اثر افزونهٔ نسبیتی جرم-پتانسیل در هایپر هسته‌های هلیوم

آرزو جهانشیر*

مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بویین زهرا، گروه فیزیک و علوم مهندسی، قزوین، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۲/۱۹
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۹/۹
تاریخ چاپ: ۱۴۰۳/۹/۲۱.

شاپای چاپی: 2588-493x
شاپای الکترونیکی: 2588-4921

* نویسنده مسئول
jahanshir@bzte.ac.ir

چکیده

محاسبهٔ انرژی پیوند، طیف جرم، جفت‌شدگی اسپین مدار، شکل تابع موج و شکافتگی سطوح انرژی بخش مهمی از چالش‌های پیش رو در فیزیک هایپر هسته‌ها است. در حال حاضر یک روش کاربردی و کامل برای بدست آوردن پارامترهای ذکر شده در هایپر هسته‌های سبک و سنگین وجود ندارد؛ از طرفی روابط موجود و در دسترس فیزیک هایپر هسته‌ها، اثرات نسبیتی برهمکنش را بر روی تمامی پارامترهای فیزیکی ساختار مقید نمایان نمی‌کند یا در حال حاضر دیدگاه تکمیلی و دقیق وجود ندارد. به همین دلیل با توجه به اهمیت موضوع، در این مقاله با استناد بر اصول نظریهٔ میدان‌های کوانتومی و روش بازنمایی نوسانگر و بهنجار نمودن عملگرهای خلق و فنا این چالش هایپر هسته‌ها را تحلیل خواهیم کرد. راهکار پیشنهادی با در نظر گرفتن اثرات نسبیتی سیستم مقید، تحت عنوان افزونهٔ جرم-پتانسیل برای محاسبهٔ پارامترهای شاخص هایپر هسته‌ها ارائه شده است. مهمترین دستاورد نظری در این مقاله تصحیحات نسبیتی بر روی جرم و پتانسیل برهمکنش هایپر هسته‌ها می‌باشد که تا کنون در مطالعات پژوهشی دیگر بدین صورت در نظر گرفته نشده است.

واژگان کلیدی: هایپرهسته‌های سبک و سنگین، روش بازنمایی نوسانگر، تصحیحات نسبیتی.

مقدمه

دو فیزیکدان لهستانی یرژی پنیوفسکی و ماریان دانیش در سال ۱۹۵۳ هنگام مطالعهٔ تصاویر تشعشعات کیهانی رسیده از فضای بیکران در فاصلهٔ ۲۶۰ کیلومتری سطح زمین، هایپر هسته‌ها را کشف کردند و سپس با توجه به اهمیت آنها شاخهٔ فیزیک هایپر هسته‌ها پایه‌گذاری شد. در سال۲۰۰۳ با اعلام مرکز تحقیقاتی آزمایشگاه بل[1] مبنی بر رصد هادرون‌های سنگین [۲] و سپس در سال ۲۰۱۵ مشاهدهٔ هیپرون‌ها و هایپرهسته‌های سبک و سنگین طی برهمکنش‌های ضعیف، نیمه قوی و فوق قوی درLHC [2] [۳] علاقمندیِ فیزیکدانان هسته‌ای و ذرات برای پژوهش در ویژگی‌های ساختاری هایپر هسته‌ها شدت گرفت. اگر چه توصیف برخی خصوصیاتِ بنیادی و منحصر به فرد هایپر هسته‌های سنگین در قالب مدل استاندارد نمی‌گنجد، اما با این وجود همچنان فیزیکدانان، سعی بر این دارند تا ساختارهای سنگین هادرونی هایپر هسته‌ها را نیز با استناد بر مدل استاندارد بررسی کنند. به همین دلیل هر نوع پیشنهاد جدید و یا روش اصلاحی برای معادلات برهمکنش آنها که در بهبود نتایج نظری و مطابقت بیشتر با آزمایشات تجربی ارائه شود، قابل تامل خواهد بود. زیرا تجمیع

[1] Belle Collaboration, at the High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

