

## بررسی توابع توزیع تعمیم یافته پارتونی (GPDs) در مدل ولون

مریم مؤمنی فیلی؛ دانشکده فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات  
فیروز آرش\*؛ گروه فیزیک، دانشگاه تفرش  
فاطمه تقوی شهری؛ گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

پذیرش: ۹۸/۵/۱۳

دریافت: ۹۷/۷/۴

### چکیده

توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته (GPD) برای کوارک‌های ظرفیتی  $u$  و  $d$  در پروتون با استفاده از مدل ولون حساب شده‌اند. با محاسبه تابع شکل دیراک، پارامتر آزاد مدل تعیین شده است. توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته در مدل ولون با مدل (M. Diehl, Th. Feldmann, R. Jakob and P. Kroll, Eur.Phys.J.C 39:1-39 (2005)) مقایسه شده است و این دو توافق خوبی با هم دارند. نشان داده شده است که با استفاده از توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته به دست آمده، توابع شکل الکتریکی پروتون را در انرژی‌های کم‌تر از  $5 \text{ GeV}^2$  که انتظار داریم پراکندگی کشسان الکترون پروتون در آن برجسته باشد، توافق خوبی با داده‌های تجربی دارد.

**واژگان کلیدی:** توابع توزیع پارتونی، توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته، پراکندگی ناکشسان ژرف، پراکندگی الاستیک الکترون پروتون

### مقدمه

دنیای ما از ماده باریونی ساخته شده است. بخش اصلی ماده باریونی نوکلئون‌ها هستند. نوکلئون ساختار بسیار پیچیده‌ای دارد و از انبوهه شمارش ناپذیری از پارتون‌ها (کوارک‌ها و گلوئون‌ها) تشکیل شده‌اند. فهمیدن برهمکنش بین پارتون‌ها و نقش آن در شکل‌گیری ساختار نوکلئون یکی از چالش‌های جدی پژوهشگرهای فیزیک ذرات در سال‌های اخیر بوده است. فرایندهای منحصر به فرد، مانند پراکندگی کامپتون الکترون از نوکلئون، به دلیل این که رفتار پارتون‌ها را در درون نوکلئون بهتر نمایان می‌کنند، نقش مهمی یافته‌اند و در شناخت دقیق‌تر توزیع پارتون‌ها نقش برجسته‌ای دارند [۱-۴]. با این حال، توابع توزیع معمولی تنها می‌توانند تصویری دو بعدی از ساختار نوکلئون به دست دهند. برای این که تصویری کامل و سه بعدی از اندرون نوکلئون به دست بیاوریم، به توزیع تکانه عرضی پارتون‌ها نیاز است و این چیزی است که با دانستن توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته شدنی است. از جنبه‌های دیگری هم بررسی و به دست آوردن توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته اهمیت دارد. از آن جمله:

انتگرال روی توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته برای هر نوع کوارک، سهم این پارتون‌ها در پراکندگی الاستیک الکترون از نوکلئون را تعیین می‌کند. توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته می‌تواند همان اطلاعاتی را که در توابع توزیع پارتونی وجود دارد، به ما بدهد.

\* نویسنده مسئول: farash@aut.ac.ir

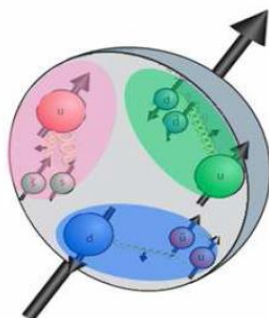
بحران اسپین پروتون ۳۰ سال است که یکی از چالش‌های جدی نظری برای فیزیک پیشه‌های بن‌ذره است و هنوز به طور کامل فهمیده نشده است. چون توابع توزیع تعمیم یافته به تکانه زاویه‌ای پارتون‌های نوکلئون مربوط است، به نظر می‌رسد که در حل مسأله اسپین نوکلئون نقش کلیدی داشته باشد. تبدیل فوری توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته با توزیع فضایی پارتون‌های درون نوکلئون ارتباط دارد.

