بررسی پمپاژ اپتیکی در اتم‌های قلیایی با رویکرد معادلات لیوویل

حسین داودی یگانه*

مرکز پژوهشی کوانتوم، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهیدستاری، تهران، ایران

دریافت: ۱۴۰۲/۵/۳۱ پذیرش: ۱۴۰۳/۸/۱۳

چکیده

در فیزیک، پمپاژ اپتیکی فرآیندی است که سطوح انرژی اتم ها یا یون ها با استفاده از نور دستکاری می شود. این فرآیند شامل جذب و گسیل فوتون توسط اتم ها است که می تواند پیکربندی الکترونیکی و حالت انرژی آنها را تغییر دهد. در این مقاله، پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل برای بررسی پمپاژ اپتیکی در اتم‌های قلیایی استفاده می‌گردد. بدین منظور نور دایروی قطبیده بر سیستم اتمی اعمال می‌شود که این امر موجب گذار بین زیرترازهای اتمی می‌شود وجمعیت زیرترازها تغییر می‌کند. همچنین اثرات اتلاف انرژی و بازآرایی جمعیت در تحول جمعیت زیر ترازها لحاظ می‌شود. با این رویکرد می‌توانیم توزیع جمعیت مورد نظر را در زیرتراز اتمی آماده کنیم و با کارآیی بالا در آزمایشات اپتیکی به‌کار گیریم در اینجا پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل برای بررسی تحول جمعیت در اتم سزیم بررسی شده است.

واژگان کلیدی: پمپاژ اپتیکی، معادله لیوویل، اتم قلیایی

۱. مقدمه

فرآیند پمپاژ اپتیکی یکی از مثال‌های کاربردی اندرکنش نور با ماده است. در پمپاژ اپتیکی، جمعیت‌های تراز اتمی بازتوزیع می‌شود که این کار با جذب نور و گسیل خوبخودی انجام می‌شود[۱]. می‌توان آن را به دو دسته