[2] hadron collider collaboration at the CERN

دستاوردهای متفاوت، به خوبی می‌تواند مدل نوینی برای شرح دقیق و کامل برهمکنش هایپر هسته‌ها بدست دهد. دو موضوع بسیار مهم و ضروری در فیزیک هایپر هسته‌ها مربوط به اثرات نسبیتی برهمکنش و محاسبهٔ انرژی پیوندی است. با توجه به این مهم، اگر چه بدست آوردن مشخصه‌های اصلی سیستمِ مقید یعنی انرژی پیوندی، طیف جرم و اثرات نسبیتیِ برهمکنش با تکیه بر پتانسیل نسبیتی بسیار اهمیت دارد، اما اصلاحات نسبیتیِ پتانسیل بر روی این پارامترها چندان از طرف پژوهشگران مطالعه نشده است. این در حالی است که اثرات نسبیتی روی تمامی پارامترهای فیزیک برهمکنش ذرات، می‌تواند در بهبود نتایج تجربیات آزمایشگاهی و دقت محاسبات مفید واقع شود. از طرفی دیگر در حال حاضر یک فرمول نهایی و قطعی برای محاسبهٔ انرژی پیوندیِ هایپر هسته‌های سبک و سنگین وجود ندارد و حتی برخی روش‌ها و روابط در دسترس فعلی، با انجام محاسبات نسبتا دشوارِ که نیازمند اطلاعات تجربی است، جرم و انرژی پیوندی هایپر هسته‌ها را معین می‌کند. ولی بازهم بطور کامل اثرات نسبیتی را در خود جای نداده است. با توجه به این موضوع در نظر گرفتن اثرات نسبیتی موجود در طیف جرم و پتانسیل برهمکنش همچنان نیازمند ارائهٔ فرمولی کامل است که دربرگیرندهٔ اثرات نسبیتی بر روی تمامی پارامترهای برهمکنش باشد که در این مقاله به بخش جرم و انرژی با رویکرد اثرات نسبیتی در آنها پرداخته‌ایم. کاربرد دستاوردهای بدست آمده از نتایج نظری روش پیشنهادی و ارائه شده در فیزیک هایپر هسته، گامی محکم در تبیین دقیق‌تر ویژگی هایپر هسته‌های سبک، سنگین و حتی هایپر اتم‌های شگفت می‌تواند باشد. همانطور که در توصیف برهمکنش‌های کوارکی و گلئونی موفق بوده است در این جا نیز به خوبی اثرات نسبیتی هایپر هسته ها را در برهمکنش نمایان می‌کند. به عنوان مثال در ساختارهای مقیدِ هایپر هسته‌های سبک برای محاسبهٔ انرژی بستگی از رابطهٔ مشابه فرمول نیمه تجربی معروف «بته-وایتسگر» (BWM) استفاده می‌شود[۷]. این فرمول انرژی پیوستگی هایپرهسته‌های سبک را به خوبی توصیف می‌کند اما در توصیف هایپر هسته‌های سنگین چندان مناسب نبوده و از دقت بالایی برخوردار نیست. به همین دلیل فرمول انرژی پیوندیِ متفاوتی برای هایپر هسته‌های سنگین (BWMH) به صورت زیر پیشنهاد شده است[۸]:

$$E_{bin}({}^{A}_{Y}X) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} + \delta_{new} + n_Y(c_0 m_Y - c_1 - c_2 S A^{-2/3}), \qquad (۱)$$

در این فرمول نیز اثرات نسبیتی گنجانده نشده است و نتایج عددی، مقادیر طیف جرم و انرژی پیوندی با اثرات نسبیتی داده نمی‌شود. به همین دلیل در این مقاله به دنبال روش و معادلاتی هستیم که بتوانیم جرم و انرژی ساختارهای مقیدِ هایپر هسته-های سبک و سنگین را با اثرات کامل نسبیتی و تاثیر گذار در پارامترهای سیستم صریحاً بدست آوریم. با توجه به رابطهٔ انرژی پیوندیِ هسته‌های معمولی[۸] که برابر است با

$$E_{bin} = M - m_{clusters}, \qquad (۲)$$

و با استناد بر روش پیشنهادی برگرفته از اثرات عملگرهای خلق و فنا در نظریه میدان کوانتومی و استفاده از روش نوسانگر کوانتومی در ادامهٔ مطالب، بخشی از موانع و دشواری‌های محاسباتی انرژی بستگی و چالش‌های فیزیک هایپر هسته‌ها در محاسبهٔ جرم و برانگیختگی مداری و شعاعی برطرف خواهد شد. هدف اصلی پژوهش انجام شده، دستیابی به رابطه‌ای است که تصحیحات نسبیتیِ جرم و بخش پتانسیلِ نسبیتی برهمکنش، همزمان بر روی تابع موج و هامیلتونی سیستمِ مقید اثر کرده و نتایج اثرات نمایان و مشخص شود. لذا برای یافتن معادلات کلیِ نسبیتی جرم-انرژی، برهمکنش ذرات سازندهٔ هایپر هسته را در پتانسیل دلخواه مانند کولنی، کرنل، برهمکنش قوی خطی و غیرخطی در نظر می‌گیریم و تصحیحات ذکر شده در بالا را برای پتانسیل $\tilde{V}_{ij}$ بدست می‌آوریم. به منظور مشخص نمودن اصلاحات نسبیتی، مستقیماً از روش حل تابع گرین و قراردادن آن در تابع قطبشِ حلقه با استفاده از اصول بنیادینِ مدل بازنمایی نوسانگر و بهنجارش عملگرهای خلق و فنا[۳] استفاده می‌نماییم. با فرض

