میدان متقارن، وقتی روی می‌دهند که سیستم مورد نظر حداقل چهار تراز داشته باشد.

[1] Large background



شکل۴. در (الف)، (ب) و (ج) آهنگ‌های $W^{(4)}_{1\to S}$، $W^{(4)}_{S\to S'}$ و $W^{(4)}_{1\to 2}$، برحسب **n** برای نامیزانی صفر، سپس در (د)، (ه) و (و) آنها برحسب نامیزانی غیرصفر **δ**، به ازای $n = 1, 2, 3$ ترسیم شده‌اند. منحنی‌ها در شکل (و) برای $n = 2$ با اضافه نمودن عدد ۲ و برای $n = 3$ با افزودن ۴ جبران شده‌اند.

مدل‌سازی DQD و ارتباط با آزمایشات

نتایج و دستاوردهای حاصل از محاسبات تحلیلی، برای سیستم‌های کوانتومی تحریک شدهٔ به وسیله دو میدان قوی که چهار تراز یا بیشتر دارند، کلی هستند. خصوصیات کلیدی تشدیدهای مورد نظر در شرط $E = n\omega$ با بروز رفتار متفاوت آهنگ‌ها در مضارب زوج یا فرد، قابل پیش‌بینی است. برای نیل به این نوع نتایج باید نوسانات شدید ترازهای جفت‌شده را درنظر گرفت. در ادامه با طرح یک آزمایش و انتخاب مقادیری مناسب برای پارامترهای موجود در معادلات به دست آمده، آشکارا با آزمایشاتی که نشان دهندهٔ اندازه‌گیری جریان DQDs در شرایط سد شدگی اسپین[1] می‌باشند [۲۲-۲۳] ارتباط برقرار می‌کنیم.

باید توجه نمود که زیرفضای با انرژی پایین DQD در مدل دوالکترونی با پنج مورد زیر قابل اندازه‌گیری است: یک

[1] Spin-blockaded

S(۱,۱) اسپین یگانه و یک اسپین سه‌گانهٔ T(۱,۱) با اشغال هر کدام از الکترون‌ها در یک نقطهٔ کوانتومی و همچنین یک S(۰,۲) اسپین یگانه با هر دو الکترون در نقطهٔ سمت راست (نقطهٔ کوانتومی چپ خالی است). اعداد ۰، ۱ و ۲ نشانگر تعداد الکترون‌ها در نقاط راست یا چپ می‌باشند. در شرایط سد شدگی اسپین، شار جریان به‌وسیلهٔ هر دو حالت S(۰,۲) و S(۱,۱) ایجاد شده که به‌طور مستقیم با میدان‌های لیزری متقارن جفت شده‌اند. جفت‌شدگی میان ترازهای یگانه و اسپین سه‌گانهٔ سد شده می‌تواند از طریق جفت‌شدگی‌های فوق ریز، بی‌هنجار زیمان و اسپین- مدار موجب شود. در فواصلی زیاد از نقاط تبهگنی ترازهای انرژی سه‌گانه- یگانه، میدان‌های متقارن ac قادرند که انرژی مورد نیاز برای شکل‌گیری گذارهای LZSM را به‌وجود آورند [۳۳-۳۴]. وقتی‌که بسامد میدان‌ها و شکاف انرژی ثابت میان ترازها با هم در تشدید باشند (E = nω)، از جفت‌شدگی ترازها انتظار می‌رود تا دست از محاصرهٔ اسپین الکترون‌ها برداشته و در نهایت جریان تقویت شود. به وضوح می‌توان نشان داد که این نوع جدید از تشدیدها، دارای تمام مشخصات اساسی داده‌های تجربی می‌باشند. در این‌جا برای ارتباطی دقیق با آزمایش‌ها، $\langle S|$ و $\langle S'|$ به‌ترتیب حالت‌های یگانهٔ S(۰,۲) و S(۱,۱) از DQD را نمایش می‌دهند. حالت $\langle 1|$ نشان دهندهٔ حالت سه‌گانهٔ T_+(۱,۱) با هر دو اسپین رو به بالاست و $\langle 2|$ نیز برهم‌نهی خاصی از S(۱,۱) و S(۰,۲) با حالت سه‌گانهٔ T_0(۱,۱) را نمایش می‌دهد که با انرژی بی‌هنجار زیمان در DQD تعیین می‌شود. در این‌جا اضافه کردن حالت سه‌گانهٔ T_-(۱,۱) ضروری نیست زیرا چندان تغییری در مدل و رفتار ساختار مورد نظر به‌وجود نمی‌آورد.