تاکنون مدل‌های گوناگونی برای توصیف توابع توزیع تعمیم یافته پارتون‌ها پیشنهاد شده‌اند. در این نوشته ما از مدل ولون [۵] برای شناسایی آن‌ها استفاده خواهیم کرد و توابع توزیع تعمیم یافته کوارک‌های ظرفیتی پروتون را خواهیم یافت. در این توابع توزیع یک پارامتر آزاد وجود دارد [۶] که با استفاده از داده‌های تجربی برای تابع شکل دیراک، آن را حساب خواهیم کرد.

ساختار این مقاله به قرار زیر است: در بخش ۲ مدل پدیده‌شناختی ولون را به کوتاهی توصیف و توابع توزیع پارتونی برآمده از این مدل را یادآوری می‌کنیم. بخش ۳ به توصیف توابع توزیع تعمیم یافته می‌پردازد و روش محاسبه آن را در مدل ولون توضیح می‌دهد. نتایج به دست آمده در مدل ولون با داده‌های تجربی و مدل‌های موجود دیگر مقایسه خواهند شد. بخش ۴ به بحث پیرامون یافته‌ها و نتیجه‌گیری می‌پردازد.

## مدل ولون

مدل ولون را نخستین بار R.C. Hwa برای بررسی ساختار ناقطبیده پروتون پیشنهاد کرد [۵]. در سال‌های اخیر این مدل به ساختار نوکلئون قطبیده تعمیم داده شد [۷]. در این مدل، هر هادرون حالت مقید سه (یا دو) ولون پنداشته می‌شود. هر ولون ساختار درونی خود را دارد که شامل یک کوارک ظرفیتی و ابری از کوارک‌های دریا و گلئون‌ها (پارتون‌ها) است. در تقریب نخست، ولون‌ها تمام تکانه نوکلئون را حمل می‌کنند. ساختار ولون در فرایندهای  $QCD$  تشکیل می‌شود. این ساختار مستقل از هادرونی است که در آن قرار دارد. به بیان دیگر، ساختار ولون در همه هادرون‌ها یکسان است، تنها توزیع‌شان از یک هادرون به دیگری متفاوت است. به این دلیل شناخت ساختار ولون امکان می‌دهد تا ساختار نوکلئون را از اجزای بنیادی‌تر آن، ولون‌ها، بازسازی کرد. فرایند بازسازی در دو گام صورت می‌گیرد. گام نخست، تشکیل خود ولون است که با فرایندهای  $QCD$  پدید می‌آید: کوارک ظرفیتی گلئون گسیل می‌کند و گلئون به نوبه خود به کوارک-پادکوارک و نیز به گلئون شکافته می‌شود. به این ترتیب، در پیرامون کوارک ظرفیتی ابری از پارتون‌ها شکل می‌گیرد. این مجموعه یک "ولون" است. در گام دوم، در اثر پیوند و بازترکیب ولون‌ها، هادرون شکل می‌گیرد. در شکل ۱ نمایی از مدل ولون را مشاهده می‌کنید.



شکل ۱. نمایی از مدل ولون

کوتاه آن که:

در  $Q^2$  های کم ( $Q^2$  مجذور چاربردار انرژی-تکانه‌ی انتقالی از الکترون به پروتون هدف است) ساختار درونی ولون‌ها قابل شناسایی نیست و ولون‌ها همانند کوآرک‌ها ظرفیتی بدون ساختار رفتار می‌کنند. زیرا، کاوه با  $Q$  کم به معنی طول موج بزرگ آن است. در  $Q^2$  های بزرگ‌تر از یک مقدار آستانه‌ای،  $Q_0^2$ ، ساختار درون  $d$  ولون و در نتیجه، اندرونه پارتونی آن آشکار می‌شود. وابستگی به  $Q^2$  توابع توزیع پارتونی ولون از حل معادلات تحولی DGLAP در هر ولون با شرایط اولیه مناسب به دست می‌آید. برای توضیح بیشتر به مرجع [۵] را ببینید.

