

## تونل زنی شبه ذرات در گرافن تحت تنش

جلیل ناجی<sup>۱\*</sup>، افسانه حاتمی نیا<sup>۱</sup>، خدیجه قاسمیان<sup>۱\*</sup><sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ایلام، ایلام، ایران

### چکیده

گرافن یک نیمه هادی بدون گاف انرژی است که برای استفاده از آن در کاربردهایی نظیر نانو الکترونیک، ایجاد یک شکاف محدود در نوار انرژی و در نقاط دیراک لازم است. در اینجا با استفاده از مدل تنگ بست قوی تاثیر کرنش در دو جهت زیگزاگ<sup>۱</sup> و دسته صندلی<sup>۲</sup> به بررسی انتقال الکترون های شبه دیراک جرم دار و بدون جرم از سد پتانسیل یگانه و دوگانه در گرافن پرداخته ایم. مشخص شد وقتی الکترون در فرود عمودی و غیر عمودی باشد، احتمال انتقال، تابع نوسانی از پارامترهای تونل زنی مثل انرژی یا ارتفاع سد است و در نقاط تشدید احتمال عبور برابر یک است.

**واژگان کلیدی:** استرین، تونل زنی، جهت زیگزاگ و دسته صندلی، احتمال عبور.

### اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۲/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۷/۱۱

تاریخ چاپ: ۱۴۰۴/۰۷/۲۰

شاپای چاپی: 2588-

493x

شاپای الکترونیکی:

2588-4921

\* نویسنده مسئول

[j.naji@ilam.ac.ir](mailto:j.naji@ilam.ac.ir)[Ghasemeian.kh@](mailto:Ghasemeian.kh@gmail.com)[gmail.com](mailto:gmail.com)

### مقدمه

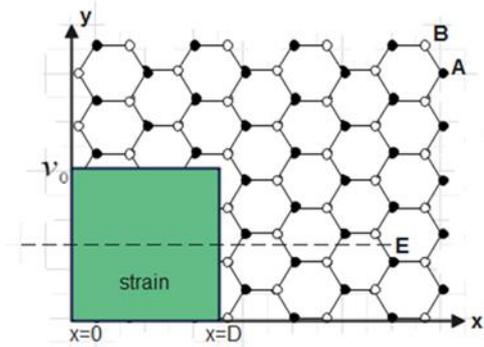
گرافن یک نانو صفحه از اتم های کربن است که به صورت متراکم در شبکه لانه زنبوری دو بعدی چیده شده اند و به سبب ویژگی های خارق العاده کاملاً متفاوت با سایر مواد در فیزیک ماده چگال از جمله خواص الکترونیکی، شیمیایی و نوری به عنوان یک سیستم جذاب برای مطالعات بنیادی مورد توجه محققان قرار گرفته است [۱،۲،۳]. یکی از جنبه های جالب گرافن این است که در آن در حد انرژی کم الکترون های جرم دار مانند فرمیون های دیراک بدون جرم رفتار می کنند [۴]. گرافن علیرغم ضخامت بسیار کمی که دارد از نظر

انعطاف پذیری در برابر کرنش ماده ای بسیار مستحکم می باشد و آزمایشات تأیید کرده اند که گرافن دارای قدرت شکست ذاتی بالایی است [۵]. کرنش به معنای ایجاد کشش و فشار در اثر اعمال نیرو خارجی است که منجر به تغییر در ساختار هندسی جسم می شود و به صورت نسبت طول کشیده شده به طول اصلی بیان می گردد [۶]. کرنش مکانیکی که اغلب منجر به اثرات شگفت انگیز بر روی خواص نانو مواد کربنی شده است، را می توان به صورت طبیعی در گرافن ایجاد کرد [۷-۸]. ضخامت گرافن تحت تنش دارای ویژگی های قابل توجه جدیدی در مقایسه با گرافن بدون کشش است [۹]. اثرات

<sup>1</sup> Zigzag<sup>2</sup> Armchair

$$\Psi_k(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( S \sqrt{\frac{|E| - S\Delta}{|E| + S\Delta}} e^{i\varphi} \right) e^{i(k_x x + k_y y)} \quad (4)$$