با لحاظ تمام آهنگ‌های مرتبه‌های دوم و چهارم، معادلهٔ کلی زیر برای احتمالات اشغال هر یک از ترازهای وابسته به زمان $\{p_{1,2}, p'_{1,2}\}$ شکل می‌گیرد

$$\begin{aligned}\frac{dp_1}{dt} = \frac{dp'_1}{dt} &= \left\{p_2(W_{2\to 1} + \frac{1}{4}W_{2\to S}) - p_1(W_{1\to 2} + \frac{3}{4}W_{1\to S})\right\} \\ &\times \left\{p'_2(W_{2\to 1} + \frac{1}{4}W_{2\to S'}) - p'_1(W_{1\to 2} + \frac{3}{4}W_{1\to S'})\right\},\end{aligned} \tag{۲۵}$$

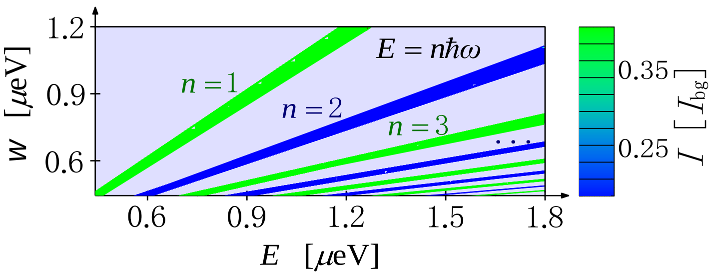
به طوری‌که $p_1 + p_2 = 1 - p'_1 - p'_2$. این‌جا فرض بر این است که فروافت از شاتل‌ها و بارگیرهای پی در پی از $\langle 1|$ یا $\langle 2|$ با احتمالاتی یکسان، در بازهٔ زمانی دینامیک $p_{1,2}$ و $p'_{1,2}$ فوری انجام می‌گیرد که به همین دلیل از آوردن p_S و p'_S در معادلهٔ بالا صرف نظر شده است. با حل معادلهٔ دیفرانسیلی (۲۵) برای احتمالات $p_{1,2}^{(\mathrm{eq})}$ و $p'^{(\mathrm{eq})}_{1,2}$، جریان حالت مانا به شکل زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned}&\frac{dp_1^{(\mathrm{eq})}}{dt} = \frac{dp'^{(\mathrm{eq})}_1}{dt} = 0 \\ &\Rightarrow I = e\left\{p_1^{(\mathrm{eq})}W_{1\to S} + p_2^{(\mathrm{eq})}W_{2\to S}\right\} \\ &\qquad \times \left\{p'^{(\mathrm{eq})}_1 W_{1\to S'} + p'^{(\mathrm{eq})}_2 W_{2\to S'}\right\}.\end{aligned} \tag{۲۶}$$

ارائۀ یک آزمایش (شبیه‌سازی عددی)

