

# رفع تکینگی گرمایی در پلاسمای گرم برخوردی و ساختار لایه مرزی در این پلازما

منصور خرم<sup>۱\*</sup>، حمید قمی<sup>۲</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه و فنی مهندسی، واحد بروجرد، دانشگاه آزاد اسلامی،

صندوق پستی: ۶۹۱۵۱۳۶۱۱۱، بروجرد، ایران

۲. انستیتو تحقیقات لیزر و پلازما، دانشگاه شهید بهشتی، اوین، صندوق پستی: ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳، تهران، ایران

دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۲۹

پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۰۲

## چکیده

در این مقاله، به کمک معادلات سیالی پلازما، لایه مرزی یک پلاسمای گرم برخوردی فعال در تماس با یک دیواره تخت فلزی مطالعه شده است. تغییرات فضایی توابع پلازما شامل، پتانسیل الکتریکی، انرژی جنبشی و منحنی مشخصه I-V از لبه پلازما-غلاف تا دیواره بررسی و مطالعه شده و اثرات پارامترهای پلازما شامل، دمای یون، فرکانس برخورد کَشسان یون-خنثی و فرکانس یونیزاسیون بر روی این توابع پلازما بررسی می‌شوند. در حل کامل معادلات لایه مرزی پلازما، زمانی که سرعت یون از مقدار صفر در لبه پلازما-غلاف رشد کرده و به مجاورت نزدیکی از سرعت گرمایی یون، یعنی  $v_s = \sqrt{kT_i/M}$  می‌رسد، معادلات سیالی با یک تکینگی مواجه می‌شوند. رفع کامل این تکینگی منجر به یک مسئله ویژه مقداری خوش تعریف با جوابی هموار برای معادلات می‌شود. با استفاده از جواب هموار به دست آمده، وابستگی‌های توابع پلازما به پارامترهای پلازما، شامل دمای یون، آهنگ یونیزاسیون و فرکانس برخورد کَشسان یون - خنثی مورد بررسی قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** پلاسمای ایستا، لایه مرزی پلازما، رانش برخوردی، تکینگی گرمایی، نقطه شناوری

## ۱- مقدمه

در لایه مرزی پلازما، آن‌جا که یک الکترون با پتانسیل الکتریکی منفی در تماس با یک پلازما قرار می‌گیرد، یک میدان الکتریکی از لبه پلازما-پیش غلاف به سمت الکترون ظاهر می‌شود که مسئول هدایت یون‌های مثبت به سمت الکترون

\*نویسنده مسئول: m.khoramabadi@srbiau.ac.ir

(دیواره پلاسما) و الکترون‌ها به سمت پلاسما می‌باشد. در حالت ایستا، جریانهای ثابت یونی و الکترونی به درون دیواره ایجاد می‌شوند که مقدار آنها به پتانسیل الکتریکی دیواره و پارامترهای پلاسما بستگی دارد.

منظور از لایه مرزی پلاسما، یک توالی از پیش غلاف خنثای متصل به پلاسما از یک سو، و غلاف بارفضای مثبت چسبیده به دیواره از سوی دیگر می‌باشد. پیش غلاف خنثی و غلاف غیرخنثی در لبه غلاف، آنجا که یون‌ها باید برای ورود به غلاف به سرعت بوهیم برسند، به هم متصل می‌شوند [۱-۳].

به منظور کنترل فرایندهای فیزیکی بر روی سطح الکتروود، تنظیم انرژی و شار یون‌های عبور کننده از درون لایه مرزی پلاسما بسیار ضروری است. اصولاً، شار یون‌های مورد نیاز بر روی دیواره در ناحیه پیش غلاف فراهم می‌شود، در حالیکه انرژی یون‌ها در ناحیه غلاف تعیین می‌گردد. برهمکنش‌های پلاسما-سطح نقش اساسی را در بسیاری از کاربردهای پلاسما شامل؛ پردازش پلاسما، تشخیص پلاسما، چشمه‌های یونی پلاسما و تحقیقات گداخت، بازی می‌کند [۴-۷]. درون پلاسما، برخورد کشسان یون-خنثی، دمای یون و نرخ یونیزاسیون به نحو چشمگیری بر روی انرژی و شار یون‌های وارد بر دیواره اثر می‌گذارند. به همین دلیل، در مطالعه لایه مرزی پلاسما، لحاظ نمودن این پارامترها ارزشمند و مفید است.

ساختار لایه مرزی پلاسماهای گرم برخوردی شامل یون‌های مثبت و منفی توسط چندین مولف آنالیز شده است [۸-۲۴]. در استفاده از مدل دو-سیالی یک‌بعدی پلاسما، هنگامی که دمای یون نیز در معادله انتقال تکانه یون لحاظ می‌شود، معادلات این مدل با یک تکنیکی مواجه می‌شوند. این تکنیکی در سرعت گرمایی یون، یعنی  $v_s = \sqrt{kT_i/M}$  روی می‌دهد که در اینجا کمیت‌های  $k$ ،  $T_i$  و  $M$  به ترتیب ثابت بولتزمن، دمای مطلق یون (درون پلاسما) و جرم یون می‌باشند. این تکنیکی، به‌ازای دماهای به قدر کافی کوچک یون، در مطالعات پیشین رفع شده است. در آن مطالعات، با استفاده از بسط سری تیلور حول نقطه تکین، جواب‌های کامل همواری را برای معادلات تکین خود یافتند [۲۴-۲۲، ۲۰، ۱۵، ۹، ۸]. برخی از مؤلفان نیز، با استفاده از مدل تک-سیالی پلاسما صرفاً در بازه‌ای پیرامون نقطه تکین، یک جواب هموار عددی برای معادلات تکین خود یافته‌اند [۲۶، ۲۵].

در این مقاله، لایه مرزی پلاسماهای گرم با یون‌های مثبت از لبه پیش غلاف تا دیواره شناور مورد بررسی واقع می‌شود که در اینجا دمای یون با دمای الکترون قابل قیاس است. همچنین، به منظور مطالعه اثر فشار پلاسما، برخورد کشسان یون-خنثی با زمان آزاد میانگین برخورد ثابت نیز در معادلات لحاظ شده است. بدین نحو، یک پلاسماهای گرم برخوردی فعال در قالب مدل دو-سیالی معرفی می‌شود که معادلات چنین پلاسمایی یک تکنیکی موسوم به تکنیکی گرمایی را شامل می‌شوند. با رفع این تکنیکی، قادر به یافتن جواب‌های هموار برای معادلات و آنالیز اثرات پارامترهای پلاسما بر روی ساختار لایه مرزی پلاسما خواهیم شد.