* نویسنده مسئول : h.yeganeh@ssu.ac.ir

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

پمپاژ وارونی جمعیت[۱] و پمپاژ بازآرایی جمعیت[۲] تقسیم کرد. پمپاژ وارونی جمعیت ناشی از برانگیختگی انتخابی است، به‌بیان‌دیگر فرکانس نور می‌تواند برای یک برانگیختگی معین تراز فوق‌ریز پایه تنظیم شود یا قطبش می‌تواند یک زیرتراز خاص زیمن را انتخاب کند. احتمالات گذار مختلف برای گسیل ترازهای پایه متفاوت منجر به حالت پایه قطبیده می‌شود. در اتم‌های چند ترازی، این دو مکانیسم پمپاژ، در فرآیندهای اپتیکی اتفاق می‌افتند. برای اتم‌های فلزات قلیایی، پمپاژ لیزری معمولاً به دو پمپاژ فوق‌ریز و پمپاژ زیمن تقسیم می‌شود. پمپاژ اپتیکی یکی از روش‌های مهندسی جمعیت زیرترازهای اتمی است که کاربردهای زیادی در زمینه‌های مختلف همچون به‌دام اندازی اپتیکی و سردسازی لیزری دارد.[۲] در حالت کلی،تحول جمعیت حالت‌های زیرتراز با تحول ماتریس چگالی سیستم اتمی با استفاده معادله لیوویل توصیف می‌شود. در این حالت، اندرکنش میان سیستم‌اتمی با محیط در نظر گرفته نمی‌شود اما در بیشتر موارد باید این اندرکنش لحاظ شود. این اندرکنش را می‌توان با استفاده از بازآرایی جمعیت و اتلاف انرژی[۳] توصیف کرد که در بخش ۲ توضیح داده می‌شود. اتم‌های قلیایی به دلیل دارا بودن ساختار ساده نسبت به سایر اتم‌ها در پمپاژ اپتیکی استفاده می‌شوند. آرایش الکترونی فلزات قلیایی به‌گونه‌ای است که تمام لایه‌های آن‌ها پرشده است و تنها یک الکترون در لایه ظرفیت آن‌ها وجود دارد یعنی ns^1 که s نشان دهنده اوربیتال است. به دلیل اندرکنش اسپین-مدار، حالت‌ها با مقادیر مختلف تکانه زاویه‌ای $J = L + S$، (تکانه زاویه‌ای مداری L ، تکانه زاویه اسپینی S)دارای انرژی‌های مختلفی هستند که با نام ساختار ریز[۴] شناخته می‌شوند. بنابراین اولین حالت برانگیخته به دو حالت $n^2P_{1/2}$ و $n^2P_{3/2}$ شکافته می‌شود. حالت پایه $n^2S_{1/2}$ هست، گذار از حالت پایه به دو حالت $n^2P_{1/2}$ و $n^2P_{3/2}$ را به ترتیب با خطوط D_1 و D_2 نمایش داده می‌شود. با در نظر گرفتن اندرکنش بین تکانه زاویه‌ای کل J و اسپین هسته I، تکانه زاویه‌ای کل $F = I + J$ بدست می‌آید. دوباره حالت‌ها با F مختلف دارای انرژی‌های مختلفی هستند که این حالت با نام ساختار فوق ریز[۵] شناخته می‌شود. بر اثر این اندرکنش، حالت پایه به دو تراز فوق‌ریز شکافته می‌شود. حالت برانگیخته $n^2P_{1/2}$ به دو تراز فوق‌ریز شکافته می‌شود و حالت $n^2P_{3/2}$ به چهار تراز شکافته می‌شود. هر حالت فوق‌ریز به $2F + 1$ تا زیرتراز زیمن شکافته می‌شود که با عدد کوانتومی $m_F = -F \dots \dots F$ برچسب زده می‌شود. در غیاب میدان مغناطیسی، این حالت‌ها تبهگن هستند اما با حضور میدان، تبهگنی از بین می‌رود. این ویژگیِ ساختاریِ اتم‌های قلیایی سبب شده است که توجه زیادی در زمینه مطالعه اندرکنش نور و ماده همچون پمپاژ لیزری معطوف این اتم‌ها شود. در اینجا ما پمپاژ اپتیکی اتم

[1] Depopulation pumping
[2] Repopulation pumping
[3] Relaxation
[4] Fine-structure
[5] Hyper Fine-structure

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

^{133}Csرا بررسی خواهیم کرد. بدین منظور با استفاده رویکرد شبه‌کلاسیکی اندرکنش نور و ماده و نور قطبیده پمپاژ اپتیکی با معادلات لیوویل فرمول‌بندی خواهد شد و جمعیت ترازها بررسی خواهد شد. این مقاله در بخش‌های زیر تنظیم شده است. در بخش۲ فرمول‌بندی پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل بیان خواهد شد، در بخش۳ تحول جمعیت زیرترازهای اتم سزیم در پمپاژ اپتیکی بیان خواهد شد و سرانجام در بخش۴ نتیجه‌گیری آورده می‌شود.

۲. فرمول‌بندی پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل

تحول حالت سیستم اتمی با تحول ماتریس چگالی توصیف می‌شود. در تحول سیستم اتمی، شرایط اولیه سیستم، ساختار داخلی، و اثر میدان‌های خارجی مثل میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی یا میدان اپتیکی در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این سیستم بطور کامل از محیط جدا نیست و باید اندرکنش محیط با سیستم در تحول لحاظ شود. این اندرکنش‌ها منجر به اتلاف انرژی و بازآرایی جمعیت می‌شود. همچنین فرض می‌شود سیستم اتمی آنسامبلی از اتم‌هاست که در محدوده‌ای از سرعت حرکت می‌کنند. اگر تحول را بتوان بر حسب هامیلتونی نوشت، می‌توان نشان داد که تحول ماتریس چگالی با معادله لیوویل زیر داده می‌شود[۲،۳،۴].

