

# انتقال کوانتومی چند مرحله‌ای حالت $N$ -کیوبیت با استفاده از ترکیب حالت‌های GHZ-EPR

نگین فتاحی\*

دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمانشاه

دریافت: ۹۸/۱۰/۱۰

پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۱۷

## چکیده

انتقال چند مرحله‌ای یک روش مناسب برای انتقال اطلاعات کوانتومی در فواصل دور است که درهم‌تنیدگی مستقیمی بین گره فرستنده و گره گیرنده وجود ندارد. در این مقاله روش انتقال چند مرحله‌ای حالت تک کیوبیتی، دو کیوبیتی و  $N$ -کیوبیتی پیشنهاد شده است، که در این روش از ترکیب حالت GHZ و حالت EPR به عنوان کانال کوانتومی به اشتراک گذاشته شده بین دو گره مجاور، استفاده می‌شود. در این روش گره مبدأ و گره‌های واسطه هم‌زمان و هم‌ارز یکدیگر می‌توانند اندازه‌گیری‌های خود را انجام دهند و نتیجه اندازه‌گیری را به گره مقصد اعلام کنند، بنابراین سرعت انتقال اطلاعات در این روش نسبت به روش انتقال مرحله به مرحله بالاتر است. در پایان بازده این پروتکل نیز محاسبه شده است. این روش برای انتقال اطلاعات در شبکه‌های ارتباطی مناسب است.

واژگان کلیدی: انتقال کوانتومی، کیوبیت، چند مرحله‌ای، درهم‌تنیدگی، گره

## مقدمه

انتقال کوانتومی که اولین بار توسط بنت و همکارانش در سال ۱۹۹۳ مطرح شد [۱]؛ می‌تواند اطلاعات کوانتومی را با استفاده از ویژگی درهم‌تنیدگی کوانتومی از یک ذره مبدأ به ذره مقصد انتقال دهد، بنابراین نقش مهمی در ارتباطات کوانتومی ایفا می‌کند و در دهه‌های اخیر به دلیل کاربردهای بالقوه آن، توجه بیشتری را به خود جلب کرده است [۲-۳]. درهم‌تنیدگی را می‌توان با ایجاد یک جفت EPR و توزیع این جفت بین مبدأ و مقصد به دست آورد [۴].

در دهه‌های اخیر، رویکردهای نوآورانه زیادی در حوزه انتقال کوانتومی مطرح شده است [۵-۱۰]. در مرجع [۶] روش انتقال کنترل شده چند قسمتی یک حالت درهم‌تنیده دو ذره‌ای با استفاده از دو حالت GHZ مطرح شده است. همچنین در مرجع [۸] راه‌های مختلفی که از طریق آن می‌توان یک حالت دو کیوبیتی دلخواه را منتقل کرد، بیان شده‌اند. در بسیاری از روش‌ها، انتقال اطلاعات بین دو گره مبدأ و مقصد انجام می‌شود که برای شبکه‌هایی که شامل چند کاربر است، این روش‌ها مناسب نیستند. بنابراین شبکه‌های کوانتومی با چندین کاربر هم مورد توجه قرار گرفتند [۱۱]. همچنین انتقال اطلاعات کوانتومی در فواصل دور نیز همواره مورد توجه بوده است.

برای آن که اطلاعات کوانتومی در یک فاصله دور از یک نقطه به نقطه دیگر از دست نرود، باید بین فرستنده و گیرنده، گره‌های مختلفی به عنوان نقاط واسطه وجود داشته باشند. در این حالت ارتباط مستقیمی بین فرستنده و گیرنده وجود ندارد

\*نویسنده مسئول: n83fatahi@yahoo.com

و این نوع ارتباط را، ارتباط چند مرحله‌ای (multi-hop teleportation) می‌نامند. در این روش حالت کوانتومی درهم‌تنیده از یک گره به گره مجاور منتقل می‌شود و این گره‌های میانی هرکدام اندازه‌گیری کوانتومی روی حالت درهم‌تنیده انجام می‌دهند و نتیجه را توسط بیت‌های کلاسیکی به گره بعدی منتقل می‌کنند. در نهایت گره مقصد با استفاده از نتایج اندازه‌گیری‌های انجام شده، حالت اولیه را بازیابی می‌کند.

اخیراً روش‌های مختلفی برای ارتباط چند مرحله‌ای پیشنهاد شده‌اند [۱۴-۱۲]. Wang و همکارانش روشی برای انتقال اطلاعات در شبکه چند مرحله‌ای با استفاده از تعویض درهم‌تنیدگی و اندازه‌گیری همزمان ارائه دادند [۱۵]. در مرجع [۱۶] نیز Shi و همکارانش روش انتقال چند مرحله‌ای در شبکه بدون سیم را با استفاده از حالت‌های ترکیبی Werner ارائه داده‌اند. انتقال چند مرحله‌ای با استفاده از حالت‌های GHZ توسط Xion و همکارانش در مرجع [۱۷] بیان شده است. همچنین انتقال حالت درهم‌تنیده ۴-کیوبیتی با استفاده از یک کانال کوانتومی ۸-کیوبیتی و انتقال حالت درهم‌تنیده ۵-کیوبیتی با استفاده از یک کانال کوانتومی ۷-کیوبیتی نیز توسط Choudhury بررسی شده است [۱۹-۱۸].

در این مقاله با الهام گرفتن از روش‌های مطرح شده در مقالات [۲۰-۲۱] طرح انتقال چند مرحله‌ای حالت N-کیوبیتی را با استفاده از ترکیب حالت GHZ و حالت EPR ارائه می‌دهیم و سپس بازده آن را نیز محاسبه می‌کنیم. برای این منظور ابتدا در بخش ۲ مقاله انتقال چند مرحله‌ای حالت تک‌کیوبیت را با استفاده از حالت GHZ-EPR بیان کرده سپس در بخش ۳ روش به کار گرفته شده را به حالت N-کیوبیت تعمیم می‌دهیم و در همین بخش حالت دوکیوبیتی را نیز به عنوان مثالی از حالت N-کیوبیت بررسی می‌کنیم. در بخش ۴ نیز نتیجه‌گیری ارائه شده است.

## انتقال چند مرحله‌ای حالت تک‌کیوبیتی

### انتقال یک مرحله‌ای حالت تک‌کیوبیت

با افزایش فاصله در انتقال کوانتومی، درستی درهم‌تنیدگی کوانتومی کاهش می‌یابد. بنابراین برای انتقال حالت‌های کوانتومی از مبدأ به مقصد از یک روش چند مرحله‌ای با بیش از یک حالت میانی استفاده می‌شود. ابتدا حالت یک مرحله و دو مرحله‌ای را بررسی نموده و سپس روش به کار رفته را به حالت چند مرحله‌ای تعمیم می‌دهیم.