پس از این مقدمه، مدل و معادلات پلاسما در بخش ۲ معرفی می‌شوند. شکل نرمالیزه شده این معادلات در کل ناحیه لایه مرزی پلاسما در بخش ۳ ارائه خواهد شد. در بخش ۴، تکنیکی معادلات با روشی کاملاً کلاسیک و بدون هیچ‌گونه تقریبی رفع شده و شرایط مرزی لازم برای حل عددی معادلات به دست می‌آیند. نتایج حل کامل عددی معادلات و بحث پیرامون آنها در بخش ۵ داده خواهند شد. در نهایت نیز، یک خلاصه کوتاه و نتیجه‌گیری کلی در بخش ۶ ارائه خواهد شد.

## ۲- مدل و معادلات

معادلات دو-سیالی یک‌بعدی توصیف‌کننده لایه مرزی یک پلاسمای گرم برخوردی در تماس با یک دیواره تخت رسانا در حالت ایستا عبارتند از؛

$$\frac{d}{dz}(n_i v_z) = n_e \nu, \quad (1)$$

$$M \frac{d}{dz}(n_i v_z) = e n_i E_z - \frac{dP_i}{dz} - \frac{n_i v_z}{\tau}, \quad (2)$$

$$\frac{dE_z}{dz} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e), \quad (3)$$

که به ترتیب، معادلات پیوستگی و انتقال تکانه یون و معادله پواسون می‌باشند. در اینجا،  $\nu$  معرف فرکانس یونیزاسیون و  $\tau$  زمان آزاد میانگین برخوردهای کشسان یون-خنثی است،  $\epsilon_0$  گذردهی الکتریکی خلاء می‌باشد،  $e$  واحد بار الکتریکی را معرفی می‌کند،  $n_i$ ،  $v_z$  و  $P_i$  به ترتیب چگالی، مولفه  $Z$  سرعت و فشار یون بوده و  $n_e$  چگالی الکترون است. از آنجا که الکترون‌ها بسیار سبک‌تر از یون‌ها هستند، معادله انتقال تکانه آنها با تقریب بسیار خوبی به رابطه زیر منجر می‌شود

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\varphi}{kT_e}\right). \quad (4)$$

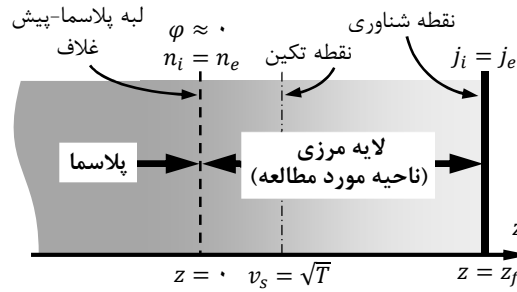
که رابطه معروف بولتزمن برای چگالی الکترون بوده و  $n_{e0}$  چگالی الکترون درون پلاسما،  $T_e$  دمای مطلق الکترون‌ها و  $\varphi$  پتانسیل الکتریکی می‌باشند. همچنین،  $E_z = -d\varphi/dz$  مولفه  $Z$  میدان الکتریکی است.

یک رابطه معروف برای فشار گاز یونی رابطه  $P_i = C n_i^\gamma$  است که در تمام نواحی پلاسما شامل لایه مرزی حاکم بوده و در این رابطه،  $\gamma$  ضریب پلی‌تروپیک می‌باشد. مقدار این ضریب نوع رفتار یون‌ها را درون پلاسما تعیین می‌کند؛  $\gamma = 1$  شار تک دما و  $\gamma = 3$  شار بی‌درروی یون‌ها را معرفی می‌کند. معمولاً می‌توان یون‌های درون ناحیه پلاسما را به عنوان یک گاز ایده‌آل و با رابطه  $P_{i0} = kT_i n_{i0}$  معرفی نمود. ترکیب این دو رابطه به

$$\frac{dP_i}{dz} = \gamma kT_i \left(\frac{n_i}{n_{i0}}\right)^{\gamma-1} \frac{dn_i}{dz}, \quad (5)$$

منجر می‌شود که نیروی گرمایی یون در معادله (۲) را معرفی می‌کند و در بسیاری از مقالات از آن استفاده شده است [۹، ۱۳، ۱۵، ۱۶، ۲۵، ۲۷].

در این مدل، یون‌ها و الکترون‌ها درون یک پلاسمای فعال از طریق برخورد یونیزان بین اتم‌های خنثی و الکترون‌های پراثرژی تولید می‌شوند. سپس، یون‌های تولید شده به سمت دیوار شتاب گرفته، در آنجا باز ترکیب می‌شوند و مجدداً به عنوان اتم خنثی به درون پلاسما باز می‌گردند. فرض می‌شود که پلاسما در راستای دیواره همگن است، بدین نحو تغییرات فضایی در توابع پلاسما، صرفاً در راستای عمود بر دیواره ظاهر می‌شوند. اگر این راستا را محور  $Z$  و لبه پلاسما-پیش‌غلاف را مبدأ



شکل ۱. نمودار طرح‌وار لایه مرزی پلاسمای گرم، به عنوان ناحیه شبیه‌سازی.

این محور فرض کنیم، دیواره تخت پلاسما نیز در نقطه‌ای با  $z > 0$  واقع خواهد شد. بدین نحو، لایه مرزی پلاسما، که ناحیه مورد مطالعه ما می‌باشد، بین این دو نقطه واقع شده و ناحیه شبیه‌سازی را تشکیل می‌دهد. یک نمودار طرح‌وار از ناحیه شبیه‌سازی همراه با شرایط مرزی مربوطه، در شکل ۱ به تصویر کشیده شده است.

پتانسیل الکتریکی منفی دیواره نسبت به پلاسما یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند که همراه با نیروهای گرمایی و برخوردی، حرکت یون‌ها به سمت دیواره را مهار می‌کنند. به عنوان نتیجه‌ای از حرکت یون‌ها و الکترون‌ها در خلاف جهت یکدیگر، یک بار فضای مثبت پیرامون دیواره تشکیل می‌شود که همچون یک غلاف، پلاسما را از دیواره محافظت می‌کند. معادلات (۴)–(۱) با شرایط مرزی مناسب، ساختار لایه مرزی پلاسما شامل؛ غلاف با بار مثبت و پیش غلاف خنثی را توصیف می‌کند.