[3] Wick order (normal ordering)

حالت گائوسی تابع موج، رابطهٔ تابع قطبش حلقهٔ سیستم n– ذره‌ای در نمایش انتگرال تابعی (انتگرال مسیر فاینمن[۵و۴]) بازنویسی و ساده‌سازی می‌شود. عبارت نسبیتی جرم-پتانسیل به واسطهٔ تابع قطبش و با تکیه بر اصول بنیادی نظریهٔ میدان‌های کوانتومی و الکترودینامیک کوانتومی[۵] وارد هامیلتونی سیستم کرده و تغییرات نسبیتی را در طیف جرم و انرژی اعمال می‌نماییم. نتایج عددی تصحیحات در انتهای مقاله برای هایپر هسته‌های ${}^{4}_{\Sigma^{+}}He, {}^{8}_{\Xi^{-}}He$ و چند هایپر هستهٔ ${}^{A}_{\Lambda^{0}}Z$ داده شده است.

۱- افزونهٔ نسبیتی جرم-پتانسیل در هامیلتونی

در این بند، برای بدست آوریدن روابط تحلیل پایه، تبادلات برهم کنشِ n– ذرهٔ اسکالر در میدان پیمانه‌ای $A(x)$، با هدف شکل‌گیری ساختارهای مقید در نظر گرفته می‌شود. همچنین از جریان بارِ حقیقیِ ذرات که با تابع $J(x)=\Psi^{+}(x)\Psi^{-}(x)$ توصیف می‌شود در تحلیل و تشریح معادلات برهمکنش بهره می‌جوییم. با توجه به هدف اصلی برهمکنش که شکل‌گیری پیوند مقید است، در معادلات میدان فقط کانال‌های خلق در نظر گرفته شده و از فرایندهای مربوط به جریان‌های فنا صرف نظر می‌شود. از این رو با استناد بر نظریهٔ میدان‌های کوانتومی، فرم نهاییِ تابع همبستگیِ دو نقطه‌ای گائوسیِ در برهمکنش سیستم متشکل از n–ذرهٔ مستقل به جرم $m_1, m_2 \ldots m_n$ را با رابطه تابع قطبشِ حلقه $\Pi(x)$ بدست می‌آوریم و سپس تابع گرین را با حاصل‌ضرب میانگین میدان پیمانه‌ای برابر قرارمی‌دهیم [۶,۵]:

$$\Pi(x)=\left\langle G_{m_1}\mid A)\mid G_{m_2}\mid A)\ldots G_{m_n}\mid A)\right\rangle$$
$$\Pi(x)_{|x=x_1-x_2|}\approx e^{-M|x|}. \qquad (۳)$$

با استفاده از تبدیلات ریاضیاتی ذکر شده در رفرانس‌های[۶,۵]، جرم سیستم مقید n– ذره‌ای را در شرایط مجانبی $|x|\to\infty$ بدست آوریم:

$$M=-\lim_{x^2\to\infty}|x|^{-1}\ln\Pi(x). \qquad (۴)$$

رابطهٔ (۴) علاوه بر تعیین جرم ساختار مقید شده، نشان می‌دهد اگر $M\neq\sum_n m_n$ و جرم $M\prec\infty$ باشد ذرات سیستم به قید یکدیگر در آمده و پیوند شکل می‌گیرد؛ ولی چنانچه $M=\sum_n m_n$ باشد، برهمکنش بسیار ضعیف بوده و ذراتِ مشارکت کننده در سیستم، پیوند برقرار نکرده و غیر وابسته و مستقل از یکدیگر، محل برهمکنش را ترک می‌کنند. بنابراین با شرط برهمکنش ذرات از نوع پیوندی، تابع قطبش حلقهٔ n– ذره‌ای را در نمایش انتگرال تابعی و در سیستم واحدهای استاندارد کرومودینامیک کوانتومی $(\hbar=c=1)$ مطابق زیر بازنویسی می‌نماییم:

$$\Pi(x)_{|x|\to\infty}=\int_0^\infty\int_0^\infty\ldots\int_0^\infty\prod_n d\mu_n\frac{J(\mu,\tilde{V}_{ij})}{(8x\pi^2)^n}\mathrm{e}^{-\frac{|x|}{2}\left(\sum_n\left(\frac{m_n^2}{\mu_n}+\mu_n\right)\right)}, \qquad (۵)$$