توابع توزیع ولون مستقل از  $Q^2$  است. آن‌ها می‌توانند به عنوان مجذور تابع موج کوآرک‌های اصلی در هادرون تفسیر شوند. توابع توزیع ولون در هادرون جایگزینی برای احتمال یافتن ولونی با کسر تکانه  $y$  از تکانه هادرون اند. این یکی از فرض‌های بنیادی مدل ولون است، زیرا تعیین تابع موج جسم سه ذره‌ای، مانند پروتون را نمی‌شناسیم.

تعیین توابع توزیع پارتونی هادرون‌ها در مدل ولون، در دو مرحله انجام می‌گیرد: نخست، توابع توزیع پارتونی را در یک ولون محاسبه می‌کنیم. همان‌گونه که گفتیم، این کار با حل معادله تحولی DGLAP در یک ولون با شرایط اولیه مناسب انجام می‌گیرد. مرحله بعدی، گذار از تراز ولون به تراز هادرون است که به یافتن توابع توزیع پارتون‌ها در هادرون می‌انجامد. این کار با انتگرال پیچش بین توابع توزیع در ولون و تابع توزیع ولون در هادرون (مثلا پروتون) شدنی است. انتگرال پیچش در محاسبه توابع توزیع پارتونی در پروتون به صورت زیر است [۵]:

$$q^p(x, Q^2) = \sum_{valons} \int_x^1 dy G_{valon}^p(y) q^{valon}\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) \quad (1)$$

$x$  کسر تکانه پروتون است که تهر پارتون حمل می‌کند و  $y$  کسر تکانه پروتون است که هر ولون حمل می‌کند.  $G_{valon}^p(y)$  توابع توزیع ولون‌های  $D$  و  $U$  در پروتون‌اند. آن‌ها برحسب  $y$  با استفاده از روابط زیر در شکل ۲ رسم شده‌اند [۵]:

(۲)

$$G_{\bar{p}}^U(y) = \frac{B(\alpha + 1, \beta + 1)y^\alpha(1 - y)^{\alpha + \beta + 1}}{B(\alpha + 1, \beta + 1)B(\alpha + 1, \alpha + \beta + 2)}$$

$$G_D(y) = \frac{B(\alpha + 1, \beta + 1)y^\beta(1 - y)^{2\alpha+1}}{B(\alpha + 1, \beta + 1)B(\alpha + 1, \alpha + \beta + 2)}$$

در رابطه بالا  $B(m, n)$  تابع بتای اوپلر است و  $\alpha = 1.545$ ;  $\beta = 0.89$  با داشتن توابع توزیع ولون‌ها تعیین تابع توزیع پارتون‌های درون پروتون امکان‌پذیر خواهد بود. بنابراین، توابع توزیع پارتون‌های  $u$  و  $d$  ظرفیتی که در محاسبات خود در این مقاله به آن نیاز داریم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$u_{valence}(x, Q^2) = 2 \int_x^1 \frac{q_{valence}}{valon} \left( z = \frac{x}{y}, Q^2 \right) G^U(y) dy$$

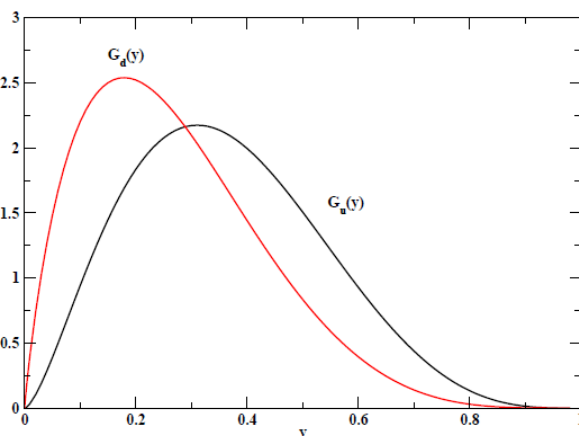
$$d_{valence}(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{q_{valence}}{valon} \left( z = \frac{x}{y}, Q^2 \right) G^d(y) dy$$