فرض می‌کنیم که آلیس به عنوان فرستنده می‌خواهد حالت تک‌کیوبیتی زیر را برای باب به عنوان گیرنده ارسال کند:

$$|\varphi\rangle_{A_1} = a|0\rangle_{A_1} + b|1\rangle_{A_1}, \quad (1)$$

که در آن ضرایب  $a, b$  در شرط نرمالیزاسیون  $a^2 + b^2 = 1$  صدق می‌کنند. آلیس و باب ترکیب حالت GHZ و حالت EPR را به صورت زیر به عنوان کانال کوانتومی با هم به اشتراک می‌گذارند:

$$\begin{aligned} |\chi\rangle_{A_2, A_3, A_4, A_5, B_1} &= |GHZ\rangle_{A_2, A_3, A_4} \otimes |\Phi^+\rangle_{A_5, B_1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle)_{A_2, A_3, A_4} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)_{A_5, B_1} \\ &= \frac{1}{2} (|00000\rangle + |00011\rangle + |11100\rangle + |11111\rangle)_{A_2, A_3, A_4, A_5, B_1}, \end{aligned} \quad (2)$$

که ذرات  $A_2, A_3, A_4, A_5$  متعلق به آلیس و ذره  $B_1$  متعلق به باب می‌باشند. لازم به ذکر است که، انتخاب این حالت ترکیبی از بین حالت‌های GHZ و EPR به صورت دلخواه است. ترکیب حالت کوانتومی به اشتراک گذاشته شده بین آلیس و باب با حالت اولیه‌ای که آلیس می‌خواهد ارسال کند، به عنوان حالت کلی سیستم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$|\zeta\rangle = |\varphi\rangle_{A_1} \otimes |\chi\rangle_{A_2, A_3, A_4, A_5, B_1} = |\varphi\rangle_{A_1} \otimes |GHZ\rangle_{A_2, A_3, A_4} \otimes |\Phi^+\rangle_{A_5, B_1} \quad (3)$$

$$(a|0\rangle_{A_1} + b|1\rangle_{A_1}) \otimes \frac{1}{2}(|00000\rangle + |00011\rangle + |11100\rangle + |11111\rangle)_{A_2, A_3, A_4, A_5, B_1}$$

$$= \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} \otimes |\varphi_i\rangle_{B_1} = \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} \otimes (U_i |\varphi_0\rangle)_{B_1},$$

که در این رابطه داریم:

$$|\gamma_0\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} = \frac{1}{4}(|00000\rangle + |01110\rangle + |10001\rangle + |11111\rangle) \quad (4)$$

$$|\gamma_1\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} = \frac{1}{4}(|00000\rangle + |01110\rangle - |10001\rangle - |11111\rangle)$$

$$|\gamma_2\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} = \frac{1}{4}(|00001\rangle + |01111\rangle + |10000\rangle + |11110\rangle)$$

$$|\gamma_3\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} = \frac{1}{4}(|00001\rangle + |01111\rangle - |10000\rangle - |11110\rangle),$$

عملگرهای یونیتاری  $U_i$ ; ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) نیز بر حسب عملگرهای پائولی به صورت زیر می‌باشند:

$$U_0 = I, \quad U_1 = Z, \quad U_2 = X \text{ و } U_3 = iY$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

همچنین برای  $|\varphi_i\rangle_{B_1}$  داریم:

$$|\varphi_0\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle, \quad |\varphi_1\rangle = a|0\rangle - b|1\rangle$$

$$|\varphi_2\rangle = a|1\rangle + b|0\rangle, \quad |\varphi_3\rangle = a|1\rangle - b|0\rangle, \quad (6)$$

که  $\{|\varphi_0\rangle, \dots, |\varphi_3\rangle\}$  حالت‌های متعامد بهنجار می‌باشند. حال آلیس نتیجه اندازه‌گیری خود را در پایه‌های  $\{|\gamma_0\rangle, \dots, |\gamma_3\rangle\}$  از طریق ارسال دو بیت کلاسیکی به باب اعلام می‌کند. باب نیز با تأثیر عملگرهای یونیتاری  $U_i$ ، متناظر با نتیجه اندازه‌گیری آلیس، می‌تواند حالت مورد نظر را بازیابی کند. مثلاً اگر نتیجه اندازه‌گیری آلیس  $\{|\gamma_3\rangle\}$  باشد حالت در دست باب  $|\varphi_3\rangle = U_3|\varphi_0\rangle$  است و با استفاده از این حالت باب می‌تواند حالت اولیه را بازیابی کند.

## انتقال دو مرحله‌ای حالت تک کیوبیتی

در انتقال دو مرحله‌ای بین فرستنده و گیرنده یک گره واسطه قرار می‌گیرد، که این گره واسطه از طریق به اشتراک گذاشتن حالت‌های درهم‌تنیده با فرستنده و گیرنده در ارتباط است، اما خود فرستنده و گیرنده به صورت مستقیم با هم در ارتباط نیستند.

حال فرض کنید سیندی (Cindy) به عنوان گره واسطه بین آلیس و باب قرار دارد. آلیس می‌خواهد حالت تک کیوبیتی (۱) را از طریق سیندی برای باب ارسال کند. چون یک گره واسطه داریم بنابراین، دو حالت GHZ-EPR مطابق با رابطه (۲) بین آلیس و سیندی و همچنین بین سیندی و باب به اشتراک گذاشته می‌شوند و حالت کلی سیستم به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} |\zeta\rangle &= |\varphi\rangle_{A_1} \otimes |\chi\rangle_{A_2, A_3, A_4, A_5, C_1} \otimes |\chi\rangle_{C_2, C_3, C_4, C_5, B_1} = \\ &|\varphi\rangle_{A_1} \otimes |GHZ\rangle_{A_2, A_3, A_4} \otimes |\Phi^+\rangle_{A_5, C_1} \otimes |\chi\rangle_{C_2, C_3, C_4, C_5, B_1} \quad (7) \\ &= (a|0\rangle_{A_1} + b|1\rangle_{A_1}) \otimes \frac{1}{2} (|00000\rangle + |00011\rangle + |11100\rangle \\ &\quad + |11111\rangle)_{A_2, A_3, A_4, A_5, C_1} \otimes |\chi\rangle_{C_2, C_3, C_4, C_5, B_1} \\ &= \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} \otimes |\varphi_i\rangle_{C_1} \otimes |\chi\rangle_{C_2, C_3, C_4, C_5, B_1} \\ &= \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5} \otimes (U_i |\varphi_0\rangle)_{C_1} \otimes |\chi\rangle_{C_2, C_3, C_4, C_5, B_1}, \end{aligned}$$