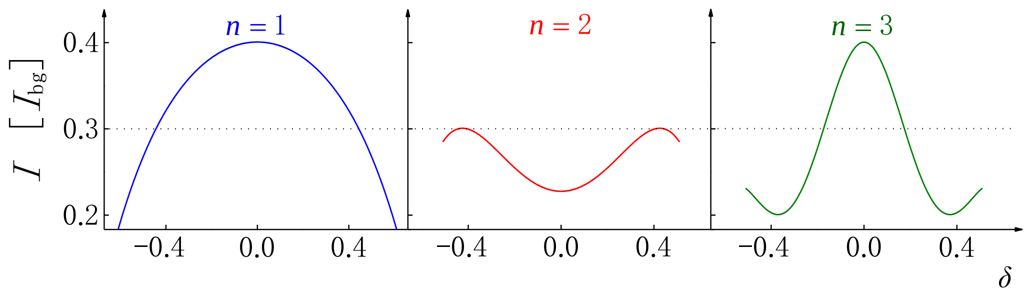
به منظور تطابق با داده‌های تجربی در شکل (d)۲ از [۲۳]، آزمایشی بدین صورت طرح و انجام می شود که در آن نامیزانی δ را مساوی صفر قرار داده و $\omega, E \sim 10-30\ \mu\text{eV}$ ، $\Delta_1^2/A = 0.1\ \mu\text{eV}$ ، $\Delta_2^2/A = 0.9\ \mu\text{eV}$، یعنی $\Delta_2^2/\Delta_1^2 = 9$ [۳۵] و $\Gamma_{1,2} = 1\ \mu\text{eV}$ انتخاب می‌شوند. در شکل ۵ جریان حالت مانای به دست آمده که با I_{bg} بهنجار شده، ترسیم می‌شود. I_{bg} که جریان پس‌زمینۀ بدون تشدید بوده به‌دلیل گذارهای مستقیم LZSM مرتبۀ پایین $W^{(2)}_{1,2\to S,S'}$ به‌وجود آمده است. لازم به یادآوری است که وقوع این گذارها، توأم با جاروب کردن‌های متناوب در نقاط تقاطع ترازهای $S(۱,۱) - T_+(۱,۱)$ و $S(۰,۲) - T_+(۱,۱)$ می‌باشند. در این آزمایش $I_{bg} \sim ۳$ pA در نظر گرفته شده است. مدل توصیف شدۀ فوق، تمام خصوصیات کلیدی نتایجی که در پایین بیان می شوند را دوباره تولید می‌کند: پاسخ تشدیددار جریان به‌دست آمده در خطوط n فوتونی، عامل تقویت در مضارب فرد و توقف در مضارب زوج به شکلی متناوب است که برای واقعی‌ترین DQDs، نویز حاصله توسط مؤلفه‌های کم‌بسامد روی $\langle 1|$ و $\langle 2|$ غالب می شود. با توجه به بحث فوق، نمودار خط تشدیدها به لحاظ کیفی تغییر کرده در حالی‌که وابستگی نامیزانی شدّت یا وضعیت رویداد آنها متحمل دگرگونی نمی‌شود. برای nهای زوج، سهم‌های مرتبۀ چهارم $W^{(4)}_{1,2\leftrightarrow S,S'}$ باعث توقف خروج جمعیت از حالت‌های $\langle 1|$ و $\langle 2|$ به شاتل‌ها شده که در نتیجه، جریان پس‌زمینه روندی نزولی را طی خواهد نمود. با توجه به شکل ۴ (ج)، آهنگ گذار $W^{(4)}_{1\to 2}$ در مضرب‌های فرد بیشترین مقدار را داشته که پیامد ترکیب حالت‌های $\langle 1|$و $\langle 2|$ با یکدیگر است. بنابراین شاهد روند صعودی خروج جمعیت از قوی‌ترین حالت سد شدگی $\langle 1|$ خواهیم بود که به‌دنبال آن، جریان کل نیز افزایش پیدا می‌کند. $\langle S'|$ و $\langle S|$ که نشانگر ترازهای $S(۱,۱)$ و $S(۰,۲)$ می‌باشند، زمینۀ انجام تقریب دیگری معادل با وقوع تشدیدهایی متوالی در شرط $E' = n\omega$ را فراهم می‌آورند و باعث شکل‌گیری معادلۀ $E'/E= g_1/g_2$ با عوامل مؤثر g در هر دو نقطۀ کوانتومی می‌شوند. این ترازهای ناقطبیده که توسط شکاف E' از حالت $\langle 1|$ گسسته می شوند موجب خلق شکلی به صورت بادبزن زیر می شود که در شرط تشدید از تعدادی قله و فرورفتگی جریان تشکیل شده است، بدین معنا که بادبزن دولا شدۀ موجود در شکل 2d از آزمایش [۲۳] را دوباره تولید می‌نمایند.

در انتها از طریق ترسیم شکل‌هایی متفاوت برای هر یک از تشدیدها (با مدولاسیون آرام $A \sim \varepsilon_0$)، وابستگی نامیزانی جریان به‌دست آمدۀ و توافق کامل آن با کارهای آزمایشگاهی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. به شکل (b)۳ از آزمایش [۲۳] توجه نمایید.



شکل۵. در $\delta = 0$ جریان حالت مانای به‌دست آمده برای یک DQD در شرایط سد شدگی اسپین، برحسب ω و E ترسیم شده و بهنجارسازی آن با I_{bg} می‌باشد (بادبزن دولا شده).

در شکل ۶ همانند شکل ۵، جریان حالت مانای به‌دست آمده را برحسب نامیزانی δ، به ازای $n = 1, 2, 3$ با درنظر گرفتن $p_{1,2}^{(eq)} = p_{1,2}'^{(eq)} = \frac{1}{4}$ ترسیم می‌نماییم. در اینجا به خاطر تأثیر اندک فازهای Φ_n بر ε_0، به‌وضوح شاهد توافق کامل وابستگی نامیزانی جریان حاصل با آزمایشات هستیم.