بخش پتانسیل برهمکنشی و غیر برهمکنشی در انتگرال تابعی قراردارد و بصورت زیر مشخص می‌شود (موارد تکمیلی درمراجع[۶,۵] و مراجع داخل آنها می‌باشد):

$$J(\mu,\tilde{V}_{ij})=\int\int\ldots\int\prod_n N_1\ldots N_n dx_1\ldots dx_n e^{-0.5\int_0^x\sum_n d\tau_n\mu_n\dot{x}_n^2(\tau_n)}e^{\tilde{V}_{ij}}, \qquad (۶)$$

که در آن

$$\tilde{V}_{ij}=V_{ij}^{(1)}+V^{(2)}. \qquad (۷)$$

در رابطهٔ (۶) پارامتر τ_n زمان ویژهٔ سرعت نسبی در سیستم n–ذره‌ای است و عبارت پتانسیل $\tilde{V}_{ij}$ دو بخش:

۱- $V_{ij_{(i\neq j)}}$– پتانسیل برهمکنش بین ذرات و ۲- $V_{ij_{(i=j)}}$– پتانسیل غیر برهمکنشی ذرات با خودشان، را در بر دارد. انتگرال تابعی(۶) به صورت زیر با مقدار ویژهٔ هامیلتونی سیستم رابطه دارد[۵،۶]:

$$\lim_{|x|\to\infty}J(\mu,\tilde{V}_{ij})=e^{-xE_\ell(\mu)}, \qquad (۸)$$

در رابطهٔ (۸) پارامتر $E_\ell(\mu)$ وابسته به ثابت برهمکنش g و μ جرم کاهیدهٔ سیستم مقید است. از طرفی $E_\ell(\mu)$ مقدار ویژهٔ انرژی سیستم $n-$ذره‌ای مقید شده است و از معادلهٔ شرودینگر

$$\hat{H}\Psi(x)=E_\ell(\mu)\Psi(x), \qquad (۹)$$

بدست می‌آید. اکنون برای تعیین اثرات نسبیتی جرم از تقریب زیر در معادلهٔ شرودینگر(۹) استفاده می‌کنیم:

$$\sqrt{p^2+m^2}\approx \min_{\mu}\frac{1}{2}(\mu+\frac{p^2+m^2}{\mu})$$

و از روابط(۴)، (۵) و (۸) به همراه تقریب رادیکالی بالا، جرم سیستم مقید را به دست می‌آوریم[۱۰،۹]:

$$M=\sum_n\sqrt{m_n^2-2\mu^2\frac{dE_\ell}{d\mu}}+\mu\frac{dE_\ell}{d\mu}+E_\ell, \qquad (۱۰)$$

رابطهٔ (۱۰) بخش تصحیح نسبیتی جرم را در افزونهٔ جرم-پتانسیل مشخص می‌نماید که در این رابطه m_n جرم سکون ذرات غیر مقید، μ_n جرم انفرادی تغییر یافتهٔ ذرات در پیوند مقید و μ جرم کاهیدهٔ سیستم مقید می‌باشد. پارامترهای جرم که در (۱۰) نمایان شده است عبارت هستند از

$$\frac{1}{\mu}=\sum_n\frac{1}{\mu_n}, \qquad \mu_n=\sqrt{m_n^2-2\mu^2\frac{dE_\ell}{d\mu}(\mu)}.$$

(۱۱)

همچنین از رابطهٔ (۱۰) و (۲) انرژی بستگی که یکی از مهمترین دستاوردهای این مقاله در رفع چالش‌های هایپر هسته‌ها می‌باشد نیز بدست می‌آید:

$$E_{bin}(\mu,E_\ell)=\sum_n\sqrt{m_n^2-2\mu^2\frac{dE_\ell}{d\mu}}+\mu\frac{dE_\ell}{d\mu}+E_\ell+m_Y.$$

(۱۲)

اکنون در این قسمت به محاسبهٔ پتانسیل نسبیتی می‌پردازیم. همانطور که از رابطهٔ (۶) مشخص است، تصحیح نسبیتی پتانسیل باید در تابع $J(\mu_n)$ قرار گرفته باشد. به همین منظور در انتگرال تابعی (۶)، انتشارگر برهمکنش در فضای فازی را وارد کرده $D_{\alpha\beta}(x)=\langle A_\alpha \mid A_\beta\rangle$ و سپس نسبت به متغیر فازیِ تکانه در سیستمِ مرکز جرم که ثابت فرض می‌شود با لحاظ نمودن شرایط مجانبی $|x|\to\infty$ مشتق‌گرفته می‌گیریم. بعد از مشتق‌گیری، تابع پتانسیلِ برهمکنش را با دو متغیرِ زمانی و مکانی x,τ برای حالات پایه و برانگیخته بدست می‌آوریم[۱۰].