که در این رابطه، چهار حالت ممکن مطابق با رابطه (۶) برای ذره  $C_1$  که در دست سیندی است، وجود دارند. پس چهار مسیر بین آلیس و باب برای ارسال حالت اولیه مورد نظر وجود دارد. فرض کنید ذره در دست سیندی  $|\varphi_i\rangle_{C_1}$  باشد که  $i$  یکی از اعداد  $\{0, 1, 2, 3\}$  است. حال فرض کنید نتیجه اندازه‌گیری آلیس  $|\gamma_k\rangle_{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5}$  باشد پس ذره در دست سیندی  $|\varphi_k\rangle_{C_1}$  خواهد شد و بنابراین می‌توان حالت به اشتراک گذاشته بین سیندی و باب را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} |\varphi_k\rangle_{C_1} \otimes |\chi\rangle_{C_2, C_3, C_4, C_5, B_1} &= |\varphi_k\rangle_{C_1} \otimes |GHZ\rangle_{C_2, C_3, C_4} \otimes |\Phi^+\rangle_{C_5, B_1} \quad (8) \\ &= |\varphi_k\rangle_{C_1} \otimes \frac{1}{2} (|00000\rangle + |00011\rangle + |11100\rangle + |11111\rangle)_{C_2, C_3, C_4, C_5, B_1} \\ &= \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5} \otimes |\varphi_i^k\rangle_{B_1} \\ &= \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5} \otimes (U_i |\varphi_0^k\rangle)_{B_1}. \end{aligned}$$

در این رابطه نیز تأثیر عملگر یونیتاری  $U_i$ ; ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) بر حالت  $|\varphi_0^k\rangle$  چهار حالت زیر را برای ذره در دست باب ایجاد می‌کند:

$$|\varphi_0^k\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle, \quad |\varphi_1^k\rangle = a|0\rangle - b|1\rangle \quad (9)$$

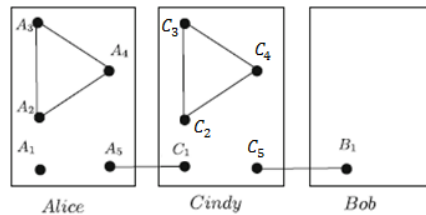
$$|\varphi_2^k\rangle = a|1\rangle + b|0\rangle, \quad |\varphi_3^k\rangle = a|1\rangle - b|0\rangle.$$

در این مرحله سیندی نتیجه اندازه‌گیری خودش را از طریق کانال کلاسیکی با ارسال دو بیت کلاسیکی، به باب اعلام می‌کند. باب این بار با اثر دادن دو عملگر یونیتاری بر روی حالتی که در دست دارد، می‌تواند حالت اولیه را که آلیس فرستاده است بازیابی کند. فرایند تأثیر دو مرحله‌ای عملگر یونیتاری توسط باب به صورت زیر است:

$$|\varphi\rangle_{A_1} \rightarrow |\varphi_{k_1}\rangle_{C_1} = U_{k_1}|\varphi_0\rangle_{A_1} \rightarrow |\varphi_{k_2}^{k_1}\rangle_{B_1} = U_{k_2}|\varphi_{k_1}\rangle_{C_1}, \quad (10)$$

$$|\varphi_0\rangle = U_{k_1}U_{k_2}|\varphi_{k_2}^{k_1}\rangle, \quad \{k_1, k_2 = 0, 1, 2, 3\},$$

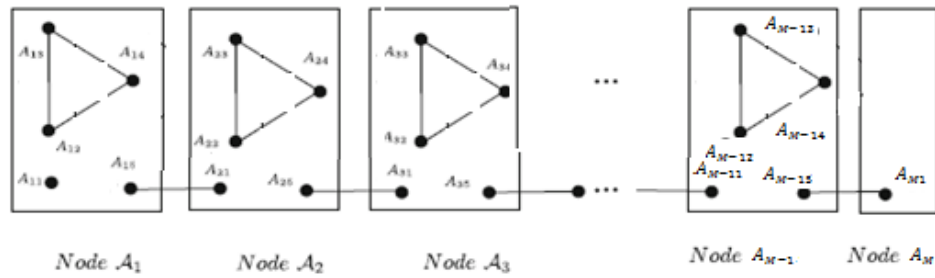
اندیس‌های  $k_1, k_2$  عملگرهای یونیتاری در رابطه بالا مربوط به نتیجه اندازه‌گیری اعلام شده توسط آلیس و سیندی در دو مرحله قبل هستند. مثلاً اگر نتیجه اندازه‌گیری آلیس که به سیندی اعلام می‌کند  $|\gamma_2\rangle$  باشد و نتیجه اندازه‌گیری سیندی که به باب اعلام می‌کند  $|\gamma_1\rangle$  باشد، باب باید عملگر  $U_2U_1$  را روی حالتی که در دست دارد اثر داده و حالت اولیه را بازیابی کند. شکل (۱) فرایند انتقال دو مرحله‌ای حالت تک کیوبیتی را نشان می‌دهد.



شکل ۱. انتقال دو مرحله‌ای حالت تک کیوبیتی

### انتقال چند مرحله‌ای حالت تک کیوبیتی

می‌توانیم روش انتقال دو مرحله‌ای که در قسمت قبل بیان شد را به انتقال بین  $M$  گره ( $M \geq 3$ ) تعمیم دهیم. آلیس به عنوان فرستنده و به عنوان گره مبدأ با نام  $A_1$  مشخص می‌شود و باب به عنوان گیرنده نهایی و به عنوان گره مقصد با نام  $A_M$  مشخص می‌شود. بین گره مبدأ و مقصد ( $M - 2$ ) گره واسطه وجود دارد و انتقال اطلاعات در  $(M - 1)$  مرحله بین مبدأ و مقصد صورت می‌گیرد. هر دو گره مجاور با به اشتراک گذاشتن یک حالت GHZ-EPR به عنوان کانال ارتباطی کوانتومی، با یکدیگر در ارتباط هستند. توزیع ذرات بین گره‌ها در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲. انتقال چند مرحله‌ای حالت تک کیوبیت

حالت تک کیوبیت  $|\varphi\rangle_{A_1}$  مطابق با رابطه (۱) توسط گره مبدأ می‌خواهد به گره مقصد ارسال شود و  $(M-1)$  حالت GHZ-EPR مانند رابطه (۲) بین  $M$  گره به اشتراک گذاشته می‌شوند. بنابراین حالت کلی سیستم به صورت زیر خواهد شد:

$$|\varphi\rangle_{A_1} \otimes |\chi\rangle^{(M-1)} = \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_{11}A_{12}A_{13}A_{14}A_{15}} \otimes |\varphi_i\rangle_{A_{21}} \otimes |\chi\rangle^{(M-2)} = \quad (11)$$

$$\sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_{11}A_{12}A_{13}A_{14}A_{15}} \otimes U_i^{A_2} |\varphi_0\rangle_{A_{21}} \otimes |\chi\rangle^{(M-2)},$$