شکل ۶. جریان به دست آمده برای یک DQD در شرایط سد شدگی اسپین که با جریان زمینه I_{bg} بهنجار شده است. شکل‌های (الف)، (ب) و (ج) نمایش مدولاسیون آرام تشدیدهای تداخلی است که در آنها جریان برحسب نامیزانی δ، برای $n = 1, 2, 3$ ترسیم شده است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، رخداد تشدیدهای تداخلی و نامتقارنی آنها به ازای مضارب زوج یا فرد، در یک سیستم چهارترازی از طریق برآورد آهنگ‌های گذار که خصوصیات تشدیدی از خود بروز می‌دهند بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که وقوع و بقای این پدیده در مجاور گذارهای LZSM حتمی بوده و موجب از بین رفتن تشدیدهای شبه دوترازی در مرتبهٔ چهارم جفت‌شدگی‌ها است که پیامد وقوع تداخل‌های ویرانگر در رژیم وافازی قوی می‌باشد. با مقایسهٔ تشدید چندفوتونی در سیستم‌های مختلف، مشاهده شد که ساختار چندترازی همراه با شکاف ثابت میان ترازها، موجب نامتقارنی تشدیدها در مضارب زوج یا فرد است. محاسبات نشان دادند که تغییرات مقادیر انرژی حالت‌های شاتل، تأثیری بر روی پایستگی

این پدیده در رژیم وافازی قوی ندارد. از طریق ارتباط نتایج کار حاضر با آزمایشات، پاسخ‌های تشدیدی جریان به دست آمده در خطوط n فوتونی شناسایی شدند. سهم به‌سزای میدان‌ها در انتقال جمعیت بین‌ترازی و صفر بودن عنصر جفت‌شدگی بین آنها در هامیلتونی برهم‌کنش از پیچیدگی بیشتر اختلال سیستم می‌کاهد تا فرایند جداسازی ضرایب در انتهای کار مقدور شود. با مدل‌سازی ساختار ترازهای DQDs در مدل دوالکترونی و شبیه‌سازی عددی، وابستگی نامیزانی جریان و توافق آن با کارهای آزمایشگاهی بررسی شد و نشان داده شد که نتایج تحلیلی حاصل، همهٔ خصوصیات داده‌های تجربی را دارا است. ابداع و خلق رژیم‌های همدوس و نقش عمدهٔ ناهمدوسی در ارتباط با سایر سیستم‌های پیچیده، می‌تواند راه‌هایی جدید برای تحقیقات گسترده در اختیار محققین قرار دهد.

منابع

1. M. A. Armen, A. E. Miller, and H. Mabuchi, “Spontaneous dressed-state polarization in the strong driving regime of cavity QED,” Physical Review Letters 103 (2009) 173601.

2. R. Mathew, E. Dilcher, A. Gamouras, A. Ramachandran, H. Y. Shi Yang, S. Freisem, D. Deppe, and K. C. Hall, “Subpicosecond adiabatic rapid passage on a single semiconductor quantum dot: Phonon-mediated dephasing in the strong-driving regime,” Physical Review B 90 (2014) 035316.

3. J. E. Mooij, “The road to quantum computing,” Science 307 (2005) 1210.

4. Y. Makhlin, G. Schön, A. Shnirman, “Quantum state engineering with Josephson-junction devices,” Reviews of modern Physics 73 (2001) 357.

5. J. R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S. K. Tolpygo, J. E. Lukens, “Quantum superposition of distinct macroscopic states,” Nature 406 (2000) 43.

6. Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, J. S. Tsai, “Rabi oscillations in a Josephson-junction charge two-level system,” Physical Review Letters 87 (2001) 246601.

7. J. M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado, C. Urbina, “Rabi oscillations in a large Josephson-junction qubit,” Physical Review Letters 89 (2002) 117901.

8. I. Chiorescu, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans, J. E. Mooij, “Coherent quantum dynamics of a

superconducting flux qubit," Science 299 (2003) 1869.

9. S. Ashhab, J. R. Johansson, A. M. Zagoskin, and F. Nori, "Two-level systems driven by large-amplitude fields," Physical Review A 75 (2007) 063414 .

10. S. N. Shevchenko, S. Ashhab, and F. Nori, "Landau-Zener-Stückelberg interferometry," Physics Reports 492 (2010) 1.

11. H. Ribeiro, J. R. Petta, and G. Burkard, "Interplay of charge and spin coherence in Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interferometry," Physical Review B 87 (2013) 235318.

12. J. Stehlik, Y. Dovzhenko, J. R. Petta, J. R. Johansson, F. Nori, H. Lu, and A. C. Gossard, "Landau-Zener-Stückelberg interferometry of a single electron charge qubit," Physical Review B 86 (2012) 121303.

13. M. O. Scully and M. S. Zubairy, "Quantum Optics," Cambridge University Press, Cambridge, England, (1997).

14. G. Sun, X. Wen, B. Mao, J. Chen, Y. Yu, P. Wu, and S. Han, "Tunable quantum beam splitters for coherent manipulation of a solid-state tripartite qubit system," Nature Communications 1 (2010) 51.