بخش پتانسیل برهمکنشی برابر است با:

$$V_{ij}^{(1)}=-V_{ij_{i\neq j}}^{(1)}+2V_{ij_{i=j}}^{(1)}=-\frac{g}{|x|}+V_0, \qquad (۱۳)$$

پارامتر V_0 با استناد بر جرم ذرات در سیستم مقید بطور دستی وارد می‌شود و به بهنجارش عملگر جرم در شرایط غیر نسبیتی وابسته است[۹] و همچنین $-V_{ij}^{(1)}$ سهم تبادل تک فوتونی (یا تک گلئونی در برهمکنش کوارکی) را برعهده دارد. با توجه به این که متغیر مکان، بصورت چاربردار $x=(x_0,\vec{x})$ تعریف می‌شود از روابط نوشته شده در (۱۴):

$$v=\frac{\partial x}{\partial\tau},\ \ \frac{\partial\vec{x}}{\partial\tau}=(\frac{\vec{x}}{|x|}\cdot v)$$
$$\vec{n}=\frac{\vec{x}}{|x|},\ \ \dot{v}=\frac{\partial v}{\partial\tau}=0,\ \ \hat{L}=[x,p],$$

(۱۴)

و اثر عملگر تکانهٔ زاویه‌ای در انتگرال تابعی $J(\mu_n)$ استفاده می‌نماییم و سهم پتانسیل برهمکنش غیر اختلالی $V^{(2)}$ را که همان پتانسیلِ افزونهٔ نسبیتی است، بدست می‌آوریم[۱۰]:

$$V^{(2)}=-\frac{g}{|x|}\left((1+\frac{\ell(\ell+1)}{(2\mu x)^2})^{-\frac{1}{2}}-1\right). \qquad (۱۵)$$

از رابطهٔ (۹) مشخص است که اثرات پتانسیل نسبیتیِ برهمکنش در اعداد کوانتومی اربیتالی نمایان خواهد شد. در حالت کلی هامیلتونی معادلهٔ (۹) باید شامل بخش پتانسیلِ غیرنسبیتی، پارامترهای غیر پتانسیلی و پارامترهای پتانسیل نسبیتی غیر اختلالی باشد. به همین دلیل با قراردادن دو رابطهٔ (۱۵) و (۱۰) در معادلهٔ شرودینگر(۹)، هامیلتونی سیستم مقید را با افزونهٔ نسبیتی جرم-پتانسیل بدست می‌آوریم. مقادیر ویژهٔ رابطهٔ (۹) تمامی اثرات نسبیتی افزونه را مستقیما در طیف جرم و انرژی وارد خواهند کرد. هامیلتونی بازنویسی شده با استفاده از روش اختلالی در تقریب مرتبهٔ صفرم $\hat{H}_0(x)$ و مراتب بالاتر $\hat{H}_I(x)$ که به عنوان تصحیح کوچکی روی هامیلتونی تقریب مرتبهٔ صفرم در نظر گرفته می‌شود تعریف می‌شود. در ادامه به منظور حل عددیِ هامیلتونی نهایی و تعیین جرم هایپر هسته‌ها از روش بازنمایی نوسانگر در قالب

میدان‌های کوانتومی و بهنجارش عملگرهای خلق و فنا بر روی آن استفاده شده است(روش پیشنهادی بطور جامع در[۶] بیان شده است). این روش در فیزیک ذرات و سیستم‌های مقید شیوه‌ای بسیار مناسب و کارآمد است.

۲- جرم هایپر هسته در ساختار دو خوشه‌ای

با هدف بدست آوردن مقادیر عددی تصحیحات نسبیتی جرم و انرژی بستگی هایپر هسته‌ها از معادلهٔ (۱۶) استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن هایپر هسته از دو خوشهٔ نوکلئونی و هیپرونی که در پتانسیل شبه کرنل هستند، افزونهٔ نسبیتی جرم-پتانسیل را در (۹) وارد کرده و هامیلتونی اصلاح شدهٔ اثرات نسبیتی را بدست می‌آوریم(بخش برهمکنش قوی بین دو خوشه بسیار ناچیز در نظر گرفته مشده است)[۱۰]:

$$\hat{H}=\frac{\hat{p}^2}{2\mu}-\frac{g}{x}-\frac{g}{x}\left((1+\frac{\ell(\ell+1)}{4\mu^2x^2})^{-\frac{1}{2}}-1\right) \qquad (۱۶)$$