که در این رابطه  $\{U_i^{A_2}\}_{i=0}^3$  همان عملگرهای یونیتاری معرفی شده در قسمت قبل هستند و اندیس  $A_2$  نشان می‌دهد که این عملگر توسط گره  $A_2$  ایجاد می‌شود. حال فرض کنید نتیجه اندازه‌گیری گره  $A_1$  برابر  $|\gamma_{k_1}\rangle$  باشد، پس  $|\varphi_{k_1}\rangle$  به عنوان کیوبیت ورودی به گره بعدی وارد می‌شود. گره بعدی نیز مانند مرحله قبل با اثر دادن عملگر یونیتاری مخصوص خودش یعنی  $U_i^{A_3}$ ، حالت را بازیابی می‌کند و سپس نتیجه را برای گره مجاور ارسال می‌کند. بنابراین حالت سیستم به صورت زیر خواهد شد:

$$|\varphi_{k_1}\rangle \otimes |\chi\rangle^{(M-2)} = \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_{21}A_{22}A_{23}A_{24}A_{25}} \otimes |\varphi_i^{k_1}\rangle_{A_{31}} \otimes |\chi\rangle^{(M-3)} = \quad (12)$$

$$\sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_{21}A_{22}A_{23}A_{24}A_{25}} \otimes U_i^{A_3} |\varphi_0\rangle_{A_{31}} \otimes |\chi\rangle^{(M-3)}.$$

این روش را به همین ترتیب تا مرحله آخر می‌توان انجام داد. در هر مرحله هر گره از عملگر یونیتاری مخصوص خودش استفاده می‌کند و حالت اندازه‌گیری شده را به گره بعد ارسال می‌کند. بنابراین با مقایسه روابط می‌توان گفت که حالت  $|\varphi_{k_{M-2}}^{k_{M-3}}\rangle_{A_{(M-1)1}}$  در حالت ورودی به گره  $(M-1)$ -ام است. بنابراین حالت سیستم بین دو گره آخر یعنی گره‌های  $A_{M-1}$  و  $A_M$  به صورت زیر خواهد شد:

$$\left| \varphi_{k_{M-2}}^{k_{M-3}} \right\rangle_{A_{(M-1)1}} \otimes |\chi\rangle = \sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_{(M-1)1}A_{(M-1)2}A_{(M-1)3}A_{(M-1)4}A_{(M-1)5}} \left| \varphi_i^{k_{M-2}} \right\rangle_{A_{M1}} = \quad (13)$$

$$\sum_{i=0}^3 |\gamma_i\rangle_{A_{(M-1)1}A_{(M-1)2}A_{(M-1)3}A_{(M-1)4}A_{(M-1)5}} \otimes U_i^{A_M} \left| \varphi_0^{k_{M-2}} \right\rangle_{A_{M1}}.$$

حال گره مقصد یعنی  $\mathcal{A}_M$  با استفاده از عملگر بازیابی به صورت  $U_{k_1}^{\mathcal{A}_2} U_{k_2}^{\mathcal{A}_3} \dots U_{k_{M-1}}^{\mathcal{A}_M}$  می‌تواند حالت اولیه  $|\varphi\rangle_{A_1}$  را به صورت زیر بازیابی کند:

$$|\varphi\rangle = U_{k_1}^{\mathcal{A}_2} U_{k_2}^{\mathcal{A}_3} U_{k_3}^{\mathcal{A}_4} \dots U_{k_{M-1}}^{\mathcal{A}_M} |\varphi_{k_{M-1}}^{k_{M-2}}\rangle. \quad (14)$$

## انتقال چند مرحله‌ای حالت $N$ -کیوبیتی

### انتقال یک مرحله‌ای حالت $N$ -کیوبیت

در این قسمت می‌خواهیم روش به کار رفته شده برای انتقال تک کیوبیت را برای انتقال حالت  $N$ -کیوبیت تعمیم دهیم. ابتدا انتقال حالت  $N$ -کیوبیت را در یک مرحله که شامل دو گره مبدأ و مقصد است، بیان می‌کنیم. حالت  $N$ -کیوبیتی که گره مبدأ یعنی آلیس می‌خواهد برای باب ارسال کند، به صورت زیر است:

$$|\Psi_0\rangle_{A_1 A_2 \dots A_N} = \sum_{i=0}^{2^N-1} a_i |b_N^i b_{N-1}^i \dots b_2^i b_1^i\rangle, \quad (15)$$

که در این رابطه داریم:

$$\sum_{i=0}^{2^N-1} |a_i|^2 = 1, \quad b_j^i = 0 \text{ یا } b_j^i = 1 \quad 1 \leq j \leq N.$$

برای انتقال  $N$ -کیوبیت در یک مرحله حالتی که بین آلیس و باب به اشتراک گذاشته می‌شود، به صورت ترکیب حالت GHZ و  $(N-1)$  EPR به صورت زیر است:

$$|X\rangle_{A_{N+1} A_{N+2} B_1 A_{N+3} B_2 \dots A_{2N+1} B_N} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle)_{A_{N+1} A_{N+2} B_1} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)_{A_{N+3} B_2} \otimes \dots \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)_{A_{2N+1} B_N}, \quad (16)$$

در این رابطه اندیس‌های  $A$  و  $B$  ذرات متعلق به آلیس و باب را نشان می‌دهند. بنابراین حالت کلی سیستم  $N$ -کیوبیتی برابر است با:

$$|\Psi_0\rangle_{A_1 A_2 \dots A_N} \otimes |X\rangle_{A_{N+1} A_{N+2} B_1 \dots A_{2N+1} B_N} = \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\Upsilon_j\rangle_A \otimes U_j |\Psi_0\rangle_B, \quad (17)$$

که  $0 \leq j \leq 2^{2N} - 1$  حالت‌های متعامد و نرمال هستند و هر کدام از آنها از  $2N+1$  ذره تشکیل شده است. همچنین  $|\Psi_j\rangle_B = U_j |\Psi_0\rangle_B$  نیز به صورت برهم‌نهی  $2^N$  جمله از حالت‌های پایه نوشته می‌شود. حال آلیس نتیجه اندازه‌گیری خودش مثلاً  $|\Upsilon_k\rangle_A$  را با ارسال  $2N$  بیت کلاسیکی به صورت  $C_1 \dots C_{2N}$  از طریق کانال کلاسیکی، به باب اعلام می‌کند. سپس باب مانند آن‌چه قبلاً گفته شد با تأثیر دادن عملگر یونیتاری متناظر  $U_k$  به صورت

$$U_k = \bigotimes_{l=1}^N Z_l^{c_l} X_l^{c_{2N+1-l}}, \quad (18)$$

می‌تواند حالت اولیه را بازیابی کند. اندیس  $l$  در رابطه بالا متناظر با کیوبیت‌های باب است.