### ۳- معادلات نرمالیزه شده

با استفاده از معادله (۵) در معادله (۲) به‌ازای  $\gamma = 1$  می‌توان معادلات (۱) تا (۴) را به صورت زیر نرمالیزه کرد؛

$$\frac{d}{dZ}(N_i V) = N_e, \quad (6)$$

$$N_i V \frac{dV}{dZ} = W - T \frac{dN_i}{dZ}, \quad (7)$$

$$q^r \frac{dE}{dZ} = N_i - N_e, \quad (8)$$

$$N_e = \exp(-\eta), \quad (9)$$

که از ترکیب معادلات (۶) و (۷)، این دو معادله به صورت زیر بازنویسی می‌شوند؛

$$\frac{dN_i}{dZ} = \frac{Y}{X}, \quad (10)$$

$$\frac{dV}{dZ} = \frac{R}{X}. \quad (11)$$

در این جا  $X = V^2 - T$ ،  $R = (VW - TN_e)/N_i$ ،  $Y = N_e V - W$ ،  $W = EN_i - (N_e + \delta N_i)V$  از متغیرهای نرمالیزه شده هستند و  $\delta = 1/v\tau$  و  $q = v\lambda_D/c_s$ ، پارامترهای نرمالیزه شده به ترتیب برخورد، یونیزاسیون و دمای یون می‌باشند. همچنین، متغیرهای نرمالیزه شده عبارتند از:

$$\varphi_0 = \frac{kT_e}{e}, \quad E_{z0} = \frac{v}{c_s} \varphi_0, \quad \eta = -\frac{\varphi}{\varphi_0}, \quad E = \frac{E_z}{E_{z0}},$$

$$N_i = \frac{n_i}{n_0}, \quad N_e = \frac{n_e}{n_0}, \quad Z = \frac{v}{c_s} z, \quad V = \frac{v_z}{c_s},$$

که در این تعاریف،  $c_s = \sqrt{kT_e/M}$  سرعت صوتی یون است،  $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 kT_e/n_0 e^2}$  طول دیبای الکترون در مرکز پلاسما است،  $n_{i0} = n_{e0} = n_0$  تقریب شبه خنثایی پلاسما و  $E = d\eta/dZ$  میدان الکتریکی نرمالیزه است.

#### ۴- حل کامل معادلات

به منظور تکمیل مطالعه لایه مرزی پلاسما، لازم است معادلات دیفرانسیل (۹) - (۶) یا به طور معادل (۱۱) - (۸)، از لایه پلاسما-پیش‌غلاف تا دیواره پلاسما و به‌ازای برخی مقادیر محدود  $\mathcal{E}$  تحلیل شوند. واضح است که معادلات (۱۰) و (۱۱) در نقطه  $V_S = \sqrt{T}$  تکین هستند که اندیس  $S$  به تکینگی باز می‌گردد. با ارجاع به معادلات (۱۰) و (۱۱) و محاسبه توابع  $X$ ،  $R$  و  $Y$  در این نقطه تکین، دیده می‌شود که  $X_S = R_S = Y_S = 0$ ، بنابراین، به وضوح معادلات (۱۰) و (۱۱) به ترتیب به  $N'_{is} = Y_S/X_S = 0/0$  و  $V'_S = R_S/X_S = 0/0$  منجر می‌شوند که علامت پریم «'» به مشتق فضایی نسبت به متغیر  $Z$  اشاره دارد. این نشان می‌دهد که این تکینگی منظم است و می‌توان آن را با استفاده از قانون هوپیتال رفع کرد که این امر به رابطه

$$N'_{is} = \frac{Y'_S}{X'_S}, \quad (12)$$

منجر می‌شود. به همین نحو می‌توان از رابطه  $V'_S = R'_S/X'_S$  استفاده و ابهام مربوطه را مرتفع کرد. اکنون، با استفاده از معادلات (۸) تا (۱۲) و رابطه

$$N'_i = \frac{N_e - N_i V'}{V}, \quad (13)$$

دو رابطه زیر را خواهیم داشت؛

$$Y'_S = \frac{1}{q^2} (N_{is} - N_{es}) V_S + (1 + \tau T) \frac{N_{es} E_S}{N_{is}} - \delta \frac{N_{es} V_S}{N_{is}} - E_S V'_S, \quad (14)$$

$$X'_S = \tau V_S V'_S. \quad (15)$$

در نهایت، استفاده از معادلات (۱۳) تا (۱۵) در معادله (۱۲) به معادله درجه دوم

$$V_s'^2 + BV_s' + C = 0, \quad (16)$$

منجر می‌شود که معادله رفع تکنیکی بوده و در آن

$$B = \frac{E_s}{2\sqrt{T}},$$

و

$$C = \frac{\delta N_{es}}{2N_{is}} - \frac{N_{is} - N_{es}}{2q^2} - \frac{(1 + 2T)N_{es}E_s}{2\sqrt{T}N_{is}}.$$

با اعمال شرط  $V_s' > 0$  (به معنای شتاب مثبت یون)، جواب منحصر به فرد معادله (۱۶) عبارت است از

$$V_s' = \frac{B}{2} \left( \sqrt{1 - \frac{4C}{B^2}} \right). \quad (17)$$

این جواب با شرط  $C < 0$  قابل قبول و معتبر است، چرا که ضریب  $B$  همواره مثبت است. به منظور رسیدن به یک جواب فیزیکی معتبر برای  $V_s'$ ، اعمال این شرط ضروری، مقادیر مجاز پارامترهای  $T$ ،  $\delta$  و  $q$  را محدود می‌کند. به‌ازای تمام مقادیر مجاز این پارامترها، می‌توان با استفاده از معادلات (۱۳) و (۱۷) به ترتیب مقادیر  $N_{is}'$  و  $V_s'$  را تعیین نمود. با استفاده از این مقادیر در نقطه تکین  $V_s$  و مجاورت نزدیک این نقطه، مجموعه معادلات دیفرانسیل (۸) تا (۱۱) به عنوان یک مسئله ویژه مقداری برای  $Z_w$  تحلیل خواهد شد.

