

# بررسی پمپاژ اپتیکی در اتم‌های قلیایی با رویکرد معادلات لیوویل

حسین داودی یگانه\*

مرکز پژوهشی کوانتوم، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهیدستاری، تهران، ایران

دریافت: ۱۴۰۲/۵/۳۱

پذیرش: ۱۴۰۳/۸/۱۳

## چکیده

در فیزیک، پمپاژ اپتیکی فرآیندی است که سطوح انرژی اتم‌ها یا یون‌ها با استفاده از نور دستکاری می‌شود. این فرآیند شامل جذب و گسیل فوتون توسط اتم‌ها است که می‌تواند پیکربندی الکترونیکی و حالت انرژی آنها را تغییر دهد. در این مقاله، پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل برای بررسی پمپاژ اپتیکی در اتم‌های قلیایی استفاده می‌گردد. بدین منظور نور دایروی قطبیده بر سیستم اتمی اعمال می‌شود که این امر موجب گذار بین زیرترازهای اتمی می‌شود و جمعیت زیرترازها تغییر می‌کند. همچنین اثرات ائتلاف انرژی و بازآرایی جمعیت در تحول جمعیت زیر ترازها لحاظ می‌شود. با این رویکرد می‌توانیم توزیع جمعیت مورد نظر را در زیرتراز اتمی آماده کنیم و با کارآیی بالا در آزمایشات اپتیکی به کار گیریم. در اینجا پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل برای بررسی تحول جمعیت در اتم سزیم بررسی شده است.

**واژگان کلیدی:** پمپاژ اپتیکی، معادله لیوویل، اتم قلیایی

## ۱. مقدمه

فرآیند پمپاژ اپتیکی یکی از مثال‌های کاربردی اندرکنش نور با ماده است. در پمپاژ اپتیکی، جمعیت‌های تراز اتمی بازتوزیع می‌شود که این کار با جذب نور و گسیل خوبودی انجام می‌شود [۱]. می‌توان آن را به دو دسته