که  $S = \text{sgn}(E)$ ،  $\varphi$  زاویه فرودی است. در این قسمت ابتدا تونل زنی الکترون‌های جرم‌دار در یک سد پتانسیل مستطیلی از گرافن تحت تنش دارای گاف که طیف انرژی غیرخطی دارد را مورد بررسی قرار می‌دهیم. احتمال عبور را با توجه به سه ناحیه تونل زنی داخ و خارج سد محاسبه خواهیم کرد. یک سد پتانسیل مستطیلی یگانه با پهنای  $D$  ارتفاع  $V_0$  همانند شکل (۱) که دارای سه ناحیه است را در نظر می‌گیریم که در آن  $\varepsilon$  نشان دهنده تانسور یا مدول کرنش در ناحیه II و برای  $0 < x < D$  است. مقدار این کرنش در نواحی I و III صفر است یا به عبارت دیگر فرض بر این است که کرنش تنها در ناحیه سد اعمال می‌شود. هنگامی که یک الکترون با زاویه  $\phi$  به سد پتانسیل برخورد می‌کند تابع موج



الکترون فرودی در سه ناحیه به صورت روابط معادله (۵) هستند.

شکل ۱: ساختار انرژی برای تونل زنی الکترون‌های جرم‌دار از یک سد پتانسیل یگانه در شبکه گرافن تحت تنش تک محوری با زیر شبکه های A و B، در جهت زیگزاگ (x) در جهت دسته صندلی (y).

$$\psi_I = \begin{cases} (e^{ik_x x} + r e^{-ik_x x}) e^{ik_y y}, & x < 0 \\ (a e^{iq_x x} + b e^{-iq_x x}) e^{ik_y y}, & 0 < x < D \\ t e^{ik_x x + ik_y y}, & x > D \end{cases} \quad (5)$$

$$\psi_{II} = \begin{cases} s f (e^{ik_x x + i\phi} - r e^{-ik_x x - i\phi}) e^{ik_y y}, & x < 0 \\ s' f' (a e^{iq_x x + i\theta} + b e^{-iq_x x - i\theta}) e^{ik_y y}, & 0 < x < D \\ t s f e^{ik_x x + ik_y y + i\phi}, & x > D \end{cases}$$

در داخل مانع مؤلفه‌های تحت کرنش برابر با:

کرنش بر ساختار الکترونیکی گرافن توجه فراوانی را به خود جلب کرده است. همچنین مدل تنگ بست قوی نشان داده است که کرنش تک محوری مخروط‌های دیراک را از نقاط  $k$  و  $k'$  (نقاط دیراک یا نقاط وادی) در حد مقدار کرنش آستانه ( $\approx 2\%$ ) و بالاتر تغییر می‌دهد [۸، ۱۱، ۱۲]. در این مقاله ابتدا تونل زنی فرمیون‌های دیراک با انرژی  $E$  از یک سد پتانسیل الکترواستاتیکی با ارتفاع  $V_0$  که در گرافن رشد داده شده و با در نظر گرفتن اثر کرنش تک محوری بررسی می‌کنیم. سپس با استفاده از تقریب تنگ بست قوی هامیلتونی را برای گرافن تحت کرنش نشان داده و همچنین تاثیر کرنش در جهت‌های دلخواه (زیگزاگ و دسته صندلی) را بر ساختار گرافن تک لایه در حالت شبه ذرات جرم‌دار و بدون جرم را نیز بررسی نموده و در نهایت تغییرات آن‌ها را مورد بحث قرار می‌دهیم.

### مدل و روش کار

در گرافن عادی (بدون تنش و بدون شکاف انرژی) هامیلتونین شبه دیراک در نقطه  $k$  به صورت زیر می‌باشد:

$$H_0 = \hbar v_f (\sigma_x k_x + \sigma_y k_y) \quad (1)$$

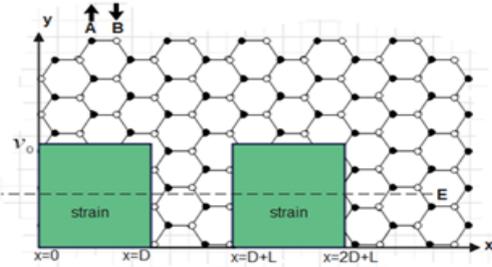
در اینجا  $v_f$  سرعت فرمی،  $\sigma_x$  و  $\sigma_y$  ماتریس‌های پائولی هستند که با فضای دو بعدی زیر شبکه مرتبط هستند.  $k_x, k_y$  نیز مؤلفه‌های طولی و عرضی بردار موج می‌باشند. حال هامیلتونین فرمیون‌های دیراک جرم‌دار در گرافن تحت تنش را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$H = \hbar v_f U^\dagger(\alpha) \left[ \begin{matrix} \sigma_x (1 - \lambda_x \varepsilon) q_x \\ + \sigma_y (1 - \lambda_y \varepsilon) q_y \end{matrix} \right] U(\alpha) + m v_f \sigma^2 \quad (2)$$

که در آن  $\lambda_x = 2.2, \lambda_y = -0.31$  و نیز مؤلفه‌های افقی و قائم بردار موج هستند. ماتریس واحد  $U(\alpha)$  نشان دهنده چرخش در فضای زیر شبکه است که با عبارت زیر تعریف می‌شود:

$$U(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha} \end{pmatrix} \quad (3)$$

همچنین ویژه مقادیر انرژی  $E_k = \pm \sqrt{\Delta^2 + \hbar^2 v_f^2 k^2}$  هستند و  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$  به ترتیب مربوط به جهت اعمال کرنش به صورت زیگزاگ و صندلی است [۱۲]. تابع موج را برای شبه ذرات جرم دار می‌توان به شکل زیر نوشت:



شکل ۲: ساختار انرژی برای تونل زنی الکترون‌های جرم‌دار از یک سد پتانسیل یگانه در شبکه گرافن تحت تنش کرنش تک محوری با زیر شبکه‌های A و B. در جهت زیگزاگ (X) در جهت دسته صندلی (Y).

در گرافن که شبه ذره دارای جرم مؤثر  $m$  است، با توجه به معادله دیراک، توابع موج برای این فرمیون‌ها در پنج ناحیه تونل زنی به صورت معادله (۹) تعریف می‌شوند:

(۹)

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ Se^{i\varphi} \end{pmatrix} e^{ik_x x + k_y y} + \frac{r}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -Se^{-i\varphi} \end{pmatrix} e^{-ik_x x + ik_y y} \\ \Psi_2 &= \frac{a}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ S'e^{i\theta} \end{pmatrix} e^{iq_x x + k_y y} + \frac{b}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -S'e^{-i\theta} \end{pmatrix} e^{-iq_x x + ik_y y} \\ \Psi_3 &= \frac{c}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ Se^{i\varphi} \end{pmatrix} e^{ik_x x + k_y y} + \frac{d}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -Se^{-i\varphi} \end{pmatrix} e^{-ik_x x + ik_y y} \\ \Psi_4 &= \frac{E}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ S'e^{i\theta} \end{pmatrix} e^{iq_x x + k_y y} + \frac{F}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -S'e^{-i\theta} \end{pmatrix} e^{-iq_x x + ik_y y} \\ \Psi_5 &= \frac{t}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ Se^{i\varphi} \end{pmatrix} e^{ik_x x + k_y y} \end{aligned}$$

که به ترتیب برای نواحی داخلی و خارج سدها داریم:

$$\begin{aligned} k_x &= k \cos \varphi, k_y = k \sin \varphi, s = \text{sgn}(E), k = \frac{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}{\hbar v_f} \\ \theta &= \arctan\left(\frac{q_y}{q_x}\right), s' = \text{sgn}(E - V_0), \\ q_x &= \sqrt{(k')^2 - (q_y)^2}, \\ q_y &= k_y + \left(\frac{k_0 \varepsilon (1 + \mu) \sin(3\alpha)}{a}\right), \\ F &= \left(\frac{2(E|V_0 - E| - s'\Delta^2)}{\hbar^2 v_f^2 k k'}\right) \end{aligned}$$

که ضریب عبور برای الکترون‌های جرم‌دار با توجه به شرایط مرزی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} q_y &= k_y + \left(\frac{k_0 \varepsilon (1 + \mu) \sin(3\alpha)}{a}\right), \\ \theta &= \arctan\left(\frac{q_y}{q_x}\right), f(E) = \sqrt{\frac{E - \Delta_F}{E + \Delta_F}} \\ K' &= \left(\frac{\sqrt{|E - v_0| - \Delta^2}}{\hbar v_f}\right), S' = \text{sgn}(E - V_0) \\ f'(E) &= \sqrt{\frac{|E - v_0| - s'\Delta_F}{|E - v_0| + s'\Delta_F}}, \end{aligned} \quad (۶)$$