در ادامه، محاسبات عددی را برای دو هایپر هستهٔ هلیوم $_{\Xi^-}{}^{8}He, {}_{\Sigma^+}{}^{4}He$ متشکل از یک خوشهٔ نوکلئونی $(ip+jn)$ و یک خوشهٔ هیپرونی از Λ,Σ بدست می‌آوریم. اثرات اسپین مدار و پس زنی خوشه‌ها در نتایج جداول ارائه شده در نظر گرفته نشده است. بدین منظور با جداسازی بخش شعاعی معادلهٔ شرودینگر[۶] و انتقال به فضای کمکی جدید $x=x(q)=q^2$ و با استفاده از تبدیلات[۹]

$$\Phi_{n\ell}(x)\sim e^{-a(x)}$$
$$\Phi_{n\ell}(x)\sim e^{-x}=e^{-q^2}$$
$$q\to\infty\Rightarrow a\big(x(q)\big)\sim -q^2$$

و

$$\nabla_x^2\to\nabla_q^2$$
$$\nabla_x^2=\frac{d^2}{dq^2}+\frac{2}{q}\frac{d}{dq}-\frac{\ell(\ell+)}{x^2}$$
$$\nabla_q^2=\frac{d^2}{dq^2}+\frac{3+2\ell}{q}\frac{d}{dq},$$

معادلهٔ شرودینگر را به صورت زیر بازنویسی می‌نماییم:

$$\hat{H}\phi_{n\ell}(q)=\left(\frac{\hat{p}_q^2}{2}+4\mu\rho^2q^{4\rho-2}(V(q)-E_\ell(\mu))\right)\phi_{n\ell}(q^2)=0, \qquad (۱۷)$$

رابطهٔ (۱۷) با استفاده از عملگرهای بهنجار شدهٔ خلق و فنا از سه بخش[۹]: ۱-هامیلتونی نوسانگر آزاد (H_ω)، ۲-هامیلتونی در تقریب صفر یا حالت پایه (H_ℓ)، ۳- هامیلتونی برهمکنش (H_I) و با پارامتر شاخص سیستم مقید یعنی فرکانس و انرژی نوسانگر ω_ℓ, E_ℓ تشکیل شده است. بطور خلاصه در روش بازنمایی نوسانگرف هامیلتونی بالا به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$H=H_\omega+H_\ell+H_I, \qquad H_\omega=\omega\left(\hat{a}^+\hat{a}^-\right)$$
$$H_\ell=\frac{d}{2}\omega+4\mu q^2\left(V(q)-E_\ell(\mu)\right), \qquad (۱۸)$$

اصول نظریهٔ نوسانگر به ما نشان می‌دهد، اگر سیستم در یک پتانسیل برهمکنشی باشد، هامیلتونی سیستم باید فقط حاوی مقادیر توان‌های دوم از متغییرهای کانونیک x,q باشد. با در نظر گرفتن این شرط برای ادامهٔ محاسبات هامیلتونی $H(E_\ell,\omega_\ell,\mu)$ را به دو بخش مجزا تقسیم می‌کنیم:

$$H(E_\ell,\omega_\ell,\mu)=A(E_\ell,\omega_\ell,\mu)-E_\ell B(E_\ell,\omega_\ell,\mu)=0, \qquad (۱۹)$$

و سپس از شرط مینیموم انرژی در روش بازنمایی نوسانگر[۸]

$$E_\ell(\mu)=\min_{\omega,\mu}\left(\frac{A(E_\ell,\omega_\ell,\mu)}{B(E_\ell,\omega_\ell,\mu)}\right), \qquad (۲۰)$$

پارامتر اصلی نوسانگر ω را صریحا با استفاده از تکنیک‌های ریاضیاتی حل معادلات بدست می‌آوریم. سپس از رابطهٔ (۱۹) مقدار ویژهٔ انرژی حالت پایه و برانگیخته تعیین می‌شود. از روابط (۱۹) و (۲۰) طیف جرم و انرژی پیوندی سیستم مقید و همچنین جرم خوشه‌های انفرادی هایپر هسته‌ها با مقادیر کوانتومی اربیتالی ℓ بدست می‌آید. در جدول۱ و جدول۲ نتایج محاسبات عددی با افزونهٔ جرم-پتانسیل و بدون آن ارائه شده است. همچنین در جدول۳ طیف جرم و انرژی پیوندی چند هایپر هستهٔ لاندا جهت مقایسه و مشاهدهٔ تطابق نتایج با

نویسندگان دیگر قرار داده شده است. در جدول۳ جرم هایپر هسته‌ها برای حالت پایه محاسبه شده است و از اثرات افزونهٔ پتانسیل طبق رابطهٔ (۱۵) صرفنظر شده است و تنها به اثرات نسبیتی جرم اکتفا نموده‌ایم[۱۱].