در رابطه‌های بالا،  $q_{valence} \left( z = \frac{x}{y}, Q^2 \right)$  تابع توزیع کوارک‌های ظرفیتی در یک ولون است و از حل معادله DGLAP [۱۱-۸] در ولون به دست می‌آید:

$$\frac{\partial q}{\partial \log Q^2} = P_{ij} \otimes q \tag{۳}$$

در رابطه (۳)،  $P_{ij}$  توابع شکافت اند که از مرجع [۱۲] قابل دسترس‌اند و انتگرال پیچش به صورت زیر تعریف می‌شود:

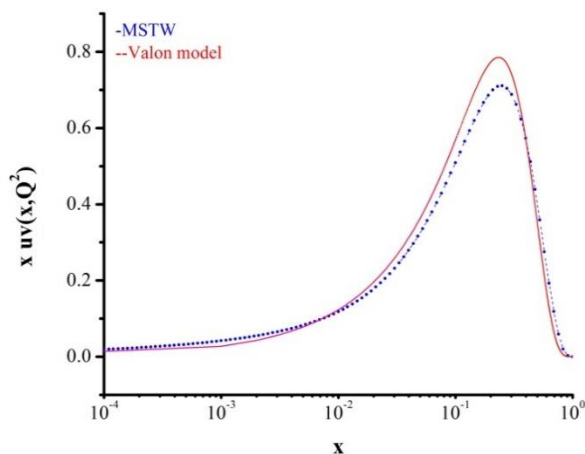
$$f \otimes g = \int_x^1 \frac{dy}{y} f(y)g\left(\frac{x}{y}\right) \tag{۴}$$



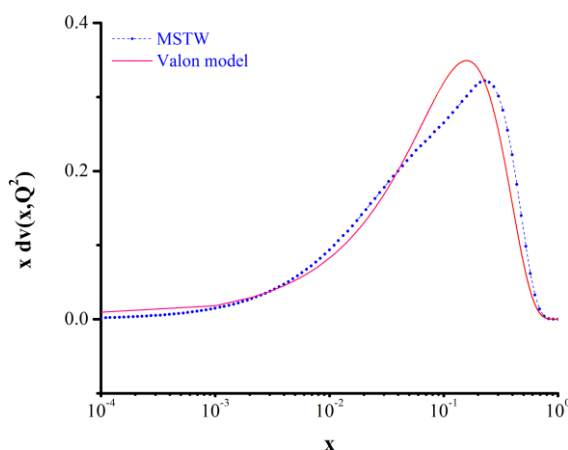
شکل ۲. توابع توزیع ولون‌های  $U$  و  $D$  در پروتون

معادله DGLAP نیاز به توابع توزیع در یک مقیاس اولیه  $Q_0^2$  دارد. از آنجایی که در مقیاس اولیه غیر از کوارک ظرفیتی که تمامی تکانه ولون را حمل می‌کند، چیز دیگری در ولون قابل شناسایی نیست، توابع توزیع اولیه برای کوارک ظرفیتی به صورت  $\delta(z - 1)$  و برای دیگر پارتون‌های دریا و گلوئون‌ها صفر است. در شکل‌های ۳ و ۴ توابع توزیع

کوارک‌های ظرفیتی در مدل پدیده ولون و در مقیاس  $Q^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$  و در تقریب NLO نشان داده شده‌اند و با نتایج گروه MSTW [۱۳] در این مقیاس انرژی مقایسه شده است.