به عنوان مثال در انتقال یک مرحله‌ای حالت دو کیوبیتی روابط (۱۵)، (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$|\Psi_0\rangle_{A_1 A_2} = (a_0|00\rangle + a_1|01\rangle + a_2|10\rangle + a_3|11\rangle)_{A_1 A_2}, \quad (19)$$

که برای آن  $|a_0|^2 + |a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 = 1$  است. پس داریم:

$$|X\rangle_{A_3 A_4 B_1 A_5 B_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)_{A_3 A_4 B_1} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)_{A_5 B_2}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} |\Psi_0\rangle_{A_1 A_2} \otimes |X\rangle_{A_3 A_4 B_1 A_5 B_2} \\ = (a_0|00\rangle + a_1|01\rangle + a_2|10\rangle + a_3|11\rangle)_{A_1 A_2} \otimes \frac{1}{2} (|00000\rangle \\ + |00011\rangle + |11100\rangle + |11111\rangle)_{A_3 A_4 B_1 A_5 B_2}, \end{aligned}$$

که می‌توان رابطه را به صورت زیر نوشت:

$$|\Psi_0\rangle_{A_1 A_2} \otimes |X\rangle_{A_3 A_4 B_1 A_5 B_2} = \sum_{j=0}^{15} |\Upsilon_j\rangle_{A_1 A_2 A_3 A_4 A_5} \otimes U_j |\Psi_0\rangle_{B_1 B_2}, \quad (21)$$

که در آن  $i = 0, 1, 2, \dots, 15$ ، حالت‌های متعامد نرمال هستند و  $|\Upsilon_j\rangle_{A_1 A_2 A_3 A_4 A_5} = U_j |\Psi_0\rangle_{B_1 B_2}$  ها

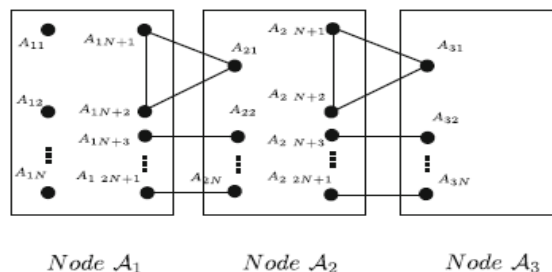
نیز با توجه به رابطه (۱۹) و عملگر یونیتاری  $U_k = \bigotimes_{l=1}^2 Z_l^{c_l} X_l^{c_{5-l}}$  به دست می‌آیند. مثلاً اگر نتیجه اندازه‌گیری آلیس

$|\Upsilon_3\rangle_{A_1 A_2 A_3 A_4 A_5}$  باشد، آن‌گاه  $U_3 = Z \otimes Z$  است و به طور مشابه  $U_2 = I \otimes Z$ ،  $U_1 = Z \otimes I$ ،  $U_0 = I \otimes I$  هستند.

### انتقال دو مرحله‌ای حالت N-کیوبیت

در این قسمت انتقال حالت N-کیوبیتی را در دو مرحله بین سه گره بررسی می‌کنیم. گره مبدأ، گره واسطه و گره مقصد به

ترتیب با اندیس‌های  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  مشخص می‌شوند. توزیع ذرات بین گره‌ها در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳. انتقال دو مرحله‌ای حالت N-کیوبیت



حالت کلی سیستم از ترکیب دو حالت GHZ-EPR مطابق با رابطه (۱۶) و حالت اولیه سیستم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$|\Psi_0\rangle \otimes |X\rangle^{\otimes 2} = \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\Upsilon_j\rangle_{A_{11}A_{12}\dots A_{1(2N+1)}} \otimes |\Psi_j\rangle_{A_{21}\dots A_{2N}} \otimes |X\rangle_{A_{2(N+1)}A_{2(N+2)}A_{31}A_{2(N+3)}A_{32}\dots A_{2(2N+1)}A_{3N}} \quad (22)$$

اگر نتیجه اندازه‌گیری  $\mathcal{A}_1$  برابر  $|\Upsilon_{k_1}\rangle$  باشد، حالتی که وارد گره دوم و سوم می‌شود به صورت زیر خواهد شد:

$$|\Psi_{k_1}\rangle \otimes |X\rangle = \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\Upsilon_j\rangle_{A_{21}A_{22}\dots A_{2(2N+1)}} \otimes |\Psi_j^{k_1}\rangle_{A_{31}\dots A_{3N}} \quad (23)$$

حال اگر حالتی که  $\mathcal{A}_2$  اندازه‌گیری می‌کند نیز برابر  $|\Upsilon_{k_2}\rangle$  باشد، آن‌گاه گره مقصد  $\mathcal{A}_3$  با اعمال دو عملگر یونیتاری  $U_{k_1}U_{k_2}$  می‌تواند حالت اولیه را به صورت زیر بازیابی کند:

$$|\Psi_0\rangle = U_{k_1}U_{k_2} |\Psi_{k_2}^{k_1}\rangle, \quad (24)$$

که اندیس‌های  $k_1, k_2$  مربوط به حالت‌هایی است که  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$  اندازه‌گیری کرده‌اند.

به عنوان مثال با استفاده از روابط این قسمت، برای انتقال حالت دو کیوبیتی در دو مرحله بین آلیس و سیندی و باب داریم:

$$\begin{aligned} & |\Psi_0\rangle_{A_1A_2} \otimes |X\rangle_{A_3A_4C_1A_5C_2} \otimes |X\rangle_{C_3C_4B_1C_5B_2} \\ &= (a_0|00\rangle + a_1|01\rangle + a_2|10\rangle + a_3|11\rangle)_{A_1A_2} \otimes \frac{1}{2} (|00000\rangle + |00011\rangle + |11100\rangle + \\ & |11111\rangle)_{A_3A_4C_1A_5C_2} \otimes |X\rangle_{C_3C_4B_1C_5B_2} \quad (25) \\ &= \sum_{j=0}^{15} |\Upsilon_j\rangle_{A_1A_2A_3A_4A_5} \otimes U_j |\Psi_0\rangle_{C_1C_2} \otimes |X\rangle_{C_3C_4B_1C_5B_2}, \end{aligned}$$

مانند آن‌چه در قسمت قبل بیان شد، امکان انتخاب ۱۶ حالت برای ذرات در دست سیندی به صورت

$$|\Psi_j\rangle_{C_1C_2} = U_j |\Psi_0\rangle_{C_1C_2}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, 16,$$