برای یافتن شرایط مرزی لازم در لبه پلاسما-پیش‌غلاف، می‌توان از بسط سری توانی برای متغیرهای  $N_i$ ،  $\eta$  و  $V$  به

صورت [۱۸]

$$N_{io} \approx N_{oo} + N_{o,2}Z^\gamma, \quad (18)$$

$$\eta_o \approx (\eta_{o,2} + \eta_{o,4}Z^\gamma)Z^\gamma, \quad (19)$$

$$V_o \approx (V_{o,1} + V_{o,2}Z^\gamma)Z, \quad (20)$$

استفاده کرد که در اینجا،  $V_o$  تابعی فرد است در حالی که  $N_{io}$  و  $\eta_o$  توابعی زوج می‌باشند [۱۸]. همچنین، رابطه (۱۹) به

روابط

$$E_o = \frac{d\eta_o}{dZ} \approx (2\eta_{o,2} + 4\eta_{o,4}Z^\gamma)Z, \quad (21)$$

و

$$N_{eo} = \exp(-\eta_o) \approx 1 - \eta_{o,2}Z^\gamma + \left( \frac{\eta_{o,2}^\gamma}{2} - \eta_{o,4} \right) Z^{\gamma^2}, \quad (22)$$

منجر خواهد شد که شش ضریب نامعین  $N_{00}$ ،  $N_{0,2}$ ،  $\eta_{0,2}$ ،  $\eta_{0,4}$ ،  $V_{0,1}$  و  $V_{0,3}$  باید تعیین شوند. استفاده از این بسط‌های توانی به درون معادلات (۸) تا (۱۱) مقادیر زیر را برای این ضرایب مشخص خواهد کرد؛

$$N_{00} = 1 + \frac{q^\gamma (2 + \delta N_{00})(N_{00}^\gamma + 12q^\gamma)}{[4N_{00}^\gamma + (T - 3)N_{00}^\gamma + \delta q^\gamma (T - 3)N_{00} + 2(4T + 3)q^\gamma]N_{00}^\gamma}, \quad (23)$$

$$V_{0,1} = \frac{1}{N_{00}}, \quad \eta_{0,2} = \frac{N_{00} - 1}{2q^\gamma}, \quad N_{0,2} = \frac{2\eta_{0,2}N_{00} - 2V_{0,1} - \delta}{2T}, \quad (24)$$

$$\eta_{0,4} = \frac{N_{0,2} + \eta_{0,2}}{12q^\gamma}, \quad V_{0,3} = -\frac{\eta_{0,2} + 3N_{0,2}V_{0,1}}{3N_{00}}, \quad (25)$$

با استفاده مکرر از رابطه (۲۳) (با  $N_{00} = 1$  به عنوان مقدار اولیه)، ضریب اصلی  $N_{00}$  را به‌ازای مقادیر مجاز پارامترهای پلاسما، یعنی  $T$ ،  $q$  و  $\delta$  می‌توان تعیین کرد. با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۵) می‌توان سایر ضرایب نامعین را تعیین نمود. اکنون، با به کارگیری روابط تقریبی (۱۸) تا (۲۲)، یافتن شرایط مرزی در مجاورتی نزدیک از لبه پلاسما-پیش‌غلاف امکان‌پذیر خواهد بود. در نهایت، از آنجا که پتانسیل الکتریکی  $\eta = \eta(Z)$  از لبه پلاسما-پیش‌غلاف تا دیواره پلاسما تابعی صعودی است، پایان دادن به محاسبات عددی مربوطه در یک نقطه مناسب ضروری است. نقطه شناوری به عنوان نقطه پایانی انتخاب می‌شود که در این نقطه رابطه  $n_{if}v_{zf} = n_{ef}v_e/4$  برقرار است و در آن  $v_e = \sqrt{8kT_e/\pi m}$  سرعت گرمایی الکترون بوده،  $m$  جرم الکترون است و زیرنویس  $f$  به لغت شناوری اشاره دارد [۲۶، ۱۷]. با استفاده از معادله (۹) در رابطه شناوری، می‌توان شرط شناوری نرمالیزه شده را به صورت زیر معرفی نمود

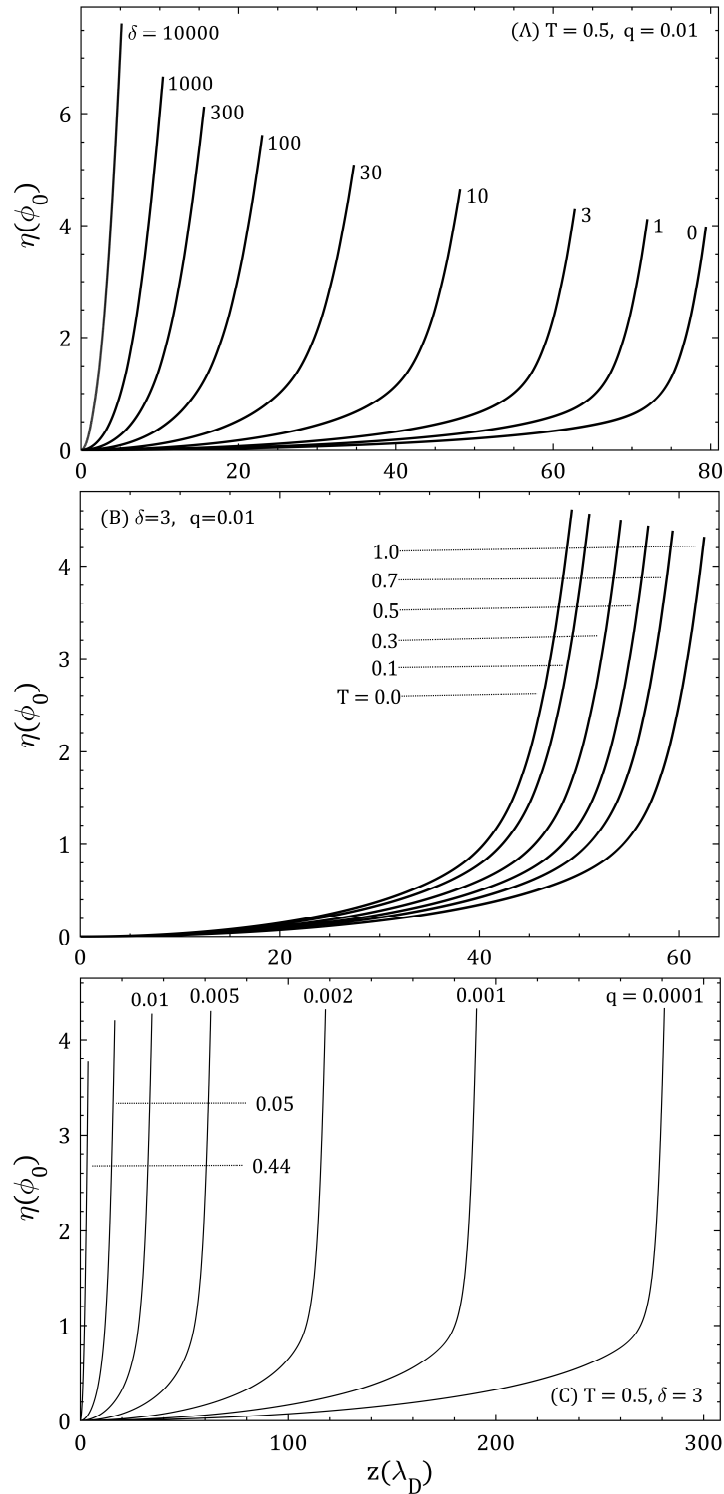
$$\eta_f = \ln\left(\frac{\Gamma}{N_{if}V_f}\right), \quad (26)$$