شکل ۳. تابع توزیع کوارک‌های ظرفیتی  $u$  در  $Q^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$  و مقایسه با نتایج گروه MSTW



شکل ۴. تابع توزیع کوارک‌های ظرفیتی  $d$  در  $Q^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$  در مقایسه با نتایج گروه MSTW

### توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته (GPDs)

توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته عناصر ماتریس گذار بین حالت‌های با تکانه متفاوت است [۶]:

$$\int \frac{dx}{4\pi} \langle p' | \bar{q} \left( -\frac{x^-}{2} \cdot o \right) \gamma^+ q \left( -\frac{x^-}{2} \cdot o \right) | p \rangle e^{ix\bar{p}^+ x^-} = \frac{1}{2\bar{p}^+} \bar{U}(p') \left( \gamma^+ H_q(x, \xi, t) + i \frac{\sigma^{+v}}{2M} E(x, \xi, t) \right) U(p) \quad (5)$$

که در آن  $\bar{p}^\mu = \frac{1}{2}(p^\mu + p'^\mu)$  میانگین چار بردار انرژی - تکانه پروتون،  $q^\mu = \frac{1}{2}(p'^\mu - p^\mu)$  چار بردار انرژی تکانه انتقالی به پروتون و  $t = q^2$  مجذور این چار بردار است و کمیتی ناورد می‌باشد.  $\xi = \frac{-q^+}{2\bar{p}^+}$  تغییر تکانه در مختصات مخروط نوری را نشان می‌دهد. اگر در حالت  $\xi = 0$  از توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته انتگرال بگیریم، عامل‌های شکل کشسان الکتریکی و مغناطیسی پروتون به دست می‌آیند [۱۴-۱۵]:

$$F_1(t) = \sum_q e_q \int_0^1 dx H^q(x, t)$$

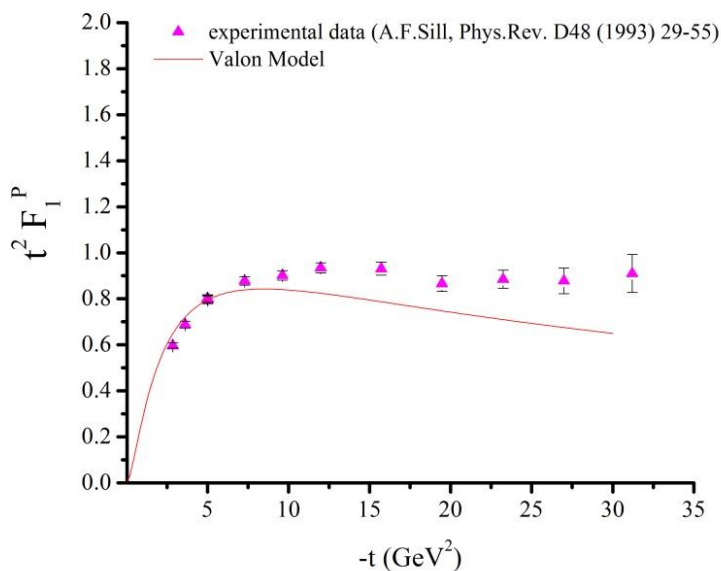
$$F_2(t) = \sum_q e_q \int_0^1 dx E^q(x, t) \quad (۶)$$

عامل‌های شکل  $F_1(t)$  و  $F_2(t)$ ، توابع شکل دیراک و پاولی‌اند. به ازای  $t=0$ ، توابع توزیع تعمیم یافته به توابع توزیع پارتونی مرسوم در پروتون (PDFs) کاهش می‌یابند که احتمال یافتن پارتون خاصی با کسر تکانه معین از تکانه پروتون را به دست می‌دهند. مدل‌های مختلفی برای توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته پیشنهاد شده است که در این مقاله از مدل پیشنهادی مرجع [۶] استفاده می‌کنیم و تلاش می‌کنیم تا پارامترهای آزاد مدل را با استفاده از داده‌های تجربی به دست بیاوریم. افزون بر این، از توابع توزیع پارتون‌های به دست آمده در مدل ولون، برای محاسبه توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته استفاده خواهیم کرد. در مرجع [۶] توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته به صورت زیر تعریف شده‌اند:

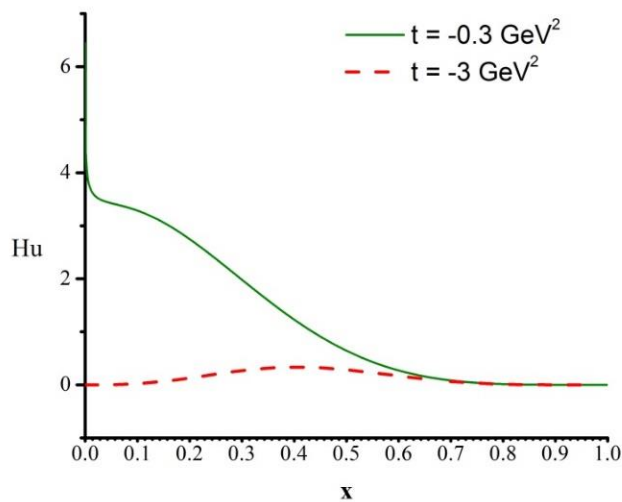
$$H_q(x, 0, t) = q(x) e^{-at(1-x)\ln\frac{1}{x}} \quad (۷)$$

$a$  پارامتر آزادی است که با استفاده از داده‌های تجربی [۱۶] مقدار  $\alpha = -0.88$  برای آن تعیین شده است. شکل ۵ نشان می‌دهد که برازش تابع شکل الکتریکی پروتون در بازه  $0 \text{ GeV}^2 < -t < 10 \text{ GeV}^2$  سازگاری نسبتاً خوبی با داده‌های تجربی دارد. به ویژه، در بازه  $-t < 5 \text{ GeV}^2$  که پراکندگی کشسان چیره است، این هم‌خوانی با داده‌های تجربی داریم چشمگیرتر است.  $q(x)$  در رابطه (۷)، تابع توزیع پارتون‌های ظرفیتی پروتون در یک مقیاس اولیه است. در محاسبات این مقاله، آن‌ها از یافته‌های توابع توزیع در مدل ولون و در مقیاس  $Q^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$  و در تقریب NLO جای‌گذاری شده است. در شکل ۶ و ۷ توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته برای کوارک‌های ظرفیتی  $u$  و  $d$  در  $-t = 0.3 \text{ GeV}^2$  و  $-t = 3 \text{ GeV}^2$  نشان داده شده است. در شکل ۸ توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته برای کوارک‌های ظرفیتی  $u$  و  $d$  در  $-t = 0.3 \text{ GeV}^2$  محاسبه و با مدل گروه Diehl [۱۷] مقایسه شده است. با توجه به شکل‌های ۶ و ۷ می‌بینیم که با افزایش  $t$  از  $-t = 0.3 \text{ GeV}^2$  تا  $-t = 3 \text{ GeV}^2$  ارتفاع توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته بسیار کاهش می‌یابد. از رابطه (۷) دیده می‌شود که در  $-t \rightarrow 0$  این توابع توزیع تعمیم یافته چیزی جز توابع توزیع پارتونی مرسوم (PDFs) نیستند و به خاطر ضریب تابع‌نمایی توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته با افزایش انرژی کاهش خواهند یافت. توابع توزیع پارتونی