جدول ۱. جرم هایپراتم $^{4}_{\Sigma^+}He$ با ثابت برهم کنش g .

g =۰,۱	ℓ =۱	ℓ =۲	ℓ =۳
M_{rel}	۴۰۰۰۶,۷۰۶	۴۰۰۶,۷۴۳	۴۰۰۶,۷۵۶
M_{rel}^{pot}	۴۰۰۸,۲۷۱	۴۰۰۸,۹۰۴	۴۰۰۷,۶۱۷
g =۰,۲	ℓ =۱	ℓ =۲	ℓ =۳
M_{rel}	۴۰۰۶,۵۰۵	۴۰۰۶,۶۵۴	۴۰۰۶,۷۰۶
M_{rel}^{pot}	۴۰۰۹,۱۵۱	۴۰۱۰,۱۵۷	۴۰۰۸,۱۱۲
g =۰,۵	ℓ =۱	ℓ =۲	ℓ =۳
M_{rel}	۴۰۰۵,۰۹۹	۴۰۰۶,۰۲۹	۴۰۰۶,۳۵۵
M_{rel}^{pot}	۴۰۱۱,۱۵۴	۴۰۱۳,۰۰۸	۴۰۰۹,۲۴۰

جدول ۲. جرم هایپراتم $^{8}_{\Xi^-}He$ با ثابت برهم کنش g

g =۰,۱	ℓ =۱	ℓ =۲	ℓ =۳
M_{rel}	۷۷۶۳,۷۷۲	۷۷۶۷,۵۲۹	۷۷۶۸,۸۴۱
M_{rel}^{pot}	۷۷۷۲,۰۲۱	۷۷۷۲,۶۵۳	۷۷۷۱,۳۶۸
g =۰,۲	ℓ =۱	ℓ =۲	ℓ =۳
M_{rel}	۷۷۴۳,۲۷۴	۷۷۵۸,۴۹۲	۷۷۶۳,۷۷۲
M_{rel}^{pot}	۷۷۷۲,۸۹۹	۷۷۷۳,۹۰۱	۷۷۷۱,۸۶۳
g =۰,۵	ℓ =۱	ℓ =۲	ℓ =۳
M_{rel}	۷۵۸۸,۲۶۵	۷۶۹۳,۱۸۹	۷۷۲۷,۶۶۲
M_{rel}^{pot}	۷۷۷۴,۸۹۸	۷۷۷۶,۷۴۸	۷۷۷۲,۹۸۹

جدول ۳. جرم هایپر هسته‌ها در حالت پایه ۰,۱۲۴ =g

$^{A}_{Y}Z$	M_{rel}	M[11]	E_{bin}	E_{bin}[11]
$_{\Lambda^0}H^{۴}$	۳۹۲۸,۷۸۹	۳۹۲۷,۷۳	۲,۵۳	۲,۴
$_{\Lambda^0}He^{۷}$	۶۷۳۳,۲۰۰	۶۷۲۹,۴۲	۵,۱۱	۵,۵
$_{\Lambda^0}Li^{۸}$	۷۶۴۹,۴۷۱	۷۶۶۳,۴۲	۶,۰۱	۶,۸
$_{\Lambda^0}Be^{۱۰}$	۹۴۹۵,۷۲۹	۹۵۳۱,۲۸	۷,۸۱	۸,۷

نتیجه‌گیری و بحث

افزونهٔ نسبیتی جرم-پتانسیل با تکیه بر شروط میدان‌های کوانتومیِ تبادلی فوتونی(گلئونی) و اصول روش بازنمایی نوسانگر بدست می‌آید. افزونهٔ نسبتی، به منظورِ محاسبهٔ طیف جرم و انرژی بستگی هایپر هسته‌های سبک و سنگینِ تک هیپرونی یا دو هیپرونی که سرعت نسبتا بالایی در برهمکنش دارند پیشنهاد گردید. این افزونهٔ در حقیقت اثرات نسبیتی بر روی جرم و پتانسیل برهمکنش می‌باشد که تقریبا در پژوهش-های فیزیکدانان هایپر هسته و ذرات بسیار با اهمیت است و در بسیاری از پژوهش‌ها بصورت مشخص و به وضوح نمایان نمی‌شود و یا در نتظر گرفته نمی‌شود. این موضوع نکتهٔ قوت و با اهمیت دستاورد نظری مطالب بالا در ساختارهای مقید هایپر هسته و هایپر اتم‌ها خواهد بود. اثر افزونهٔ نسبیتی می‌تواند راه‌گشای دستیابی به اطلاعات جدید از ماهیت ساختارهای مقید خصوصاً هایپر هسته‌ها و هایپر اتم‌ها باشد. اثرات افزونه بر روی طیف جرم هایپر هسته‌های $^{4}_{\Sigma^+}He$, $^{8}_{\Xi^-}He$ محاسبه شده و طبق جدول(۱)، جدول(۲) و جدول(۳) تفاوت نتایج عددی برای M_{rel}– جرم هایپر هسته بدون افزونهٔ جرم-پتانسیل و $M_{rel-pot}$– جرم هایپر هسته با افزنهٔ جرم-پتانسیلی در حالات پایه و برانگیخته ارائه شده است. همچنین به استناد رابطهٔ انرژی بستگی هسته از معادلهٔ (۱۲) تصحیحات نسبیتی برای چند هایپر هستهٔ متفاوت $^{A}_{\Lambda^0}Z$ نیز ارائه شده است. مقایسهٔ نتایج نشان می‌دهد روش بازنمایی نوسانگر برای محاسبهٔ کمیت‌های فیزیکی سیستم‌های مقید هایپر هسته و هایپر اتم‌ها نیز مشابه ساختارهای کوارکی و گلئونی کارآمد بوده و قابل استفاده است.