که در این رابطه،  $\Gamma = \sqrt{M/2\pi m}$  عددی ثابت است. به کمک شرایط مرزی (۲۲) - (۱۸) در نقطه‌ی آغازین مجاور به لبه پلاسما-پیش‌غلاف (مثلاً در  $Z = 0.001$ ) و شرط مرزی (۲۶) بر روی دیواره شناوری، مجموعه معادلات (۱۱) - (۸) با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم و برای پلاسمای هلیوم به عنوان پلاسمای الکتروپوزیتیو با  $\Gamma = 34/18$  به صورت عددی تحلیل می‌شوند. نتایج محاسبات در بخش بعدی مورد بحث قرار خواهند گرفت.

## ۵- نتایج و بحث

مهمترین نتایج حاصل از جواب کامل عددی معادلات در اشکال ۲ تا ۴ نشان داده شده‌اند که اشکال ۲ و ۳ ساختار لایه مرزی پلاسما، و شکل ۴ منحنی مشخصه  $I - V$  غلاف پلاسما را نشان می‌دهند. پارامترهای مورد استفاده در این محاسبات عبارتند از؛

$$kT_e = 1 \text{ eV}, \quad M = 4 \times 1835 m, \quad n_0 = 2 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}.$$



شکل ۲. توزیع پتانسیل الکتریکی نرمالیزه شده  $\eta$  (با پارامتر نرمالیزاسیون  $\phi_0 = kT_e/e = 1 \text{ V}$  بر حسب ضخامت لایه مرزی نرمالیزه شده  $Z$  (با پارامتر نرمالیزاسیون  $\lambda_D = 5.7259 \times 10^{-7} \text{ m}$  به‌ازای،  $T = 0.5, q = 0.01$  و برخوردهای کشسان متفاوت  $\delta$ ،  $\delta = 3$  (B)،  $\delta = 3, T = 0.5$  (C) و  $T$  و دماهای متفاوت یون  $T$  و  $q = 0.01, \delta = 3$  و آهنگ‌های یونی‌زاسیون متفاوت  $q$ .)



### ۵-۱- توزیع پتانسیل الکتریکی

اشکال ۲-A، ۲-B و ۲-C توزیع فضایی پتانسیل الکتریکی نرمالیزه  $\eta$  از لبه پلاسما-پیش‌غلاف تا نقطه شناوری را به عنوان تابعی از به ترتیب، آهنگ برخورد کشسان  $\delta$ ، دمای یون  $T$  و آهنگ یونیزاسیون  $q$  نشان می‌دهد. این سه شکل نشان می‌دهند که پتانسیل الکتریکی به صورت هموار و بدون شکستگی، از مقدار صفر در لبه پلاسما-پیش‌غلاف به یک مقدار بیشینه در نقطه شناوری (دیوار) افزایش پیدا می‌کند. به طور کلی، رشد پتانسیل الکتریکی در لایه مرزی پلاسما و درست قبل از نقطه شناوری تیز و در مجاورت لبه پلاسما-پیش‌غلاف بسیار کند است.

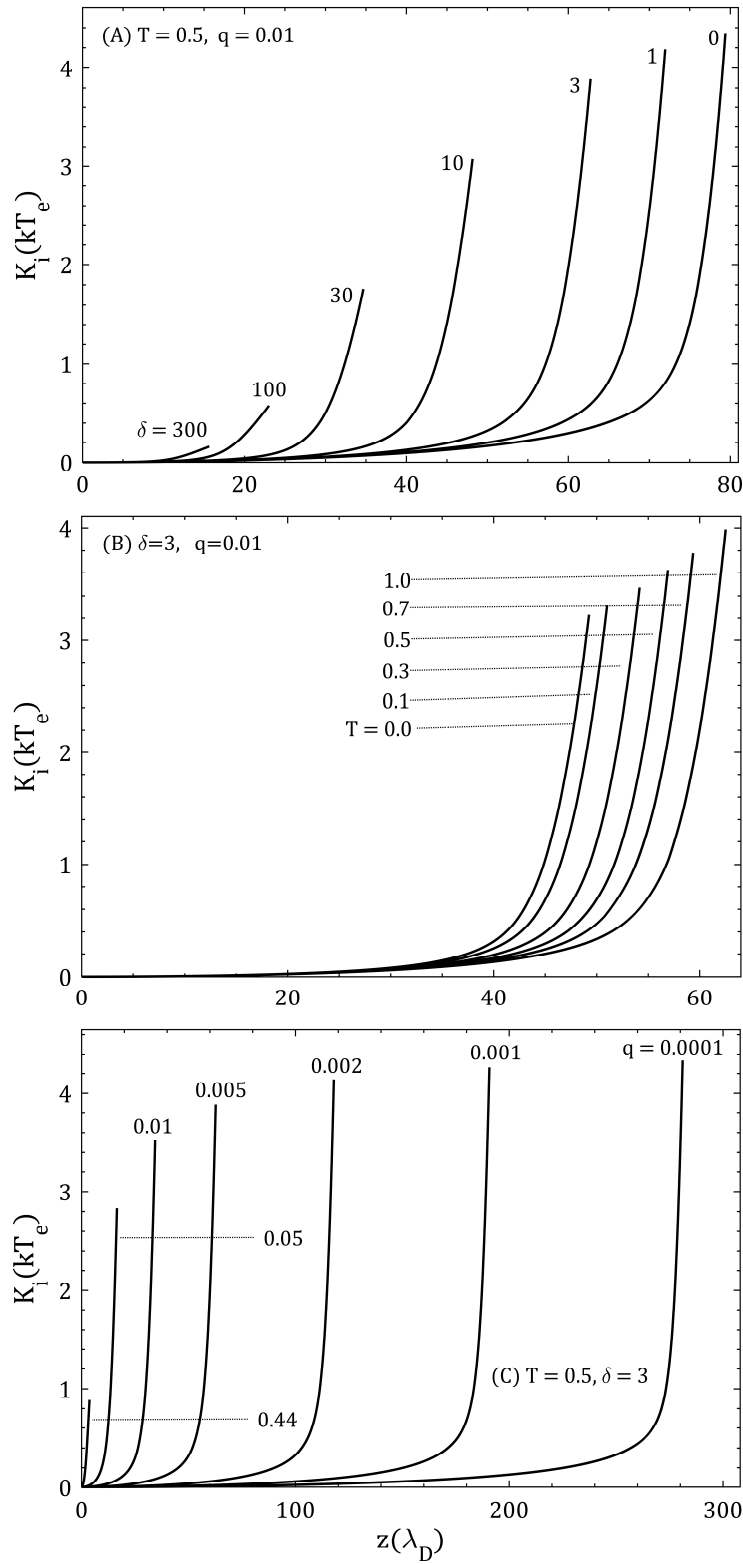
در اشکال ۲-A و ۲-C دیده می‌شود که هر دو پارامتر  $\delta$  و  $q$  ضخامت لایه مرزی پلاسما (ضخامت شناوری) را به طور چشمگیری کاهش می‌دهند، در حالی که همین دو کمیت، پتانسیل الکتریکی در نقطه شناوری (پتانسیل شناوری) را به آرامی، به ترتیب افزایش و کاهش می‌دهند. همچنین، از شکل ۲-B چنین دیده می‌شود که دمای  $T$  یون لایه مرزی پلاسما را وسعت داده و پتانسیل شناوری را کاهش می‌دهد. این نتایج با نتایج مشابه در مراجع [۲۷] شکل ۶، [۱۵] اشکال ۴ و ۶، [۲۵] شکل ۲ و [۲۸] اشکال ۱، ۳.۰a و ۵.۰a تایید می‌شوند که در آنها مؤلفین از تقریب تک سیالی برای رفع تکینگی گرمایی استفاده می‌کنند.