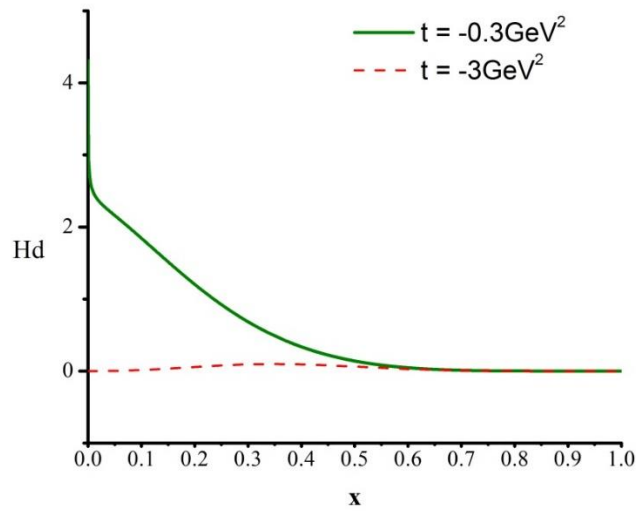
تعمیم یافته همانند توابع توزیع پارتونی (PDFs) در  $x$  و  $t$  های بسیار کم، رفتارنمایی (رفتار Regge) از خود نشان می‌دهند و همین رفتار سبب می‌شود که شکل کلی آن‌ها متناسب با یک تابع نمایی انتخاب شود [۱۷، ۱۸].



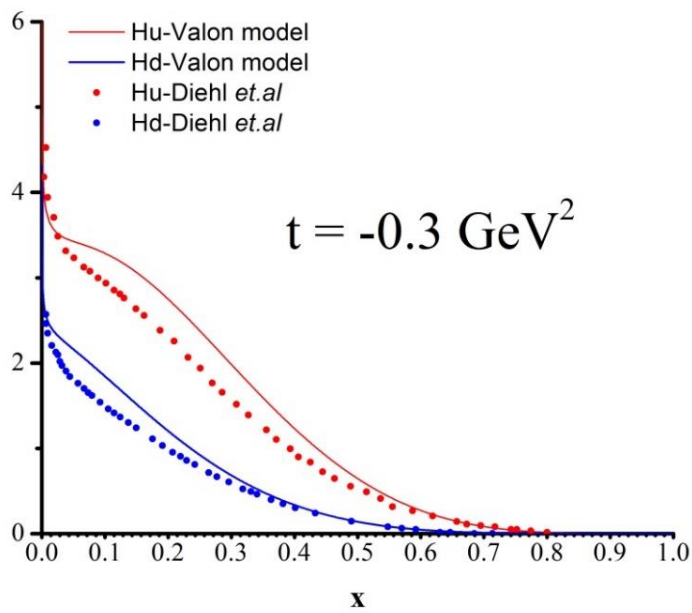
شکل ۵. تابع شکل دیراک پروتون  $t^2 F_1^P$  و بر حسب  $-t$  و مقایسه با داده‌های تجربی [۱۶]



شکل ۶. توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته برای کوارک‌های ظرفیتی  $u$  در  $-t = 0.3$  GeV<sup>2</sup> و  $-t = 3$  GeV<sup>2</sup>



شکل ۷. توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته برای کوارک‌های ظرفیتی  $d$  در  $-t = 0.3 \text{ GeV}^2$  و  $-t = 3 \text{ GeV}^2$



شکل ۸. توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته برای کوارک‌های ظرفیتی  $u$  و  $d$  در  $-t = 0.3 \text{ GeV}^2$  و مقایسه با نتایج گروه Diehl