$$\frac{d}{dt}\rho = [H.\rho] - i\frac{1}{2}(\Gamma\rho + \rho\Gamma) + i\Lambda \qquad (۱)$$

که در آن H هامیلتونی کل است. H مجموع هامیلتونی سیستم اتمی H_0 ، هامیلتونی اندرکنش نور با سیستم اتمی H_I و هامیلتونی اندرکنش سیستم اتمی با میدان مغناطیسی H_B است. بنابراین $H = H_0 + H_I + H_B$.

Γ ماتریس قطری اتلاف انرژی است، در سیستم اتمی هر پایه $|n\rangle$ با نرخ Γ_nدچار اتلاف انرژی می‌شود، توجه گردد تاثیرات اتلاف فاز لحاظ نمی‌شود. با توجه به شرط $Tr(\rho) = 1$ تعداد اتم‌ها در سیستم ثابت است و باید فرآیند بازآرایی جمعیت در نظرگرفته شود. بازآرایی جمعیت با ماتریس Λ توصیف می‌شود. در این ماتریس گذارهای مجاز لحاظ می‌شود. در پمپاژ اپتیکی نور قطبیده استفاده می‌شود و باید قواعد انتخاب برای گذارها لحاظ شود، که در هامیلتونی اندرکنشی این موارد محاسبه می‌شود. همچنین ماتریس چگالی تحول تمام حالت‌ها را نشان می‌دهد و می‌توان اتلاف انرژی و بازآرایی جمعیت را بطور مستقیم حساب کرد. در این فرمول‌بندی پمپاژ اپتیکی می‌توان تاثیر میدان خارجی RF را به راحتی در هامیلتونی کل لحاظ کرد اما در سایر

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

روش‌ها مثل معادلات نرخ نمی‌توان این موارد را به راحتی در نظر گرفت و محدودیت‌های ریاضیاتی بسیاری بوجود می‌آید. بنابراین در این فرمول بندی تمام گام‌های اساسی پمپاژ اپتیکی لحاظ شده است. با محاسبه تحول ماتریس چگالی تحول جمعیت حالت‌های اتمی و همبستگی بین حالت‌های اتمی بدست می‌آید.

۳. پمپاژ اپتیکی اتم سزیم

اتم سزیم در بسیاری از آزمایش‌های اپتیک کوانتومی همچون سردسازی لیزری و به دام‌اندازی لیزری مورد استفاده قرار گرفته است[۵،۶]. در اتم سزیم گذارهای $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$ و $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$ مولفه‌های ساختار ریز هستند. برای حالت پایه $J = \frac{1}{2}$ و $I = \frac{7}{2}$ می‌باشد، بنابراین در گذار D_1 دو ساختار فوق ریز حالت پایه$(F = 3.4)$ و دو ساختار فوق ریز در حالت برانگیخته$(f = 3. f = 4)$ وجود دارد و هر تراز ساختار فوق ریز دارای $2F + 1$ زیرتراز زیمن هست[۷]. حالت‌ها را با $|F. M\rangle$نشان می‌دهیم، بنابراین در اتم سزیم ۱۶ زیرتراز حالت پایه با حالت‌های زیر وجود دارد

$$|F = 4. M = 4\rangle \dots \dots |F = 4. M = -4\rangle \text{ و } |F = 3. M = 3\rangle \dots \dots |F = 3. M = -3\rangle \quad (۲)$$

همچنین ۱۶ زیرتراز حالت برانگیخته با حالت‌های زیر وجود دارد

$$|f = 4. m = 4\rangle \dots \dots |f = 4. m = -4\rangle \text{ و } |f = 3. m = 3\rangle \dots \dots |f = 3. m = -3\rangle \quad (۳)$$