وجود دارد که اگر نتیجه اندازه‌گیری آلیس  $|\Upsilon_{k_1}\rangle$  باشد، حالتی که به دست سیندی و باب می‌رسد به صورت زیر خواهد شد:

$$|\Psi_k\rangle_{C_1C_2} \otimes |X\rangle_{C_3C_4B_1C_5B_2} = \sum_{j=0}^{15} |\Upsilon_j\rangle_{C_1C_2C_3C_4C_5} \otimes |\Psi_j^{k_1}\rangle_{B_1B_2} = \sum_{j=0}^{15} |\Upsilon_j\rangle_{C_1C_2C_3C_4C_5} \otimes U_j |\Psi_0^{k_1}\rangle_{B_1B_2}, \quad (26)$$

اگر نتیجه اندازه‌گیری سیندی  $|\gamma_{k_2}\rangle$  باشد، آن‌گاه باب حالت اولیه را به صورت زیر بازیابی می‌کند:

$$|\Psi_0\rangle_{A_1A_2} \rightarrow |\Psi_{k_1}\rangle_{C_1C_2} = U_{k_1}|\Psi_0\rangle_{A_1A_2} \rightarrow |\Psi_{k_2}^{k_1}\rangle_{B_1B_2} = U_{k_2}|\Psi_{k_1}\rangle_{C_1C_2}.$$

مثلاً اگر آلیس و سیندی هر کدام به ترتیب حالت‌های  $|\gamma_9\rangle, |\gamma_5\rangle$  را اندازه گرفته باشند، پس باب حالت اولیه را به صورت زیر بازیابی می‌کند:

$$|\Psi_0\rangle = U_5U_9|\Psi_9^5\rangle_{B_1B_2}.$$

### انتقال چند مرحله‌ای حالت N-کیوبیت

در این قسمت انتقال یک حالت N-کیوبیتی را بین M گره ( $M \geq 3$ ) در (M-1) مرحله بررسی می‌کنیم. این گره‌ها با اندیس‌های  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_M$  مشخص می‌شوند. گره مبدأ  $\mathcal{A}_1$  می‌خواهد اطلاعات را با حالت N-کیوبیتی  $|\Psi_0\rangle$  به گره مقصد  $\mathcal{A}_M$  که در فاصله دور از آن قرار دارد، منتقل کند. لازم به ذکر است که هیچ ارتباط مستقیمی بین گره مبدأ و مقصد وجود ندارد. گره‌های مجاور با به اشتراک گذاشتن (M-1) حالت GHZ-EPR.  $|X\rangle^{\otimes(M-1)}$  به عنوان کانال کوانتومی با یکدیگر در ارتباط هستند. بنابراین حالت کلی سیستم عبارت است از:

$$\begin{aligned} |\Psi_0\rangle \otimes |X\rangle^{\otimes(M-1)} &= \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\gamma_j\rangle_{A_{11}A_{12}\dots A_{1(2N+1)}} \otimes |\Psi_j\rangle_{A_{21}\dots A_{2N}} \otimes |X\rangle^{\otimes(M-2)} \\ &= \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\gamma_j\rangle_{A_{11}A_{12}\dots A_{1(2N+1)}} \otimes U_j^{\mathcal{A}_2} |\Psi_0\rangle_{A_{21}\dots A_{2N}} \otimes |X\rangle^{\otimes(M-2)}. \end{aligned} \quad (27)$$

اگر نتیجه اندازه‌گیری گره  $\mathcal{A}_1$ ، برابر با  $|\gamma_{k_1}\rangle$  باشد، پس حالت ورودی برای (M-1) گره باقی مانده، عبارت  $|\Psi_{k_1}\rangle$  است از:

$$\begin{aligned} |\Psi_{k_1}\rangle \otimes |X\rangle^{\otimes(M-2)} &= \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\gamma_j\rangle_{A_{21}A_{22}\dots A_{2(2N+1)}} \otimes |\Psi_j^{k_1}\rangle_{A_{31}\dots A_{3N}} \otimes |X\rangle^{\otimes(M-3)} \\ &= \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\gamma_j\rangle_{A_{21}A_{22}\dots A_{2(2N+1)}} \otimes U_j^{\mathcal{A}_3} |\Psi_0^{k_1}\rangle_{A_{31}\dots A_{3N}} \otimes |X\rangle^{\otimes(M-3)}. \end{aligned} \quad (28)$$

پس از آن در مرحله بعد، اگر نتیجه اندازه‌گیری گره  $\mathcal{A}_2$ ،  $|\gamma_{k_2}\rangle$  باشد، پس حالت سیستم که وارد گره بعدی می‌شود، عبارت است از:

$$\begin{aligned} |\Psi_{k_2}^{k_1}\rangle \otimes |X\rangle^{\otimes(M-3)} &= \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\gamma_j\rangle_{A_{31}A_{32}\dots A_{3(2N+1)}} \otimes |\Psi_j^{k_2}\rangle_{A_{41}\dots A_{4N}} \otimes |X\rangle^{\otimes(M-4)} \\ &= \sum_{j=0}^{2^{2N}-1} |\gamma_j\rangle_{A_{31}A_{32}\dots A_{3(2N+1)}} \otimes U_j^{\mathcal{A}_4} |\Psi_0^{k_2}\rangle_{A_{41}\dots A_{4N}} \otimes |X\rangle^{\otimes(M-4)}. \end{aligned} \quad (29)$$

این فرایند  $(M - 1)$  مرتبه، در هر مرحله تکرار می‌شود و سپس در آخرین مرحله برای دو گره پایانی  $\mathcal{A}_{M-1}$  و  $\mathcal{A}_M$  حالت سیستم را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} |\Psi_{k_{M-2}}^{k_{M-3}}\rangle \otimes |X\rangle &= \sum_{j=0}^{2^{2N-1}} |\Upsilon_j\rangle_{A_{(M-1)1}A_{(M-1)2}\dots A_{(M-1)(2M+1)}} \otimes |\Psi_j^{k_{M-2}}\rangle_{A_{M1}\dots A_{MN}} \\ &= \sum_{j=0}^{2^{2N-1}} |\Upsilon_j\rangle_{A_{(M-1)1}A_{(M-1)2}\dots A_{(M-1)(2M+1)}} \otimes U_j^{\mathcal{A}_{M-1}} |\Psi_0^{k_{M-2}}\rangle_{A_{M1}\dots A_{MN}}, \end{aligned} \quad (30)$$

که نتیجه اندازه‌گیری در گره  $\mathcal{A}_{M-1}$  برابر با  $|\Upsilon_{k_{M-1}}\rangle$  است. بنابراین در گره مقصد  $\mathcal{A}_M$  می‌توان حالت  $|\Psi_0\rangle$  را با اعمال عملگرهای یکانی به صورت زیر بازیابی کرد:

$$|\Psi_0\rangle = U_{k_1}^{\mathcal{A}_2} U_{k_2}^{\mathcal{A}_3} \dots U_{k_{M-2}}^{\mathcal{A}_{M-1}} U_{k_{M-1}}^{\mathcal{A}_M} |\Psi_{k_{M-1}}^{k_{M-2}}\rangle, \quad (31)$$