\* h.yeganeh@ssu.ac.ir : نویسنده مسئول

پمپاژ وارونی جمعیت<sup>۱</sup> و پمپاژ بازآرایی جمعیت<sup>۲</sup> تقسیم کرد. پمپاژ وارونی جمعیت ناشی از برانگیختگی انتخابی است، به بیان دیگر فرکانس نور می‌تواند برای یک برانگیختگی معین تراز فوق‌ریز پایه تنظیم شود یا قطبش می‌تواند یک زیرتراز خاص زمین را انتخاب کند. احتمالات گذار مختلف برای گسیل ترازهای پایه متفاوت منجر به حالت پایه قطبیده می‌شود. در اتم‌های چند تراز، این دو مکانیسم پمپاژ، در فرآیندهای اپتیکی اتفاق می‌افتند. برای اتم‌های فلزات قلیایی، پمپاژ لیزری معمولاً به دو پمپاژ فوق‌ریز و پمپاژ زمین تقسیم می‌شود. پمپاژ اپتیکی یکی از روش‌های مهندسی جمعیت زیرترازهای اتمی است که کاربردهای زیادی در زمینه‌های مختلف همچون به‌دام اندازی اپتیکی و سردسازی لیزری دارد. [۲] در حالت کلی، تحول جمعیت حالت‌های زیرتراز با تحول ماتریس چگالی سیستم اتمی با استفاده معادله لیوویل توصیف می‌شود. در این حالت، اندرکنش میان سیستم اتمی با محیط در نظر گرفته نمی‌شود اما در بیشتر موارد باید این اندرکنش لحاظ شود. این اندرکنش را می‌توان با استفاده از بازآرایی جمعیت و اتلاف انرژی<sup>۳</sup> توصیف کرد که در بخش ۲ توضیح داده می‌شود. اتم‌های قلیایی به دلیل دارا بودن ساختار ساده نسبت به سایر اتم‌ها در پمپاژ اپتیکی استفاده می‌شوند. آرایش الکترونی فلزات قلیایی به‌گونه‌ای است که تمام لایه‌های آن‌ها پر شده است و تنها یک الکترون در لایه ظرفیت آن‌ها وجود دارد یعنی  $nS^1$  که  $S$  نشان دهنده اوربیتال است. به دلیل اندرکنش اسپین-مدار، حالت‌ها با مقادیر مختلف تکانه زاویه‌ای  $J = L + S$ ، (تکانه زاویه‌ای مداری  $L$ ، تکانه زاویه اسپینی  $S$ ) دارای انرژی‌های مختلفی هستند که با نام ساختار ریز<sup>۴</sup> شناخته می‌شوند. بنابراین اولین حالت برانگیخته به دو حالت  $n^2P_{1/2}$  و  $n^2P_{3/2}$  شکافته می‌شود. حالت پایه  $n^2S_{1/2}$  هست، گذار از حالت پایه به دو حالت  $n^2P_{1/2}$  و  $n^2P_{3/2}$  را به ترتیب با خطوط  $D_1$  و  $D_2$  نمایش داده می‌شود. با در نظر گرفتن اندرکنش بین تکانه زاویه‌ای کل  $J$  و اسپین هسته  $I$ ، تکانه زاویه‌ای کل  $F = I + J$  بدست می‌آید. دوباره حالت‌ها با  $F$  مختلف دارای انرژی‌های مختلفی هستند که این حالت با نام ساختار فوق ریز<sup>۵</sup> شناخته می‌شود. بر اثر این اندرکنش، حالت پایه به دو تراز فوق‌ریز شکافته می‌شود. حالت برانگیخته  $n^2P_{1/2}$  به دو تراز فوق‌ریز شکافته می‌شود و حالت  $n^2P_{3/2}$  به چهار تراز شکافته می‌شود. هر حالت فوق‌ریز به  $2F + 1$  تا زیرتراز زمین شکافته می‌شود که با عدد کوانتومی  $m_F = -F \dots \dots F$  برچسب زده می‌شود. در غیاب میدان مغناطیسی، این حالت‌ها تبهگن هستند اما با حضور میدان، تبهگنی از بین می‌رود. این ویژگی ساختاری اتم‌های قلیایی سبب شده است که توجه زیادی در زمینه مطالعه اندرکنش نور و ماده همچون پمپاژ لیزری معطوف این اتم‌ها شود. در اینجا ما پمپاژ اپتیکی اتم

<sup>1</sup> Depopulation pumping

<sup>2</sup> Repopulation pumping

<sup>3</sup> Relaxation

<sup>4</sup> Fine-structure

<sup>5</sup> Hyper Fine-structure

$^{133}\text{CS}$  را بررسی خواهیم کرد. بدین منظور با استفاده رویکرد شبه کلاسیکی اندرکنش نور و ماده و نور قطبیده پمپاژ اپتیکی با معادلات لیوویل فرمول بندی خواهد شد و جمعیت ترازها بررسی خواهد شد. این مقاله در بخش های زیر تنظیم شده است. در بخش ۲ فرمول بندی پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل بیان خواهد شد، در بخش ۳ تحول جمعیت زیرترازهای اتم سزیم در پمپاژ اپتیکی بیان خواهد شد و سرانجام در بخش ۴ نتیجه گیری آورده می شود.

## ۲. فرمول بندی پمپاژ اپتیکی با رویکرد معادله لیوویل

تحول حالت سیستم اتمی با تحول ماتریس چگالی توصیف می شود. در تحول سیستم اتمی، شرایط اولیه سیستم، ساختار داخلی، و اثر میدان های خارجی مثل میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی یا میدان اپتیکی در نظر گرفته می شود. علاوه بر این سیستم بطور کامل از محیط جدا نیست و باید اندرکنش محیط با سیستم در تحول لحاظ شود. این اندرکنش ها منجر به اتلاف انرژی و بازآرایی جمعیت می شود. همچنین فرض می شود سیستم اتمی آنسامبلی از اتم هاست که در محدوده ای از سرعت حرکت می کنند. اگر تحول را بتوان بر حسب هامیلتونی نوشت، می توان نشان داد که تحول ماتریس چگالی با معادله لیوویل زیر داده می شود [۲،۳،۴].