### ۵-۲- انرژی جنبشی یون

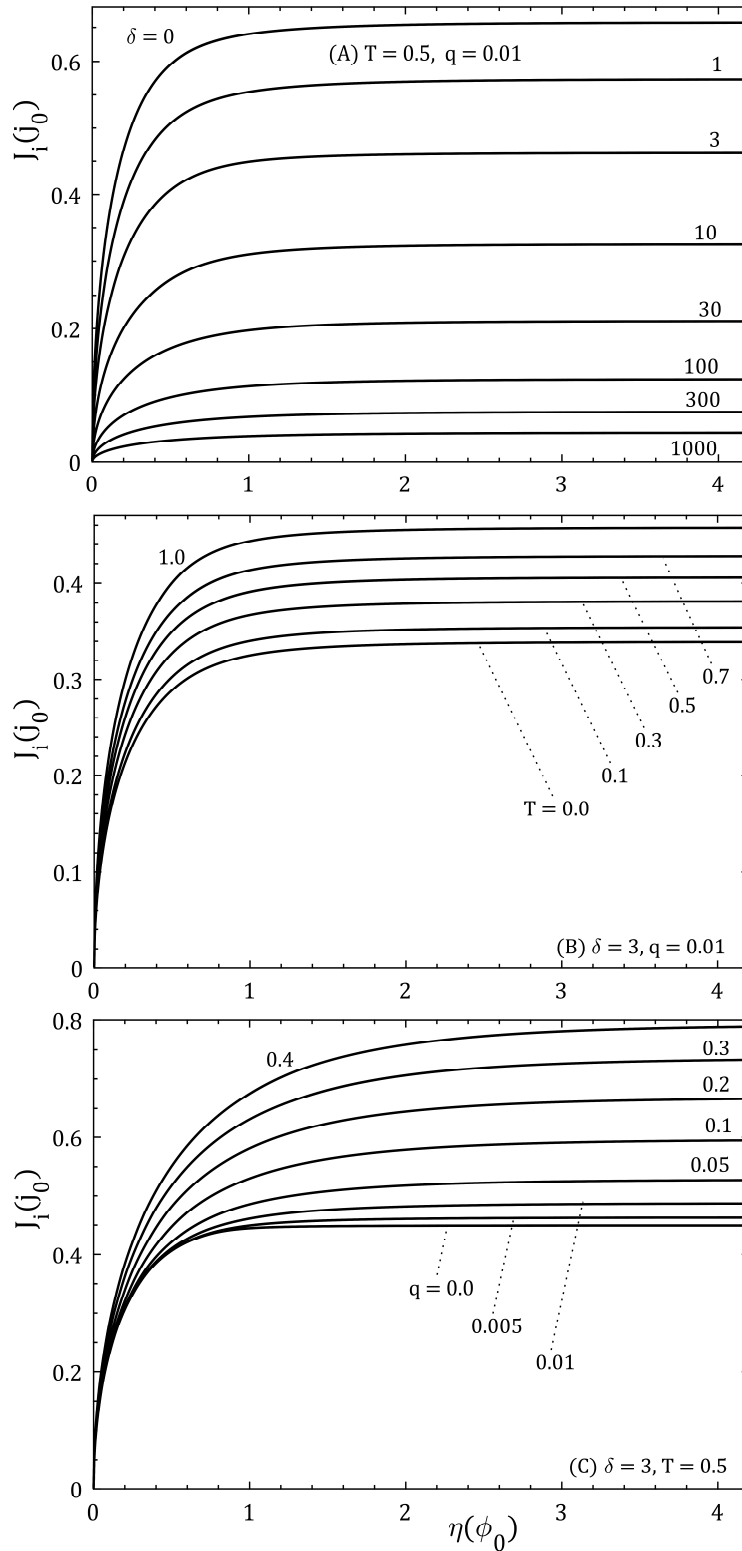
توزیع فضایی انرژی جنبشی یون (سرعت یون) در لایه مرزی پلاسما یکی از ارزشمندترین متغیرها در کاربرد پلاسما است. اشکال ۳-A، ۳-B و ۳-C توزیع انرژی جنبشی نرمالیزه یون  $K_i = Mv_z^2/2 = kT_e = V^2/2$  را از لبه پلاسما-پیش‌غلاف تادیواره شناوری، به‌ازای مقادیر متفاوتی از پارامترهای به ترتیب  $\delta$ ،  $T$  و  $q$  نشان می‌دهند. بر اساس این اشکال، انرژی جنبشی یون، با دور شدن از لبه پلاسما-پیش‌غلاف به آرامی افزایش می‌یابد و در دیواره شناوری به طور چشمگیری اوج می‌گیرد. بخصوص، این اشکال شرح می‌دهند که  $\delta$ ،  $T$  و  $q$  به نحوی موثر انرژی جنبشی یون بر روی دیواره شناوری (انرژی جنبشی شناوری یون) را تغییر می‌دهند. به وضوح می‌توان دید، درحالی که آهنگ برخورد کشسان و یونیزاسیون انرژی جنبشی شناوری یون را کاهش می‌دهند، دمای یون سبب ارتقا این انرژی می‌شود. مراجع [۱۵] شکل ۱۱، [۲۵] شکل ۲ و [۲۸] شکل ۴ نتایجی مشابه برای تاثیر پارامترهای فشار گاز خنثی، دمای یون و آهنگ یونیزاسیون بر روی نمودار سرعت یون در لایه مرزی پلاسماهای گرم فعال را به تصویر می‌کشند.