که در آن فاصله بین اتم‌های کربن  $a = 1.42A$  و نسبت پواسون برابر  $\mu = 0.14$  و  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$  به ترتیب مربوط به مدل کرنش در جهت زیگزاگ و دسته صندلی است. در خارج سد مؤلفه‌های تحت کرنش برابر با:

$$\begin{aligned} k_x &= k \cos(\phi), k_y = k \sin(\phi), \\ k &= \frac{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}{\hbar v_f}, S = \text{sgn}(E) \end{aligned} \quad (۷)$$

می‌باشد. حال با توجه به شرایط مرزی دامنه انتقال این الکترون‌ها به صورت رابطه:

(۶)

$$t = \frac{2SS'e^{ik_x D} \cos \phi \cos \theta}{SS'[e^{iq_x D} \cos(\varphi + \theta) + e^{-iq_x D} \cos(\varphi - \theta) - iF \sin(q_x D)]}$$

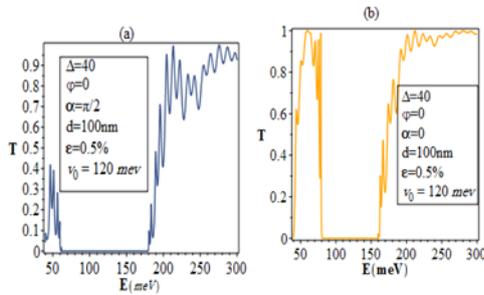
می‌باشد که در آن  $F = \frac{2[E|v_0 - E|SS'\Delta^2]}{\hbar^2 v_f^2 k k'}$  است. در اینجا

دو حالت مختلف وجود دارد. در حالت اول اگر  $E < V_0$  باشد، تونل زنی کلاین و در حالت دوم برای  $E > V_0$  باشد حالت کلاسیک است که در نتیجه داریم  $SS' = \pm 1$ . به این ترتیب احتمال عبور  $T_p = tt^*$  را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$T_p = \frac{k_x^2 q_x^2}{k_x^2 q_x^2 \cos^2(q_x D) + \left(\frac{F}{2} k k' - SS' k_y^2\right)^2 \sin^2(q_x D)} \quad (۸)$$

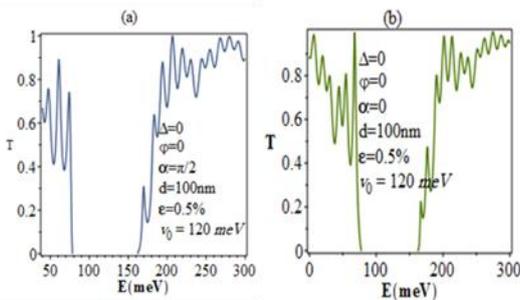
در ادامه این بخش ما توجه خود را به مطالعه تونل زنی الکترون دیراک جرم‌دار و بدون جرم در دو جهت دسته صندلی و زیگزاگ در گرافن تحت تنش از طریق سد پتانسیل دوگانه معطوف می‌کنیم و احتمال عبور را برای آن محاسبه می‌کنیم. در اینجا یک سد دوگانه مستطیلی با فاصله بین دو سد  $L = 30nm$  و پهنای سد  $D$  و ارتفاع  $V_0$  مطابق شکل (۲) در نظر می‌گیریم. کرنش در نواحی ۱ و ۲ یعنی  $0 < x < D + L$  و  $D + L < x < 2D + L$  اعمال شده و در سایر نواحی صفر است:

انرژی فرودی رسم شده است. که در دو جهت دسته صندلی و زیگزاگ با افزایش انرژی شاهد رفتار نوسانی احتمال عبور هستیم و در برخی بازه‌ها احتمال عبور صفر است یعنی الکترون از سد عبور نمی‌کند و باز می‌تابد که برای حالت زیگزاگ نسبت به حالت دسته صندلی افزایش احتمال عبور را داریم.