## نتیجه گیری

در این مقاله از پیش‌دانسته‌های مدل ولون برای محاسبهٔ توابع توزیع پارتونی استفاده کردیم و توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته پروتون را برای کوارک‌های ظرفیتی به‌دست آوردیم. با توجه به رابطهٔ میان توابع توزیع پارتونی و توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته و با استفاده از داده‌های موجود برای عامل شکل الکتریکی پروتون، پارامتر آزاد مدل محاسبه شده است. مدل سادهٔ پیشنهادی می‌تواند داده‌های تجربی را، دست‌کم، در بازه‌ای از انرژی که پراکندگی الکترون پروتون کشسان است به خوبی بازتولید کند. ما همچنین توابع شکل کشسان پروتون را در این مدل محاسبه کردیم. به نظر می‌رسد که آن‌ها با داده‌های تجربی در بازهٔ  $0 \text{ GeV}^2 < -t < 5 \text{ GeV}^2$  سازگارند. افزون بر این، توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته به‌دست آمده هم‌خوانی خوبی با مدل پدیده‌شناسی Diehl دارد. سازگاری داده‌های تجربی تابع شکل دیراک با یافته‌های ما برای  $-t > 10 \text{ GeV}^2$  خوب نیست. این البته دور از انتظار هم نیست، زیرا تابع شکل کشسان در چارتکانه‌های انتقالی کم، معنی‌دار است.

این گزارش آغازی برای پروژه‌های دنباله‌دار است که می‌کوشد با تعیین توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته، شناخت بهتری از ساختار هادرون در سه بعد به‌دست دهد. این پروژه به نظر ما از این نظر اهمیت دارد که می‌تواند در تعیین منشأ اندرونهٔ اسپینی پروتون نقش مهمی بازی کند، زیرا مسألهٔ اسپین پروتون یکی از ویژگی‌های سرشتی است و همانگونه که می‌دانیم هنوز پاسخ درخوری ندارد. جمع اسپین پارتون‌ها و کوارک‌های ظرفیتی، تنها بخشی از اسپین پروتون را برآورده می‌کنند. بخش گم شده را باید در تکانهٔ زاویه‌ای مداری چارتون‌ها جست و این نیازمند دانستن توابع توزیع پارتونی تعمیم یافته و توزیع تکانهٔ عرضی آن‌ها است.

## منابع

1. X.-D. Ji, Phys. Rev. Lett. **78**, 610 (1997) [hep-ph/9603249].
2. A. V. Radyushkin, Phys. Rev. D **56**, 5524 (1997) [hep-ph/9704207].
3. D. Müller, D. Robaschik, B. Geyer, F. M. Dittes and J. Horejsi, Fortsch. Phys. **42**, 101 (1994).
4. J. Blu'mlein, B. Geyer and D. Robaschik, Phys. Lett. B **406**, 161 (1997).
5. R. C. Hwa, Phys. Rev. D **22** (1980) 793; R. C. Hwa, M. S. Zahir, Phys. Rev. D **23** (1981) 2539; R. C. Hwa and C. B. Yang, Phys. Rev. C **66** (2002) 025204.
6. M. Burkardt, Int. J. Mod. Phys. A **18** (2003) 173, hep-ph/0207047.
7. F. Arash and F. Taghavi-Shahri, JHEP **07**(2007) 071.

8. I.I. Balitsky and L.N.Lipatov, Sov.J.Nucl.Phys. **28**,822(1978).
9. G.Altarelli and G.Parisi, NUCL.Phys.B **126**,298 (1978).
10. Y.L.Dokshitzer, Sov.Phys.JETP **46**,641 (1977).
11. V.N.Gribov and L.N.Lipatov , Sov..J,Nucl.Phy.**15**,438 (1972).
12. E.G.Floratos, D.A.Ross and C.T.Sachrajda, Nucl.Phy.B **129**,66 (1977).
13. A.D. Martin, W.J. Stirling, R.S. Thorne, G. Watt, Eur. Phys. J. C **63** (2009) 189.
14. M. Guidal, et al., Phys. Rev. D **72** (2005) 054013.
15. O.V. Selyugin, O.V. Teryaev, Phys. Rev. D **79** (2009) 033003.
16. A.F. Sill, et al., Phys. Rev. D **48** (1993) 29.
17. M. Diehl, Th. Feldmann, R. Jakob and P. Kroll, Eur.Phys.J.C**39**:1-39(2005)
18. P. V. Landshoff, J. C. Polkinghorne and R. D. Short, Nucl. Phys. **B** 28, 225 (1971).