$$\frac{d}{dt}\rho = [H, \rho] - i\frac{1}{2}(\Gamma\rho + \rho\Gamma) + i\Lambda \quad (1)$$

که در آن  $H$  هامیلتونی کل است.  $H$  مجموع هامیلتونی سیستم اتمی  $H_0$ ، هامیلتونی اندرکنش نور با سیستم اتمی  $H_I$  و هامیلتونی اندرکنش سیستم اتمی با میدان مغناطیسی  $H_B$  است. بنابراین  $H = H_0 + H_I + H_B$ .

$\Gamma$  ماتریس قطری اتلاف انرژی است، در سیستم اتمی هر پایه  $|n\rangle$  با نرخ  $\Gamma_n$  دچار اتلاف انرژی می شود، توجه گردد تاثیرات اتلاف فاز لحاظ نمی شود. با توجه به شرط  $Tr(\rho) = 1$  تعداد اتم ها در سیستم ثابت است و باید فرآیند بازآرایی جمعیت در نظر گرفته شود. بازآرایی جمعیت با ماتریس  $\Lambda$  توصیف می شود. در این ماتریس گذارهای مجاز لحاظ می شود. در پمپاژ اپتیکی نور قطبیده استفاده می شود و باید قواعد انتخاب برای گذارها لحاظ شود، که در هامیلتونی اندرکنشی این موارد محاسبه می شود. همچنین ماتریس چگالی تحول تمام حالت ها را نشان می دهد و می توان اتلاف انرژی و بازآرایی جمعیت را بطور مستقیم حساب کرد. در این فرمول بندی پمپاژ اپتیکی می توان تاثیر میدان خارجی RF را به راحتی در هامیلتونی کل لحاظ کرد اما در سایر

روش‌ها مثل معادلات نرخ نمی‌توان این موارد را به راحتی در نظر گرفت و محدودیت‌های ریاضیاتی بسیاری بوجود می‌آید. بنابراین در این فرمول بندی تمام گام‌های اساسی پمپاژ اپتیکی لحاظ شده است. با محاسبه تحول ماتریس چگالی تحول جمعیت حالت‌های اتمی و همبستگی بین حالت‌های اتمی بدست می‌آید.

### ۳. پمپاژ اپتیکی اتم سزیم

اتم سزیم در بسیاری از آزمایش‌های اپتیک کوانتومی همچون سردسازی لیزری و به دام‌اندازی لیزری مورد استفاده قرار گرفته است [۵،۶]. در اتم سزیم گذارهای  $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$  و  $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$  مولفه‌های ساختار ریز هستند. برای حالت پایه  $J = \frac{1}{2}$  و  $I = \frac{7}{2}$  می‌باشد، بنابراین در گذار  $D_1$  دو ساختار فوق ریز حالت پایه ( $F = 3, 4$ ) و دو ساختار فوق ریز در حالت برانگیخته ( $f = 3, 4$ ) وجود دارد و هر تراز ساختار فوق ریز دارای  $2F + 1$  زیرتراز زمین هست [۷]. حالت‌ها را با  $|F, M\rangle$  نشان می‌دهیم، بنابراین در اتم سزیم ۱۶ زیرتراز حالت پایه با حالت‌های زیر وجود دارد

$$|F = 3, M = -3\rangle \dots \dots |F = 3, M = 3\rangle \text{ و } |F = 4, M = -4\rangle \dots \dots |F = 4, M = 4\rangle \quad (۲)$$

همچنین ۱۶ زیرتراز حالت برانگیخته با حالت‌های زیر وجود دارد

$$|f = 3, m = -3\rangle \dots \dots |f = 3, m = 3\rangle \text{ و } |f = 4, m = -4\rangle \dots \dots |f = 4, m = 4\rangle \quad (۳)$$