شکل ۴: نمودار احتمال عبور الکترون‌های جرم‌دار از سد دوگانه در گرافن تحت اثر تنش بر حسب تغییرات انرژی الکترون فرودی (a) جهت دسته صندلی (b) جهت زیگزاگ.

در شکل ۴ تغییرات احتمال انتقال فرمیون‌های جرم‌دار از سد دوگانه برای گرافن تحت تنش بر حسب انرژی الکترون فرودی رسم شده است. در دو حالت زیگزاگ و دسته صندلی با افزایش انرژی به ازای برخی مقادیر احتمال انتقال صفر است و شبه ذرات از سد منعکس می‌شود و در سایر مقادیر احتمال بصورت نوسانی تغییر می‌کند. در حالت زیگزاگ احتمال عبور الکترون در مقایسه با حالت دسته صندلی بیشتر می‌باشد



شکل ۵: نمودار احتمال عبور الکترون‌های بدون جرم دیراک از سد دوگانه در گرافن تحت تنش بر حسب تغییرات انرژی الکترون فرودی. (a) جهت دسته صندلی (b) جهت زیگزاگ

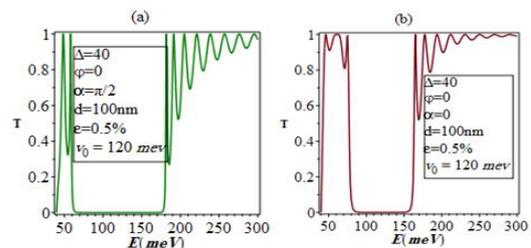
$$t = \frac{-4e^{-ik_x(2D+L)} \cos^2 \phi \cos^2 \theta}{[\mu + \cos(\phi - \theta)(\mu - \cos(\phi + \theta)e^{ik_x L} - \mu + \cos(\phi - \theta)e^{-ik_x L})e^{2iq_x D} + \mu - \cos(\phi + \theta)e^{ik_x L} (\mu + \cos(\phi - \theta)e^{-ik_x L} - \mu - \cos(\phi + \theta)e^{-ik_x L}) e^{-2iq_x D} - i(\mu + \cos(\phi - \theta))\mu - \cos(\phi + \theta) \sin k_x L]} \quad (10)$$

که  $\mu = \frac{E|E - v_0| - ss'\Delta^2}{\sqrt{(E^2 - \Delta^2)(|E - v_0|^2 - \Delta^2)}}$  اگر در روابط بالا  $\Delta \rightarrow 0$  میل کند معادلات به حالت تونل‌زنی برای یک الکترون بدون جرم در گرافن تحت تنش در دو جهت زیگزاگ و دسته صندلی با انرژی  $E$  تبدیل می‌شوند. بنابراین با توجه به شرایط مرزی دامنه انتقال فرمیون‌های دیراک برای حالت بدون جرم تحت تنش به صورت معادله زیر است:

$$t = \frac{-4e^{-ik_x(2D+L)} \cos^2 \phi \cos^2 \theta}{[1 + \cos(\phi - \theta)(1 - \cos(\phi + \theta)e^{ik_x L} - 1 + \cos(\phi - \theta)e^{-ik_x L})e^{2iq_x D} + 1 - \cos(\phi + \theta)e^{ik_x L} (1 + \cos(\phi - \theta)e^{-ik_x L} - 1 - \cos(\phi + \theta)e^{-ik_x L})e^{-2iq_x D} - i(1 + \cos(\phi - \theta))(1 - \cos(\phi + \theta)) \sin k_x L]} \quad (11)$$