هر یک از حالت‌های $|F, M\rangle$ و $|f, m\rangle$ ماتریس های ستونی 32×1 می‌باشد که تمام عناصر آنها بجز یک عنصر برابر صفر می‌باشد یعنی

$$|F = 4. M = 4\rangle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix} \quad |F = 4. M = 3\rangle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix} . |f = 3. m = -2\rangle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} |f = 3. m = -3\rangle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

بنابراین، ماتریس چگالی یک ماتریس 32×32 خواهد شد. هامیلتونی H_0 با در نظر گرفتن انرژی برای حالت پایه و انرژی حالت برانگیخته $\hbar\omega_0$ بصورت یک ماتریس 32×32 خواهد بود که تمام عناصر آن صفر خواهد بود بجز عناصر قطری که که زیرترازهای حالت برانگیخته را نشان می دهد یعنی

$$|f = 4, m = 4\rangle\langle f = 4, m = 4| = \cdots = |f = 3, m = -3\rangle\langle f = 3, m = -3| = \hbar\omega_0 \qquad (۴)$$

فرض کنیم نور قطبیده دایروی راستگرد σ^+ و نور دایروی چپگرد σ^- با اتم سزیم اندرکنش داشته باشد.

$$H_I = -E \cdot \boldsymbol{d} \qquad (۵)$$

هامیلتونی اندرکنشی با رابطه زیر مشخص می‌شود

که E میدان الکتریکی و $\boldsymbol{d}$ عملگر دوقطبی هست. میدان برای نور قطبیده دایروی راستگرد بصورت زیر می‌باشد

$$E^+ = (E_0 e^{i\omega t}. iE_0 e^{i\omega t}. 0 \qquad (۶)$$

همچنین میدان نور قطبیده دایروی چپگرد با رابطه زیر داده می‌شود

$$E^- = (E_0 e^{i\omega t}. -iE_0 e^{i\omega t}. 0) \qquad (۷)$$

$$\langle F_1 m_1 | d_\pm | F_2 m_2\rangle = (-1)^{F_1 - m_1}\langle F_1 m_1 | d | F_2 m_2\rangle \begin{pmatrix} F_1 & 1 & F_2 \\ -m_1 & \pm 1 & m_2 \end{pmatrix} \qquad (۸)$$

عناصر ماتریسی عملگر دوقطبی برای نور قطبیده دایروی راستگرد و چپگرد بصورت زیر هست

که در آن $\begin{pmatrix} F_1 & 1 & F_2 \\ -m_1 & \pm 1 & m_2 \end{pmatrix}$ نماد $3j$هست. ما علاقه‌مند به بررسی پمپاژ اپتیکی بین $f = 3$ و$F = 4$

در اتم سزیم هستیم، بنابراین نور قطبیده با این زیرترازها اندرکنش می‌دهد (توجه کنید نور قطبیده با تمام اتم می‌تواند اندرکنش داشته باشد). برای نور قطبیده دایروی راستگرد σ^+ هامیلتونی اندرکنشی بصورت زیر است

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

$$H_I^+ = -E \cdot \boldsymbol{d} = \Omega_R cos\omega t\, M^+ \quad (۹)$$

که در آن $\Omega_R = E_0\langle F_1||d||F_2\rangle \begin{pmatrix} F_1 & 1 & F_2 \\ -m_1 & \pm 1 & m_2 \end{pmatrix}$ فرکانس رابی هست و M^+ یک ماتریس 32×32 است که تمام عناصر آن صفر هست بجز عناصری که جفت‌شدگی بین زیرترازهای $f = 3$ و $F = 4$ را نشان می‌دهد که این عناصر برحسب قواعد گذار نوشته می‌شود.برای نور قطبیده دایروی چپگرد σ^- بطور مشابه داریم