### ۵-۳- نمودار مشخصه $I - V$ و جریان اشباع یون

چگالی جریان نرمالیزه یون  $J_i = j_i/j_o = n_i v_z/n_o c_s = N_i V$  در اشکال ۴-A، ۴-B و ۴-C و به‌ازای مقادیری متفاوت از پارامترهای پلاسما، نشان داده شده‌اند. دیده می‌شود که چگالی جریان یون از مقدار صفر در لبه پلاسما-پیش‌غلاف رشد می‌کند و به مقداری ثابت در دیواره شناوری پلاسما اشباع



شکل ۳ توزیع انرژی جنبشی نرمالیزه شده یون  $K_i$  (با پارامتر نرمالیزاسیون  $kT_e = 1$  eV) بر حسب ضخامت لایه مرزی نرمالیزه شده  $Z$  (با پارامتر نرمالیزاسیون  $\lambda_D = 5/259 \times 10^{-7}$  m). تمام دیگر پارامترها با پارامترهای موجود در شکل ۲ یکسان است.



شکل ۴. توزیع چگالی جریان الکتریکی نرمالیزه شده  $J_i$  یون (با پارامتر نرمالیزاسیون  $j_0 = n_0 c_s = 9.7788 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  بر حسب پتانسیل الکتریکی نرمالیزه شده  $\eta$  (منحنی مشخصه  $I - V$ ). تمام دیگر پارامترها با پارامترهای موجود در شکل ۲ یکسان است.

می‌شود که این مقدار اشباع نیز تابعی از پارامترهای پلازما است. در واقع، با نزدیک شدن به دیواره و افزایش مقدار پتانسیل الکتریکی، چگالی الکترون (طبق رابطه بولتزمن) و در نتیجه آهنگ یونیزاسیون، طبق معادله (۹) کاهش می‌یابند. زمانی که پتانسیل الکتریکی  $\eta$  به اندازه کافی رشد می‌کند، یونیزاسیون ناچیز و قابل اغماض شده و معادله پیوستگی (۶) به مقدار ثابت اشباع شده  $J_i = N_i V$  برای چگالی جریان نرمالیزه شده یون منجر خواهد شد.

شکل A-۴ نشان می‌دهد که برخورد کشسان یون-خنثای  $\delta$  به نحو چشمگیری جریان اشباع یون را تقلیل می‌دهد، در حالی که اشکال B-۴ و C-۴ نشان می‌دهند که جریان اشباع یون با دمای یون  $T$  و یونیزاسیون  $q$  رشد می‌کند. در مراجع [۱۵] (اشکال ۷ و ۸)، [۲۷] (اشکال ۳، ۴ و ۵) و [۲۸] (اشکال ۶ و ۷) نیز به وضوح دیده می‌شود که جریان اشباع یون تابعی صعودی از هر دو پارامتر دمای یون و آهنگ یونیزاسیون بوده و در عین حال تابعی نزولی از برخورد کشسان یون-خنثی می‌باشد. از آنجا که دمای یون با ایجاد نیروی گرمایی، سرعت یون‌ها را به سمت دیواره افزایش می‌دهد و یونیزاسیون نیز چگالی یون‌ها را درون غلاف پلازما ارتقا می‌بخشد، پس اثر مثبت این دو پارامتر بر روی چگالی یون کاملاً بدیهی به نظر می‌رسد. همچنین، برخورد کشسان که شبیه نیروی اصطکاک، سرعت یون‌ها را تقلیل می‌دهد، باید اثری منفی بر شار یون‌ها داشته باشد.

## ۶- خلاصه و نتیجه‌گیری

به منظور مطالعه لایه مرزی پلاسمای فعال گرم پرفشار، یک مدل دو سیالی مورد استفاده قرار گرفت. این پلاسمای فعال در تماس با یک دیواره تخت فلزی فرض می‌شود به نحوی که معادلات خود سازگار در راستای عمود بر این دیواره یک بعدی خواهند بود. با استفاده از این مدل، اثرات پارامترهای این پلازما، شامل؛ آهنگ برخورد کشسان یون-خنثی (فشار گاز خنثی)، دمای یون و آهنگ یونیزاسیون، بر روی ساختار لایه مرزی پلازما و برخی از مهمترین متغیرهای پلازما بر روی دیواره مطالعه شد. پس از رفع تکنیکی گرمایی در نقطه  $V_s = \sqrt{T}$  و با استفاده از شرایط مرزی مناسب، معادلات نرمالیزه پلازما شامل معادله پواسون، برای گستره کاملی از دمای یون به صورت عددی تحلیل شدند.

نتایج نشان می‌دهند که برخورد و دمای یون اثراتی کاملاً مخالف هم بر روی ساختار پلازما و متغیرهای شناوری دارند. در حالی که برخورد کشسان یون-خنثی پتانسیل شناوری را افزایش می‌دهد، دمای یون مقدار این پتانسیل را تقلیل می‌دهد. همچنین، دمای یون اندکی جریان اشباع و انرژی جنبشی یون را بر روی دیواره شناوری افزایش داده و لایه مرزی پلازما را منبسط می‌کند، در عین حال، برخورد کشسان یون-خنثی به نحوی چشمگیر جریان اشباع و انرژی جنبشی یون را بر روی این دیواره کاهش داده و ضخامت لایه مرزی را تقلیل می‌دهد.