هر یک از حالت‌های  $|F, M\rangle$  و  $|f, m\rangle$  ماتریس‌های ستونی  $1 \times 32$  می‌باشد که تمام عناصر آنها بجز یک عنصر برابر صفر می‌باشد یعنی

$$|F = 4, M = 4\rangle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad |F = 4, M = 3\rangle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad |f = 3, m = -2\rangle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |f = 3, m = -3\rangle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

بنابراین، ماتریس چگالی یک ماتریس  $32 \times 32$  خواهد شد. هامیلتونی  $H_0$  با در نظر گرفتن انرژی برای حالت پایه و انرژی حالت برانگیخته  $\hbar\omega_0$  بصورت یک ماتریس  $32 \times 32$  خواهد بود که تمام عناصر آن صفر خواهد بود بجز عناصر قطری که که زیرترازهای حالت برانگیخته را نشان می دهد یعنی

$$|f = 4, m = 4\rangle\langle f = 4, m = 4| = \dots = |f = 3, m = -3\rangle\langle f = 3, m = -3| = \hbar\omega_0 \quad (۴)$$

فرض کنیم نور قطبیده دایروی راستگرد  $\sigma^+$  و نور دایروی چپگرد  $\sigma^-$  با اتم سزیم اندرکنش داشته باشد.

$$H_I = -E \cdot d \quad (۵)$$

هامیلتونی اندرکنشی با رابطه زیر مشخص می شود

که  $E$  میدان الکتریکی و  $d$  عملگر دوقطبی هست. میدان برای نور قطبیده دایروی راستگرد بصورت زیر می باشد

$$E^+ = (E_0 e^{i\omega t} \cdot iE_0 e^{i\omega t} \cdot 0) \quad (۶)$$

همچنین میدان نور قطبیده دایروی چپگرد با رابطه زیر داده می شود

$$E^- = (E_0 e^{i\omega t} \cdot -iE_0 e^{i\omega t} \cdot 0) \quad (۷)$$

$$\langle F_1 m_1 | d_{\pm} | F_2 m_2 \rangle = (-1)^{F_1 - m_1} \langle F_1 m_1 | d | F_2 m_2 \rangle \begin{pmatrix} F_1 & 1 & F_2 \\ -m_1 & \pm 1 & m_2 \end{pmatrix} \quad (۸)$$

عناصر ماتریسی عملگر دوقطبی برای نور قطبیده دایروی راستگرد و چپگرد بصورت زیر هست

که در آن  $F_1 = 3$  و  $F_2 = 4$  است. ما علاقه مند به بررسی پمپاژ اپتیکی بین  $F_1 = 3$  و  $F_2 = 4$  در آن

در اتم سزیم هستیم، بنابراین نور قطبیده با این زیرترازها اندرکنش می دهد (توجه کنید نور قطبیده با تمام اتم

می تواند اندرکنش داشته باشد). برای نور قطبیده دایروی راستگرد  $\sigma^+$  هامیلتونی اندرکنشی بصورت زیر است

$$H_l^+ = -E \cdot d = \Omega_R \cos \omega t M^+ \quad (9)$$

که در آن  $\Omega_R = E_0 \langle F_1 | d | F_2 \rangle \begin{pmatrix} F_1 & 1 & F_2 \\ -m_1 & \pm 1 & m_2 \end{pmatrix}$  فرکانس رابی هست و  $M^+$  یک ماتریس  $32 \times 32$  است که تمام عناصر آن صفر هست بجز عناصری که جفت‌شدگی بین زیرترانه‌های  $f = 3$  و  $F = 4$  را نشان می‌دهد که این عناصر برحسب قواعد گذار نوشته می‌شود. برای نور قطبیده دایروی چپگرد  $\sigma^-$  بطور مشابه داریم