$$H_I^- = -E \cdot \boldsymbol{d} = \Omega_R cos\omega t\, M^- \quad (۱۰)$$

در نهایت هامیلتونی اندرکنشی میدان مغناطیسی در جهتz بصورت زیر بدست می‌آید

$$H_B = \mu \cdot \boldsymbol{B} = \hbar\Omega_L F_z \quad (۱۱)$$

که در آن Ω_L فرکانس لامور و F_z ماتریس تکانه زاویه‌ای کل در جهت z هست. بنابراین هامیلتونی کل برابر یا مجموع این سه هامیلتونی هست یعنی

$$H = H_0 + H_l + H_B \quad (۱۲)$$

برای حذف وابستگی به زمان از تقریب موج چرخان استفاده می‌کنیم. با استفاده از معادله زیر که در آن U

$$H = U^\dagger H U - i\hbar U^\dagger \frac{\partial U}{\partial t} \quad (۱۳)$$

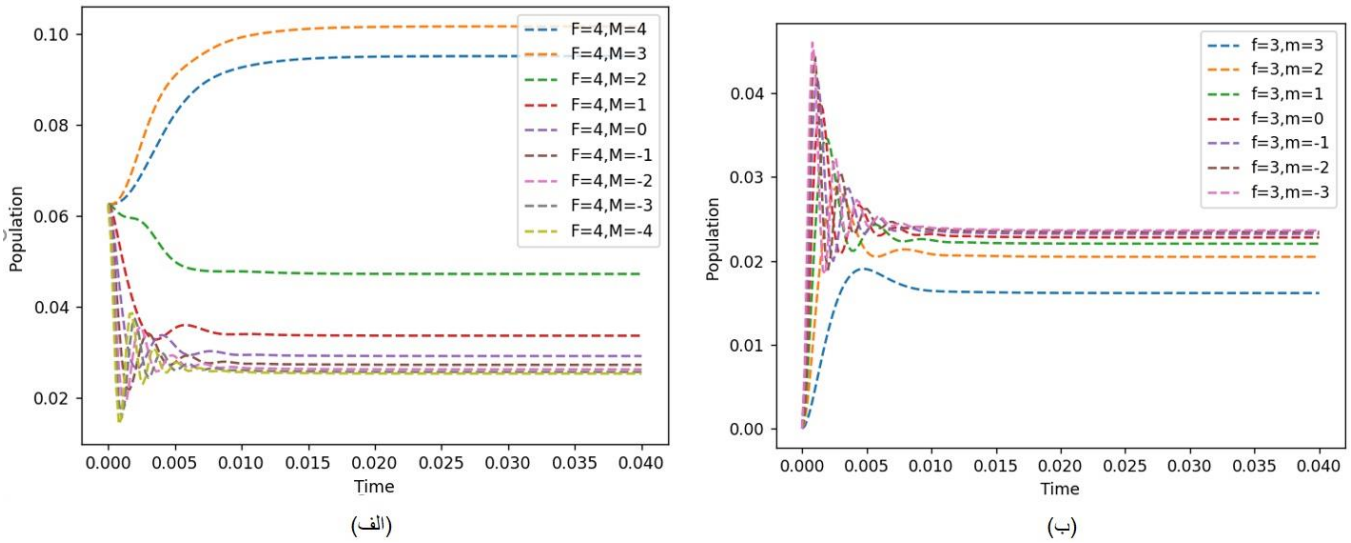
ماتریس تبدیل قطری است که از تابع D ویگنر ساخته می‌شود.

با در نظر گرفتن نرخ اتلاف γ و نرخ گسیل خودبخوی Γ ماتریس اتلاف$\hat{\Gamma}$ یک ماتریس 32×32 خواهد بود که بجز عناصر قطری، بقیه عناصر صفر خواهد بود. ۱۶ عنصر قطری اول برابر γ و ۱۶ عنصر قطری دوم برابر $\gamma + \Gamma$ هستند. ماتریس بازآرایی جمعیت نیز شامل گسیل اتم‌های و اتلاف آنها و توزیع مجدد آنها هست که بر اساس قواعد گذار ($\Delta m = 0. \pm .1$) نوشته می‌شود. در شکل۱(الف) با مقادیر برای نور قطبیده دایروی راستگرد تحول جمعیت نشان داده شده است