از طرف دیگر، آهنگ یونیزاسیون و دمای یون اثری مشابه بر روی پتانسیل شناوری و جریان اشباع یون دارند، اما اثراتی مخالف هم بر روی انرژی جنبشی شناوری یون و ضخامت لایه مرزی پلازما دارند. به عبارت دیگر، آهنگ یونیزاسیون به شدت

پتانسیل شناوری، انرژی جنبشی یون بر روی دیواره و ضخامت لایه مرزی پلاسما را کاهش داده و چگالی جریان اشباع یون بر روی دیواره را رشد می‌دهد. در انتها نیز از نظر شدت اثرگذاری پارامترها می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که به طور کلی، آثار آهنگ برخورد کَشسان یون-خنثی و یونیزاسیون بر روی ساختار پلاسما و متغیرهای شناوری بسیار قوی‌تر از آثار دمای یون می‌باشند.

## اظهار موجودیت داده‌ها

داده‌هایی که به یافته‌های این مقاله منجر می‌شوند نزد نویسنده مسئول آن موجود بوده و در صورت نیاز ارائه می‌شوند.

## منابع

۱. L. Tonks and I. Langmuir, "A general theory of the plasma of an arc," *Phys. Rev.*, vol. 34, p. 876, 1929.
۲. R. Chodura, "The Bohm criterion and sheath formation," *Phys. Fluids*, vol. 25, p. 1628, 1982.
۳. K.-U. Riemann, "A general theory of the plasma of an arc," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 24, p. 492, 1991.
۴. I. H. Hutchinson, *Principles of Plasma Diagnostics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2 ed., 2002.
۵. J. R. Roth, *Industrial Plasma Engineering*. IOP Publishing Ltd, 1 ed., 2001.
۶. A. Anders, "Plasma and ion sources in large area coating: A review," *J. Surface and Coatings Technology*, vol. 200, p. 1893, 2005.
۷. P. C. Stangeby, *Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*. Bristol: Institute of Physics Publishing Ltd, ۱ ed., 2000.
۸. H.-B. Valentini, "Removal of singularities in the hydrodynamic description of plasmas including space-charge effects, several species of ions and non-vanishing ion temperature," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. ۲۱, p. 311, 1988.
۹. M. Khoramabadi, H. Ghomi, and P. K. Shukla, "Numerical investigation of the ion temperature effects on magnetized dc plasma sheath," *Applied Physics*, vol. 109, p. 073307, 2011.
۱۰. M. Khoramabadi and S. F. Masoudi, "The effects of the polytropic coefficient on plasma sheath in two cases isothermal and adiabatic ion thermal flow," *Astrophys. Space Sci.*, vol. 341, no. 2, p. 501, 2012.
۱۱. M. Khoramabadi, H. Ghomi, and P. K. Shukla, "The Bohm-sheath criterion in plasmas containing electrons and multiply charged ions," *J. Plasma Physics*, vol. 79, no. 3, p. 267, 2013.
۱۲. M. Khoram, H. Ghomi, and N. Navab Safa, "Ion temperature and gas pressure effects on the magnetized sheath dynamics during plasma immersion ion implantation," *Physics of Plasmas*, vol. 23, p. 033511, ۲۰۱۶.

۱۳. S. F. Masoudi and S. M. Salehkoutahi, "The dynamics of ions entering the magnetized plasma sheath obliquely-collisional and collisionless situations," *Eur. Phys. J. D*, vol. 57, no. 1, p. 71, 2010.
۱۴. T. Gyergyek and J. Kovacic, "Fluid model of the sheath in front of a floating electrode immersed in a magnetized plasma with oblique magnetic field: Some comments on ion source terms and ion temperature effects," *Physics of Plasmas*, vol. 22, p. 043502, 2015.
۱۵. R. M. Crespo, "Positive ion temperature effect on the plasma-wall transition," *Physics of Plasmas*, vol. 25, p. 063509, 2018.
۱۶. M. Khoram, "The plasma and sheath asymptotic solutions along with the full solution of the plasma equations including the ion isothermal flow," *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 47, p. 1704, ۲۰۱۹.
۱۷. R. N. Franklin and J. Snell, "The low-pressure positive column in electronegative gases including space charge-matching plasma and sheath," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 31, p. 2532, 1998.
۱۸. J. I. F. Palop, J. Ballesteros, M. A. Hernandez, R. M. Crespo, and S. B. del Pino, "Influence of the positive ion thermal motion on the stratified presheath in electronegative plasmas," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. ۳۷, p. 863, 2004.
۱۹. H. Ghomi, M. Khoramabadi, P. K. Shukla, and M. Ghorannevis, "Plasma sheath criterion in thermal electronegative plasmas," *Applied Physics*, vol. 108, p. 063302, 2010.
۲۰. K. Yasserian and M. Aslaninejad, "Effect of the positive ion collisions on the positive space-charge in electronegative plasmas," *Eur. Phys. J. D*, vol. 67, p. 161, 2013.
۲۱. K. Yasserian and M. Aslaninejad, "Influence of the temperature of positive ions on the sheath formation and parameter space region in magnetized electronegative plasmas," *Physics Letters A*, vol. 378, p. 2757, ۲۰۱۴.
۲۲. J.-J. Li, J. X. Ma, and Z.-A. Wei, "Sheath and boundary conditions in a collisional magnetized warm electronegative plasma," *Physics of Plasmas*, vol. 20, p. 063503, 2013.
۲۳. J. I. F. Palop, J. Ballesteros, R. M. Crespo, and M. A. Hernandez, "Sheath analysis in collisional electronegative plasmas with finite temperature of positive ions," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 41, p. ۲۳۵۲۰۱, ۲۰۰۸.
۲۴. M. Aslaninejad and K. Yasserian, "Singularity and Bohm criterion in hot positive ion species in the electronegative ion sources," *Physics of Plasmas*, vol. 23, p. 053505, 2016.
۲۵. H. B. Valentini and D. Kaiser, "The singularity of the two-fluid plasma equations, its relations to boundary conditions, and the numerical solution of these equations," *Physics of Plasmas*, vol. 24, p. ۱۲۳۵۰۸, ۲۰۱۷.
۲۶. M. Khoram and S. F. Masoudi, "Effect of constant collision mean free time on the boundary layer of the active collisional warm plasma," *Scientific Reports*, vol. 11, p. 18359, 2021.

۲۷. R. M. Crespo and R. N. Franklin, "Effect of an oblique and constant magnetic field in the sheath thickness, the floating potential and the saturation current collected by a planar wall," *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol. 23, p. 035012, 2014.

۲۸. G. F. Regodon, J. I. F. Palop, J. M. Diaz-Cabrera, and J. Ballesteros, "Influence of collisions in a fluid model for the warm-ion sheath around a cylindrical Langmuir probe," *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol. ۲۸, p. 115017, 2019.