$$H_l^- = -E \cdot d = \Omega_R \cos \omega t M^- \quad (10)$$

در نهایت هامیلتونی اندرکنشی میدان مغناطیسی در جهت  $Z$  بصورت زیر بدست می‌آید

$$H_B = \mu \cdot B = \hbar \Omega_L F_Z \quad (11)$$

که در آن  $\Omega_L$  فرکانس لامور و  $F_Z$  ماتریس تکانه زاویه‌ای کل در جهت  $Z$  هست. بنابراین هامیلتونی کل برابر یا مجموع این سه هامیلتونی هست یعنی

$$H = H_0 + H_l + H_B \quad (12)$$

برای حذف وابستگی به زمان از تقریب موج چرخان استفاده می‌کنیم. با استفاده از معادله زیر که در آن  $U$

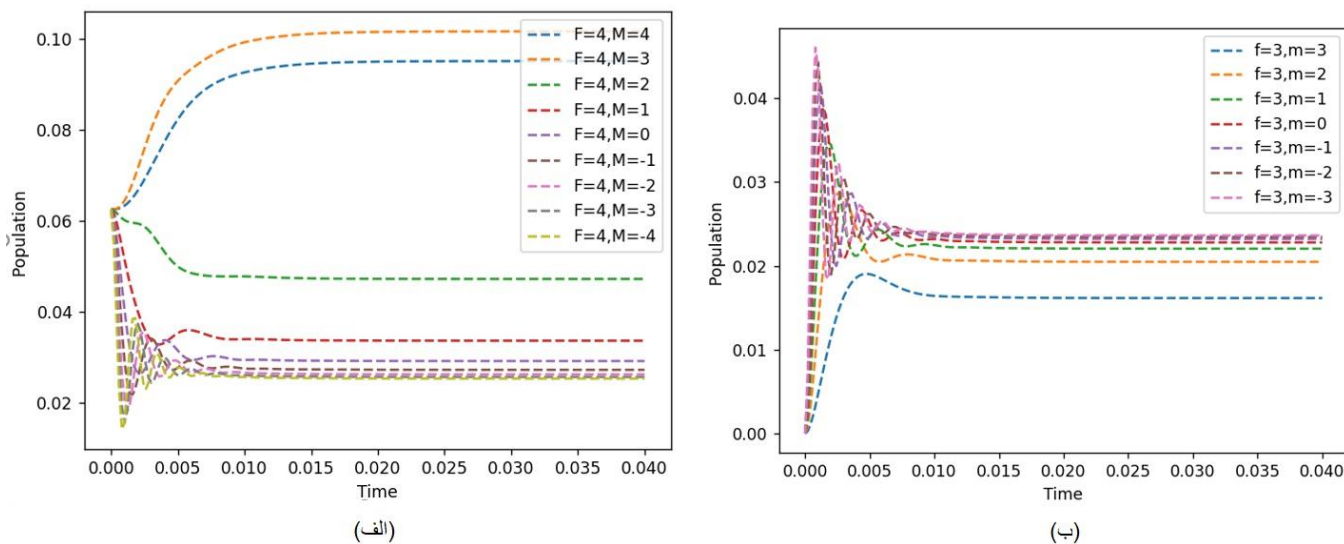
$$H = U^\dagger H U - i \hbar U^\dagger \frac{\partial U}{\partial t} \quad (13)$$

ماتریس تبدیل قطری است که از تابع  $D$  و یگنر ساخته می‌شود.

با در نظر گرفتن نرخ اتلاف  $\gamma$  و نرخ گسیل خودبخوی  $\Gamma$  ماتریس اتلاف  $\hat{\Gamma}$  یک ماتریس  $32 \times 32$  خواهد بود که بجز عناصر قطری، بقیه عناصر صفر خواهد بود. ۱۶ عنصر قطری اول برابر  $\gamma$  و ۱۶ عنصر قطری دوم برابر  $\Gamma + \gamma$  هستند. ماتریس بازآرایی جمعیت نیز شامل گسیل اتم‌های و اتلاف آنها و توزیع مجدد آنها هست که بر اساس قواعد گذار ( $\Delta m = 0, \pm 1$ ) نوشته می‌شود. در شکل ۱(الف) با مقادیر برای نور قطبیده دایروی راستگرد تحول جمعیت نشان داده شده است

$$\Omega_L = 10\text{Hz}, \Omega_R = 11000\text{Hz}, \Delta = \omega - \omega_0 = 0 \cdot 1, \gamma = 1, \Gamma = 28\text{Hz}$$