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

$$\Omega_L = 10Hz.\Omega_R = 11000Hz.\Delta = \omega - \omega_0 = 0 \cdot 1.\gamma = 1.\Gamma = 28Hz$$

. همانطور که مشاهده می‌شود برای $F = 4$ جمعیت در زیرترازها توزیع شده است و با توجه به ماهیت نور دو زیر تراز $F = 4.M = -4$ و $F = 4.M = -3$ کمترین جمعیت را دارند و جمعیت در بقیه زیرترازها توزیع شده است. در شکل ۱(ب) جمعیت تراز $f = 3$ نشان داده شده است. توجه شود که که با جمعیت زیرترازها با رابطه $Tr(\rho|F.M\rangle\langle F.M|)$ داده می‌شود.



شکل۱ الف) نمودار تحول جمعیت تراز F=4 در اتم سزیم در پمپاژ اپتیکی. ب) نمودار تحول جمعیت تراز f=3 در اتم سزیم در پمپاژ اپتیکی

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، پمپاژ اپتیکی با فرمول‌بندی معادله لیوویل برای بررسی پمپاژ اپتیکی در اتم سزیم مورد استفاده قرار گرفت. بدین منظور نور قطبیده دایروی بر اتم سزیم اعمال شد و فرآیندهای بازآرایی جمعیت و اتلاف انرژی لحاظ شد و تحول جمعیت زیرترازها مورد بررسی قرار گرفت. این فرمول‌بندی برای تمام اتم‌های قلیایی قابل پیاده سازی است و می توان سایر اثرات همچون اعمال میدان خارجی را در آن لحاظ نمود.

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

مراجع

[1] Alfred Kastler. Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantifigation spatiale des atomes. application à l'expérience de stern et gerlach et à la résonance magnétique. *J. phys. radium*, 11(6):255–265,1950.

[2] Marcis Auzinsh, Dmitry Budker, and Simon Rochester. *Optically polarized atoms: understanding light-atom interactions*. Oxford University Press, 2010.

[3] Stig Stenholm. *Foundations of laser spectroscopy*. Courier Corporation, 2012.

[4] Robert Bluhm, V Alan Kosteleck`y, and James A Porter. The evolution and revival structure of localized quantum wave packets. *American Journal of Physics*, 64(7):944–953, 1996.

[5] Harold J Metcalf and Peter van der Straten. Laser cooling and trapping of atoms. *JOSA B*, 20(5):887–908, 2003.

[6] Fam Le Kien, Philipp Schneeweiss, and Arno Rauschenbeutel. Dynamical polarizability of atoms in arbitrary light fields: general theory and application to cesium. *The European Physical Journal D*, 67(5):1–16, 2013.

[7] Daniel A Steck. Cesium d line data. 2003.

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]

Investigating optical pumping in alkali atoms with the approach of Liouville equations

Hossein Davoodi Yeganeh*

Quantum Research Center, Shahid Sattari University of Aeronautical Sciences and Technology Tehran, Iran

Abstract

Optical pumping is a process used in physics and quantum mechanics to manipulate the energy levels of atoms or ions using light. It involves the absorption and emission of photons by atoms, which can change their electronic configurations and energy states. In this paper, optical pumping with Liouville equation approach is used to investigate optical pumping in alkali atoms. For this purpose, circularly polarized light is applied to the atomic system, which causes a transition between atomic sublevels and changes the population of sublevels. Also effect of relaxation and repopulation are considered in the evolution of the population sublevels. Here, we use optical pumping with Liouville equation approach for investigation of population evolution in Cesium atom.

Keywords: Optical pumping, Liouville equation, alkali atom

* h.yeganeh@ssau.ac.ir

[Downloaded from jmrph.khu.ac.ir on 2025-04-11]