در این رابطه  $\{U_j^{\mathcal{A}_i}\}_{j=0}^{2^N-1}$  شبیه به  $\{U_j\}_{j=0}^{2^N-1}$  در انتقال یک مرحله‌ای است که با رابطه (۱۸) مشخص می‌شود. به عنوان مثال برای انتقال حالت دو کیوبیتی در چند مرحله بین  $M$ -گره داریم:

$$\begin{aligned} |\Psi_0\rangle \otimes |X\rangle^{\otimes (M-1)} &= \sum_{i=0}^{15} |\Upsilon_i\rangle_{A_{11}A_{12}A_{13}A_{14}A_{15}} \otimes |\Psi_i\rangle_{A_{21}A_{22}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-2)} \\ &= \sum_{i=0}^{15} |\Upsilon_i\rangle_{A_{11}A_{12}A_{13}A_{14}A_{15}} \otimes U_i^{\mathcal{A}_2} |\Psi_0\rangle_{A_{21}A_{22}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-2)}, \end{aligned} \quad (32)$$

که در این رابطه اندیس‌های  $A_{1i}$  و  $A_{2i}$  مربوط به ذراتی هستند که به ترتیب به گره  $\mathcal{A}_1$  و  $\mathcal{A}_2$  تعلق دارند. اگر نتیجه اندازه‌گیری گره  $\mathcal{A}_1$  برابر با  $|\Upsilon_{k_1}\rangle$  باشد، حالتی که به گره‌های  $\mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_M$  وارد می‌شود عبارت است از:

$$\begin{aligned} |\Psi_{k_1}\rangle_{A_{21}A_{22}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-2)} &= \sum_{i=0}^{15} |\Upsilon_i\rangle_{A_{21}A_{22}A_{23}A_{24}A_{25}} \otimes |\Psi_i^{k_1}\rangle_{A_{31}A_{32}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-3)} \\ &= \sum_{i=0}^{15} |\Upsilon_i\rangle_{A_{21}A_{22}A_{23}A_{24}A_{25}} \otimes U_i^{\mathcal{A}_3} |\Psi_0^{k_1}\rangle_{A_{31}A_{32}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-3)}. \end{aligned} \quad (33)$$

به طور مشابه، اگر نتیجه اندازه‌گیری گره  $\mathcal{A}_2$  برابر با  $|\Upsilon_{k_2}\rangle$  باشد، حالت سیستم برای گره‌های  $\mathcal{A}_3, \dots, \mathcal{A}_N$  برابر است با:

$$\begin{aligned} |\Psi_{k_2}^{k_1}\rangle_{A_{31}A_{32}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-3)} &= \sum_{i=0}^{15} |\Upsilon_i\rangle_{A_{31}A_{32}A_{33}A_{34}A_{35}} \otimes |\Psi_i^{k_2}\rangle_{A_{41}A_{42}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-4)} \\ &= \sum_{i=0}^{15} |\Upsilon_i\rangle_{A_{31}A_{32}A_{33}A_{34}A_{35}} \otimes U_i^{\mathcal{A}_4} |\Psi_0^{k_2}\rangle_{A_{41}A_{42}} \otimes |X\rangle^{\otimes (M-4)}. \end{aligned} \quad (34)$$

فرآیند مشابه را برای  $(M-2)$  بار تکرار کنید حالت باقی مانده برای گره  $\mathcal{A}_{N-1}$  و  $\mathcal{A}_N$  برابر است با:

$$\begin{aligned}
 & \left| \Psi_{k_{M-2}}^{k_{M-1}} \right\rangle_{A_{(M-1)1} A_{(M-1)2}} \otimes |X\rangle_{A_{(M-1)3} A_{(M-1)4} A_{M1} A_{(M-1)5} A_{M2}} \\
 &= \sum_{i=0}^{15} |Y_i\rangle_{A_{(M-1)1} A_{(M-1)2} A_{(M-1)3} A_{(M-1)4} A_{(M-1)5}} \otimes \left| \Psi_i^{k_{M-2}} \right\rangle_{A_{M1} A_{M2}} \\
 &= \sum_{i=0}^{15} |Y_i\rangle_{A_{(M-1)1} A_{(M-1)2} A_{(M-1)3} A_{(M-1)4} A_{(M-1)5}} \otimes U_i^{A_M} \left| \Psi_0^{k_{M-2}} \right\rangle_{A_{M1} A_{M2}}.
 \end{aligned} \tag{۳۵}$$

اگر نتیجه اندازه‌گیری گره  $A_{M-1}$  برابر  $|\Psi_{k_{M-1}}\rangle$  باشد، پس گره  $A_M$  می‌تواند حالت اولیه را به صورت زیر بازیابی کند:

$$\left| \Psi_0 \right\rangle = U_{k_1}^{A_2} U_{k_2}^{A_3} \dots U_{k_{M-2}}^{A_{M-1}} U_{k_{M-1}}^{A_M} \left| \Psi_{k_{M-1}}^{k_{M-2}} \right\rangle_{A_{M1} A_{M2}}.$$

حال می‌توانیم بازده پروتکل انتقال چند مرحله‌ای حالت N-کیوبیتی را به دست آوریم. همان‌طور که می‌دانیم فرمول کلی بازده به صورت زیر است:

$$\eta = \frac{q_S}{q_u + b_t},$$

که در این رابطه  $q_S$  تعداد کیوبیت‌های حالتی است که حاوی اطلاعات کوانتومی است و می‌خواهد به گره مقصد منتقل شود،  $q_u$  تعداد کیوبیت‌های حالتی است که به عنوان کانال کوانتومی بین گره‌های مجاور به اشتراک گذاشته می‌شود و  $b_t$  تعداد بیت‌های کلاسیکی است که نتیجه اندازه‌گیری هر گره توسط این بیت‌های کلاسیکی در کانال کلاسیکی به گره بعدی اعلام می‌شود. بنابراین در انتقال N-کیوبیت بین M گره، طبق رابطه (۱۵)،  $q_S = N$  است. طبق رابطه (۱۶) هر حالت GHZ\_EPR برای حالت N-کیوبیتی شامل  $(3 + 2(N - 1))$  کیوبیت است و برای انتقال بین M-1 مرحله به M-1 حالت GHZ-EPR نیاز است، بنابراین  $q_u = (3 + 2(N - 1))(M - 1)$  می‌باشد. همچنین طبق رابطه (۲۷) تعداد حالت‌های کوانتومی در هر مرحله  $2^{2N}$  است که تعداد بیت‌های کلاسیکی متناظر با آن  $2N$  است، پس برای M-1 مرحله  $b_t = 2N(M - 1)$  است. بنابراین بازده برابر است با:

$$\eta = \frac{N}{(3+2(N-1)(M-1))+2N(M-1)} = \frac{N}{(4N+1)(M-1)}. \tag{۳۶}$$

مثلاً بازده انتقال حالت دو کیوبیتی در دو مرحله ( $N = 2, M = 3$ ) برابر است با  $\eta = \frac{2}{18}$ . بازده این پروتکل نسبت به پروتکل‌های مشابه قبلی بیشتر است، زیرا تعداد کیوبیت‌هایی که به عنوان کانال کوانتومی استفاده می‌شوند نسبت به پروتکل‌های قبل کمتر شده است.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله با الهام گرفتن از طرح انتقال کوانتومی در چند مرحله که در مرجع [۲۱] آمده است، انتقال اطلاعات کوانتومی را در چند مرحله با استفاده از حالت GHZ-EPR بیان کردیم. در این روش از ترکیب حالت GHZ و حالت EPR به عنوان کانال کوانتومی که بین گره‌ها به اشتراک گذاشته می‌شوند، استفاده شد. ابتدا حالت انتقال تک کیوبیتی را در یک مرحله، دو مرحله و سپس چند مرحله بیان کردیم و سپس روش به کار رفته شده را به انتقال حالت  $N$ -کیوبیت در یک مرحله، دو مرحله و سپس چند مرحله تعمیم دادیم و به عنوان مثالی از حالت چند کیوبیتی، حالت دو کیوبیتی را نیز بررسی نمودیم. در هر مرحله، هر گره نتیجه اندازه‌گیری خودش را از طریق کانال کلاسیکی به گره مجاور اعلام می‌کند و سپس در نهایت گره مقصد با استفاده از عملگرهای یونیتاری متناظر با نتایج اندازه‌گیری گره‌های قبلی، حالت اولیه را بازیابی می‌کند. چون گره‌ها می‌توانند همزمان اندازه‌گیری انجام دهند، بنابراین تأخیر زمانی در مقایسه با روش‌های اندازه‌گیری مرحله به مرحله قبلی [۱۴]، وجود ندارد. در این روش ارتباط مستقیمی بین فرستنده و گیرنده وجود ندارد، اما انتقال اطلاعات به صورت کاملاً ایمن از طریق گره‌های مجاور به گره مقصد صورت می‌گیرد. همچنین بازده روش به کار گرفته شده با استفاده از حالت‌های GHZ-EPR به عنوان کانال کوانتومی، را محاسبه کردیم. مشاهده شد که بازده به تعداد گره‌ها یعنی  $M$  و تعداد کیوبیت‌هایی که منتقل می‌شوند یعنی  $N$ ، بستگی دارد و بازده این روش نسبت به روش‌های قبلی بیشتر است. از این روش برای ارسال اطلاعات کوانتومی در شبکه‌های ارتباطی مختلف می‌توان استفاده کرد.

## منابع

1. Bennet C.H., Brassard G., Crepeau C., Jozsa R., Peres A., Wootters W.K., Teleporting an Unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channel, Phys. Rev. Lett, vol. 70 (1895).
2. Bouwmeester D., Pan j.w., Mattle k., Eibl m., Weinfurter H., Zeilinger A., Experimental quantum teleportation , Nature 390 (1997).
3. Ikram M., Zhu S.Y., Zubairy M., Quantum teleportation of an entangled state, Phys. Rev. A 62 (2000).
4. Nielsen M.A., Chuang I.L., Quantum Computing and Quantum Information, 10th Anniversary edn. (New York: Cambridge University Press) (2000).
5. Lu H., Guo G.C., Teleportation of a two-particle entangled state via entanglement swapping, Phys.Lett. A, vol. 276 (2012).
6. Deng F.G., Li C.Y., Li Y.S., Zhou H.Y., Wang Y., Symmetric multiparty-controlled teleportation of an arbitrary two-particle entanglement, Phys. Rev. A, vol. 72 (2005).
7. Meter R.V., Ladd T.D., Munro W.J., Nemoto K., IEEEACM Transactions on Networking 17 (2009) 1.

8. Marinatto L., Weber T., Which kind of two-particle states can be teleported through a three-particle quantum channel?, *Phys. Lett.* 13 (2000).
9. Cao M., Zhu S.Q., Probabilistic teleportation of n-particle state via n pairs of entangled particles, *Commun. Theor. Phys.* 43 (2005).
10. Gao T., Quantum logic networks for probabilistic and controlled teleportation of unknown quantum states, *Commun. Theor. Phys.* 42 (2004).
11. Kimble H.J., The quantum internet, *Nature* 453, 7198 (2008).
12. Olmschenk S., Matsukevich D.N., Maunz P., Hayes D., Duan L-M., Monroe C., Quantum teleportation between distant matter qubits, *Science* 323 (2009).
13. Cai X.F., Yu X.T., Shi L.H., et al, Partially entangled states bridge in quantum teleportation, *Front. Phys.* 9(5) (2014).
14. Zhan H.T., Yu X.T., Xiong P.Y, Zhang Z.Ch., Multi-hop teleportation based on W state and EPR pairs, *Chin. Phys. B.* 25, 5 (2016).
15. Wang K., Yu X.T., Lu S.L., et al, Quantum wireless multihop communication based on arbitrary Bell pairs and teleportation, *Phys. Rev. A* 89(2) (2014).
16. Shi L.H., Yu X.T., Cai X.F., Gong X.Y, Zhang Z.C., Quantum information transmission in the quantum wireless multihop network based on Werner state, *Chin. Phys. B* 24(5) (2015).
17. Xiong P.Y, Yu X.T., Zhan H.T., et al, Multiple teleportation via partially entangled GHZ state, *Front. Phys.* 11(4) (2016).
18. Choudhury B. S., Samanta S., A perfect multi-hop teleportation scheme for transfer of five-qubit entangled states using intermediate nodes, *Journal of Modern Optics*, 65:12 (2018).
19. Choudhury B. S., Samanta S., A multi-hop teleportation protocol of arbitrary four-qubit states through intermediate nodes, *International Journal of Quantum Information* Vol. 16, No. 3 (2018).
20. Zou Z.Z., Yu X.T, Gong Y.X., Zhang Z.C., Multihop teleportation of two-qubit state via the composite GHZ-Bell channel, *Phys. Lett. A* 381 (2017).
21. Zhang Zh., Wang J., Sun M., Multihop Teleportation via the Composite of Asymmetric WState and Bell State, *International Journal of Theoretical Physics*, 57 (12) (2018).