تشکر و قدردانی

شایسته است مراتب قدردانی خود را به یاد استاد بزرگوار پروفسور دی. مینال و همکاران خود از انستیتوی تحقیقات فیزیک نظری دوبنا- روسیه و انستیتوی فیزیک نظری و تجربی قزاقستان اعلام دارم.

مراجع

[1] M. Danysz and Pniewski J., “Delayed disintegration of a heavy nuclear fragment”, *Phil. Mag.* vol. 44 no. 1, pp.348, 1953.

[2] K. Choi, et al. “Belle*”, Phys. Rev. Lett.* Vol.91, pp. 262001, 2003.

[3] R. Aaij et al. “LHC”, *Phys. Rev. Lett.* vol.115, pp. 072001, 2015.

[4] W. Greiner and Y. Reinhort, "*Quantum Electrodynamic*", 1st edition, Springer-Verleg, 1992.

[5] R. P. Feynman and A. P. Hibbs, "*Quantum Mechanics and Path Integrals*", (McGraw-Hill, New York, 1963.

[6] R. Rosenfelder, “Path Integrals in Quantum Physics”, *arXiv:*1209.1315v2 [nucl-th], 2012.

[7] M. Born, “Reciprocity Theory of Elementary Particles”, *Rev. Mod. Phys.* vol.21, pp.463, 1949.

[8] C. Samanta, et al. “Generalized mass formula for non-strange and hypernuclei with SU (6) symmetry breaking”, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* vol.32, pp.423, 2006.

[9] M. Dineykhan et al., *Oscillator Representation in Quantum Physics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1995.

[10] M. Dineykhan, "Axially symmetric potentials in the oscillator representation", *Z. Phys. D* vol. 41, pp.77, 1997.

[11] M. Gal, E. V., et al., “Strangeness in Nuclear Physic”, *Nucl. Phys. B, vol.*52, 1973; A. Gal, et al., “Hypernuclei”, *Rev. Mod. Phys.* vol.88, pp.245, 2016.

Relativistic Mass-Potential Extension Effect in Helium Hypernuclei

Arezu Jahanshir

Department of Physics and Engineering Sciences, Buein Zahra Technical University, Buein Zahra, Iran

Article details

Received: 2021/05/9
Accepted: 2024/12/9
Published: 2024/12/11

ISSN: 2588-493x
eSSN: 2588-4821

Correspondence email:
jahanshir@bzte.ac.ir

Abstract

Calculation of Binding Energy, Mass Spectrum, Spin-Orbit Coupling, Wave Function Shape, and Energy Level Splitting are among the key challenges in hypernuclear physics. Currently, there is no comprehensive and practical method available for determining the aforementioned parameters in both light and heavy hypernuclei. Moreover, the existing relations and accessible frameworks in hypernuclear physics do not adequately reflect the relativistic effects of interactions on all physical parameters of the bound structure. Alternatively, a complementary and precise perspective on these effects is lacking. Given the significance of this topic, this article analyzes these challenges in hypernuclei based on the principles of quantum field theory, the oscillator representation method, and the normalization of creation and annihilation operators. The proposed approach, considering the relativistic effects of the bound system, is introduced as the Mass-Potential Coupling Extension for calculating the key hypernuclear parameters. The most significant theoretical achievement of this paper is the inclusion of relativistic corrections on both the mass and the interaction potential of hypernuclei, which have not been addressed in this manner in prior research studies.

Keywords: light and heavy hypernuclei, oscillator representation method, relativistic corrections