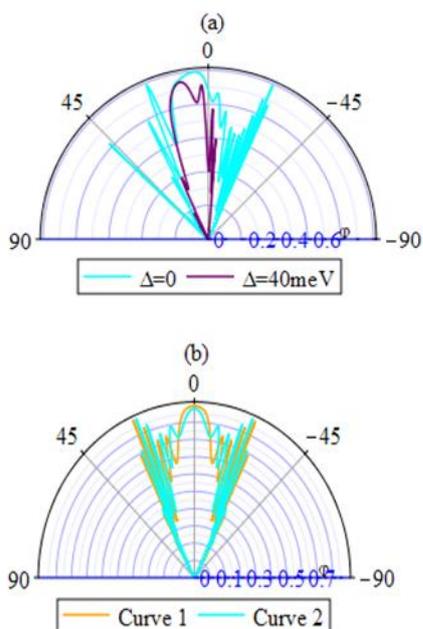
تاکنون فقط دامنه انتقال بدست آمد با ضرب کردن  $t$  در مزدوج مختلط  $t^*$  آن می‌توان عبارت دقیقی برای احتمال عبور  $T$  الکترون‌های بدون جرم بدست آورد. در بخش بعدی ما نمودارهای مربوط به احتمال عبور فرمیون‌ها از سد یگانه و دوگانه تحت تنش در دو جهت زیگزاگ و دسته صندلی بر حسب شاخص‌های مختلف را نشان داده و به مطالعه تغییرات آن‌ها و نتیجه‌گیری می‌پردازیم.

### بحث و نتیجه‌گیری

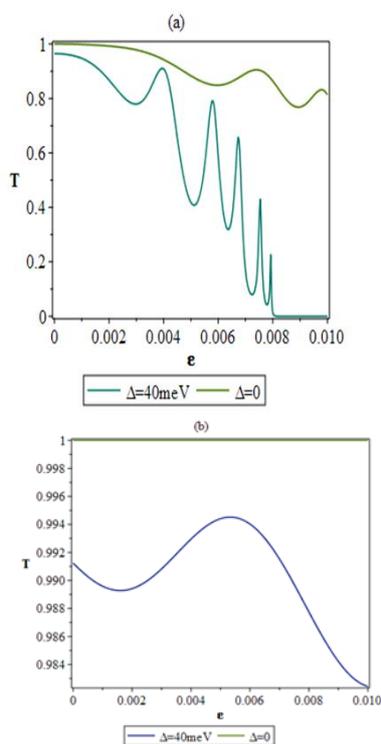


شکل ۳: نمودار احتمال عبور فرمیون‌های جرم‌دار دیراک از سد پتانسیل یگانه در گرافن تحت تنش بر حسب تغییرات انرژی الکترون فرودی (a) جهت دسته صندلی (b) جهت زیگزاگ.

در شکل ۳ نمودار احتمال عبور برای فرمیون‌های جرم‌دار دیراک از طریق سد پتانسیل یگانه در گرافن تحت تنش بر حسب تابعی از



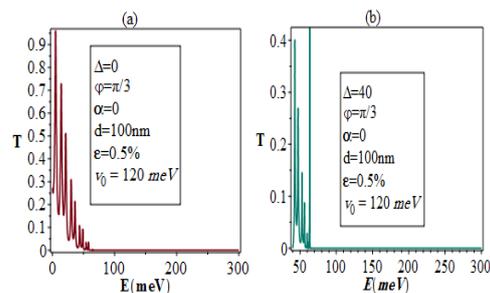
شکل ۸: نمودار احتمال عبور فرمیون‌های جرم‌دار و بدون جرم از سد پتانسیل دوگانه بر حسب تغییرات استرین برای مقادیر  $d = 100\text{nm}, v_0 = 120\text{meV}, \varphi = 0, E = 300\text{meV}$   
 (a) جهت دسته‌سندلی  $\alpha = \pi/2$  جهت زیگزاگ  $\alpha = 0$



شکل ۹: نمودار احتمال عبور فرمیون‌های جرم‌دار و بدون جرم از سد پتانسیل دوگانه بر حسب تغییرات کرنش برای مقادیر  $\varphi = 0, d = 100\text{nm}, v_0 = 120\text{meV}, E = 300\text{meV}$

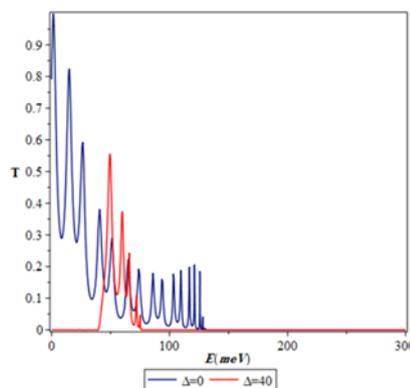
(a) جهت دسته‌سندلی  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  و

(b) جهت زیگزاگ  $\alpha = 0$



شکل ۶: نمودار احتمال عبور الکترون‌های بدون جرم دیراک از سد دوگانه در گرافن تحت تنش بر حسب تغییرات انرژی الکترون فرودی. (a) جهت دسته‌سندلی (b) جهت زیگزاگ.