15. A. M. Satanin, M. V. Denisenko, S. Ashhab, and F. Nori, "Amplitude spectroscopy of two coupled qubits," Physical Review B 85 (2012) 184524.

16. D. M. Berns, M. S. Rudner, S. O. Valenzuela, K. K. Berggren, W. D. Oliver, L. S. Levitov, and T. P. Orlando, "Amplitude spectroscopy of a solid-state artificial atom," Nature (London) 455 (2008) 51.

17. G. Sun, X. Wen, Y. Wang, S. Cong, J. Chen, L. Kang, W. Xu, Y. Yu, S. Han, and P. Wu, "Population inversion induced by Landau-Zener transition in a strongly driven rf-SQUID," Applied Physics Letters 94 (2009) 102502.

18. J. I. Colless, X. G. Croot, T. M. Stace, A. C. Doherty, S. D. Barrett, H. Lu, A. C. Gossard, and D. J. Reilly, "Raman phonon emission in a driven double quantum dot," Nature Communications 5 (2014) 3716.

19. M. Grajcar, S. H. W. V. D. Ploeg, A. Izmalkov, E. Il'ichev, H. G. Meyer, A. Fedorov, A. Shnirman,

and G. Schön, “Sisyphus cooling and amplification by a superconducting qubit,” Nature Physics 4 (2008) 612.

20. S. O. Valenzuela, W. D. Oliver, D. M. Berns, K. K. Berggren, L. S. Levitov, and T. P. Orlando, “Microwave-induced cooling of a superconducting qubit,” Science 314 (2006) 1589.

21. S. Nadj-Perge, V. S. Pribiag, J. W. G. van den Berg, K. Zuo, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, S. M. Frolov, and L. P. Kouwenhoven, “Spectroscopy of spin-orbit quantum bits in indium antimonide nanowires,” Physical Review Letters 108 (2012) 166801.

22. E. A. Laird, C. Barthel, E. I. Rashba, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, “A new mechanism of electric dipole spin resonance: hyperfine coupling in quantum dots,” Semiconductor Science and Technology 24 (2009) 064004.

23. J. Stehlik, M. D. Schroer, M. Z. Maialle, M. H. Degani, and J. R. Petta, “Extreme harmonic generation in electrically driven spin resonance,” Physical Review Letters 112 (2014) 227601.

24. S. Nadj-Perge, S. M. Frolov, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, “Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire,” Nature (London) 468 1084 (2010) 1084-1087.

25. V. N. Golovach, M. Borhani, and D. Loss, “Electric-dipole-induced spin resonance in quantum dots,” Physical Review B 74 (2006) 165319.

26. C. Flindt, A. S. Sørensen, and K. Flensberg, “Spin-orbit mediated control of spin qubits,” Physical Review Letters 97 (2006) 240501.

27. A. V. Shytov, D. A. Ivanov, and M. V. Feigel’man, “Landau-Zener interferometry for qubits,” The European Physical Journal B 36 (2003) 263.

28. E. I. Rashba, “Mechanism of half-frequency electric dipole spin resonance in double quantum dots: Effect of nonlinear charge dynamics inside the singlet manifold,” Physical Review B 84, (2011) 241305.

29. G. Széchenyi and A. Pályi, “Maximal Rabi frequency of an electrically driven spin in a disordered magnetic field,” Physical Review B 89 (2014) 115409.

30. M. P. Nowak, B. Szafran, and F. M. Peeters, “Resonant harmonic generation and collective spin rotations in electrically driven quantum dots,” Physical Review B 86 (2012) 125428.

31. J. Danon and M. S. Rudner, “Multilevel interference resonances in strongly driven three-level systems,” Physical Review Letters 113 (2014) 247002.

32. M. Karami, A. Javdani and K. Karami, “Modeling the level structure of a double quantum dot in the two-electron regime,” Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 52 (2019) 025504.

33. K. C. Nowack, F. H. L. Koppens, Y. V. Nazarov, and L. M. K. Vandersypen, “Coherent control of a single electron spin with electric fields,” Science 318 (2007) 1430.

34. E. A. Laird, C. Barthel, E. I. Rashba, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, “Hyperfine-mediated gate-driven electron spin resonance,” Physical Review Letters 99 (2007) 246601.

35. S. Nadj-Perge, S. M. Frolov, J. W. W. van Tilburg, J. Danon, Y. V. Nazarov, R. Algra, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, “Disentangling the effects of spin-orbit and hyperfine interactions on spin blockade,” Physical Review B 81 (2010) 201305.