. همانطور که مشاهده می‌شود برای  $F = 4$  جمعیت در زیرترازها توزیع شده است و با توجه به ماهیت نور دو زیر تراز  $F = 4, M = -4$  و  $F = 4, M = -3$  کمترین جمعیت را دارند و جمعیت در بقیه زیرترازها توزیع شده است. در شکل (ب) جمعیت تراز  $f = 3$  نشان داده شده است. توجه شود که با جمعیت زیرترازها با رابطه  $Tr(\rho|F, M\rangle\langle F, M|)$  داده می‌شود.



شکل ۱ الف) نمودار تحول جمعیت تراز  $F=4$  در اتم سزیم در پمپاژ اپتیکی. ب) نمودار تحول جمعیت تراز  $f=3$  در اتم سزیم در پمپاژ اپتیکی

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، پمپاژ اپتیکی با فرمول‌بندی معادله لیوویل برای بررسی پمپاژ اپتیکی در اتم سزیم مورد استفاده قرار گرفت. بدین منظور نور قطبیده دایروی بر اتم سزیم اعمال شد و فرآیندهای بازآرایی جمعیت و اتلاف انرژی لحاظ شد و تحول جمعیت زیرترازها مورد بررسی قرار گرفت. این فرمول‌بندی برای تمام اتم‌های قلیایی قابل پیاده سازی است و می‌توان سایر اثرات همچون اعمال میدان خارجی را در آن لحاظ نمود.

## مراجع

- [1] Alfred Kastler. Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes. application à l'expérience de stern et gerlach et à la résonance magnétique. *J. phys. radium*, 11(6):255–265, 1950.
- [2] Marcis Auzinsh, Dmitry Budker, and Simon Rochester. *Optically polarized atoms: understanding light-atom interactions*. Oxford University Press, 2010.
- [3] Stig Stenholm. *Foundations of laser spectroscopy*. Courier Corporation, 2012.
- [4] Robert Bluhm, V Alan Kosteleck`y, and James A Porter. The evolution and revival structure of localized quantum wave packets. *American Journal of Physics*, 64(7):944–953, 1996.
- [5] Harold J Metcalf and Peter van der Straten. Laser cooling and trapping of atoms. *JOSA B*, 20(5):887–908, 2003.
- [6] Fam Le Kien, Philipp Schneeweiss, and Arno Rauschenbeutel. Dynamical polarizability of atoms in arbitrary light fields: general theory and application to cesium. *The European Physical Journal D*, 67(5):1–16, 2013.
- [7] Daniel A Steck. Cesium d line data. 2003.



# Investigating optical pumping in alkali atoms with the approach of Liouville equations

**Hossein Davoodi Yeganeh\***

Quantum Research Center, Shahid Sattari University of Aeronautical Sciences and Technology Tehran,  
Iran

## Abstract

Optical pumping is a process used in physics and quantum mechanics to manipulate the energy levels of atoms or ions using light. It involves the absorption and emission of photons by atoms, which can change their electronic configurations and energy states. In this paper, optical pumping with Liouville equation approach is used to investigate optical pumping in alkali atoms. For this purpose, circularly polarized light is applied to the atomic system, which causes a transition between atomic sublevels and changes the population of sublevels. Also effect of relaxation and repopulation are considered in the evolution of the population sublevels. Here, we use optical pumping with Liouville equation approach for investigation of population evolution in Cesium atom.

**Keywords:** Optical pumping, Liouville equation, alkali atom

---

\* h.yeganeh@ssau.ac.ir