در شکل ۵ نمودار احتمال عبور الکترون‌های بدون جرم از طریق سد پتانسیل دوگانه برای گرافن تحت اثر تنش تک محوری بر حسب تغییرات انرژی فرودی رسم شده است. در دو حالت دسته‌سندلی و زیگزاگ برای الکترون بدون جرم با افزایش مقدار انرژی کاهش احتمال عبور نوسانی است و در برخی نقاط به صفر رسیده است به این معنی الکترون در برخورد با سد پتانسیل باز می‌تابد. در مقایسه با شکل قبل احتمال عبور برای الکترون‌های بدون جرم از سد پتانسیل بیشتر است.



شکل ۷: نمودارهای مربوط به احتمال عبور فرمیون‌های جرم‌دار و بدون جرم دیراک از سد دوگانه در گرافن تحت تنش برای دو حالت زیگزاگ بر حسب تغییرات انرژی فرودی.

در شکل ۶ نمودار تغییرات احتمال عبور الکترون‌ها از سد دوگانه بر حسب انرژی فرودی رسم شده است. در هر دو حالت زیگزاگ برای شبه ذرات بدون جرم و جرم‌دار شاهد احتمال عبور نوسانی هستیم با افزایش میزان انرژی کاهش شدید احتمال عبور رخ داده است و در نهایت به صفر می‌رسد یعنی الکترون در برخورد با سد پتانسیل پارمی‌تابد.

کرنش احتمال انتقال به صورت نوسانی تغییر پیدا کرده است ولی در حالت زیگزاگ انتقال الکترون‌ها با احتمال بیشتری از سد عبور می‌کنند و در فرودهای غیر عمودی احتمال انتقال الکترون در برخی مقادیر به صورت نوسانی می‌باشد و در بیشتر حالات صفر می‌باشد و در حالت جرم‌دار احتمال انتقال به یک نمی‌رسد.

## منابع

- [1] Novoselov, K. S., Geim, A. K., Morozov, S. V., Jiang, D. E., Zhang, Y., Dubonos, S. V., ... & Firsov, A. A. Electric field effect in atomically thin carbon films. *Science*, 306 (5696), 666-669, 2004.
- [۲] Neto, A. C., Guinea, F., Peres, N. M., Novoselov, K. S., & Geim, A. K. The electronic properties of graphene. *Reviews of modern physics*, 81(1), 109, 2009.
- [۳] Avouris, P. Graphene: electronic and photonic properties and devices. *Nano letters*, 10(11), 4285-4294, 2010.
- [۴] Song, Yu, Han-Chun Wu, and Yong Guo. "Giant Goos-Hänchen shift in graphene double-barrier structures." *Applied Physics Letters* 100.25 (2012): 253116
- [۵] Mousa, Amr, Risto Ojajärvi, and Tero Heikkilä. "Optical response of graphene under strain." 2022.
- [۶] Wang, L., Baumgartner, A., Makk, P., Zihlmann, S., Varghese, B. S., Indolese, D. I., ... & Schönenberger, C. Global strain-induced scalar potential in graphene devices. *Communications Physics*, 4(1), 147, 2021.
- [۷] Heyd, R., Charlier, A., & McRae, E. Uniaxial-stress effects on the electronic properties of carbon nanotubes. *Physical Review B*, 55(11), 6820, 1997.
- [۸] Minot, E. D., Yaish, Y., Sazonova, V., Park, J. Y., Brink, M., & Mceuen, P. L. Tuning carbon nanotube band gaps with strain. *Physical review letters*, 90(15), 156401, 2023.
- [۹] Sahu, S., & Rout, G. C. Band gap opening in graphene: a short theoretical study. *International Nano Letters*, 7(2), 81-89, 2017.
- [۱۰] Viana-Gomes, J., Pereira, V. M., & Peres, N. M. R.. Magnetism in strained

در شکل ۷ نمودار احتمال انتقال فرمیون‌های دیراک از طریق سد پتانسیل دوگانه برای گرافن تحت تنش رسم شده است. در حالت جرم دار احتمال عبور در برخی نقاط نوسانی است و در بیشتر نقاط صفر است به این معنی شبه ذره در برخورد با سد منعکس می‌شود اما برای حالت بدون جرم در بیشتر نقاط نوسانی است و در برخی نقاط محدود به صفر می‌رسد.

در نمودار شکل ۸- (b) به ازای گاف ۴۰ میلی الکترون ولت مقدار احتمال عبور در فرود عمودی ۰.۹۸ است. که نزدیک به مقدار احتمال عبور برای حالت بدون گاف است (مقدار احتمال برای حالت بدون گاف یک است). همانطور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود تغییرات احتمال عبور از طریق سد دوگانه بر حسب مقدار استرین اعمال شده بر گرافن رسم شده است. در حالت دسته‌سندلی احتمال انتقال برای الکترون‌های جرم‌دار و بدون جرم به صورت نوسانی تغییر کرده است به طوریکه در حالت جرم‌دار آن احتمال عبور در برخی بازه‌ها به صفر می‌رسد. همچنین در این حالت با افزایش میزان استرین کاهش احتمال عبور رخ می‌دهد. و برای الکترون‌های بدون جرم در حالت زیگزاگ احتمال انتقال برابر با یک و کامل است و برای الکترون‌های جرم‌دار آن احتمال عبور به صورت نوسانی تغییر پیدا کرده و به ازای برخی مقادیر با افزایش مقدار استرین احتمال انتقال کاهش شدید داشته و به سمت صفر نزدیک می‌شود به این معنی که الکترون در برخورد با سد پتانسیل از آن منعکس می‌شود. بطور خلاصه از آنچه مطالعه شد می‌توان گفت، در این پژوهش، با استفاده از معادله دو بعدی دیراک انتقال الکترون‌های جرم‌دار و بدون جرم در یک گرافن تک لایه تحت تنش تک محوری از یک سد پتانسیل یگانه و دوگانه مورد مطالعه قرار گرفت. فرض بر این است که این کرنش در امتداد دسته‌سندلی و زیگزاگ اعمال می‌شود. احتمال انتقال این الکترون‌ها به عنوان توابعی از انرژی فرود، زاویه فرود، استرین مورد بررسی قرار گرفت. در حالت بدون جرم و جرم‌دار برای سد یگانه تغییرات احتمال انتقال به صورت نوسانی می‌باشد و برای سد دوگانه در حالت بدون جرم و جرم‌دار مشخص شد که در فرودهای عمودی در دو جهت دسته‌سندلی و زیگزاگ با اعمال

- graphene dots. *Physical Review B*, 80(24), 245436, 2017.
- [۱۱] Xu, X. G., Zhang, C., Xu, G. J., & Cao, J. C. Electron tunneling in single layer graphene with an energy gap. *Chinese Physics B*, 20(2), 027201, 2011.
- [۱۲] Chen, X., Deng, Z. Y., & Ban, Y.. Delay time and Hartman effect in strain engineered graphene. *Journal of Applied Physics*, 115(17), 173703, 2014.

## Tunneling of quasiparticles in graphene under strain

Jalil. Naji<sup>1</sup>, Afsaneh.Hatamina<sup>1</sup>, Khadijeh, Ghasemian<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Faculty of Science, Ilam University of Ilam, Ilam, Iran

### Article details

Received: 2025/05/07  
Accepted: 2025/10/03  
Published: 2025/10/12

ISSN: 2588-493x  
eISSN: 2588-4821

Correspondence email:

[j.naji@ilam.ac.ir](mailto:j.naji@ilam.ac.ir)  
[Ghasemeian.kh@gmail.com](mailto:Ghasemeian.kh@gmail.com)



### Abstract

Graphene is a semiconductor without an energy gap, and for its use in nanoelectronic applications, it is necessary to create a limited gap in the energy scattering at the Dirac points. In this research, using the strong tight-fitting model, we have investigated the effect of uniaxial strain in both zigzag and armchair directions on the passing of massive and massless Dirac-like electrons through single and double potential barriers in graphene. The results showed that when the electron is in vertical and non-vertical direction, the probability is a function of tunneling parameters such as energy and barrier height, and also at the resonance points, the probability of transmission is equal to one.

**Keywords:** Strain, Tunnelling, Zigzag and Armchair direction, probability