تأثیر نوفهٔ توانی بر مدل‌های رشد انباشت تصادفی و انباشت تصادفی با واهلش سطحی

سکینه حسین آبادی[۱*]، زینب کریمی افوسی[۲]، فاطمه توکلی[۲]، نسترن مهاجری[۲]، امیر علی مسعودی[۲]؛
[۱]دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق، دانشکدهٔ علوم پایه، گروه فیزیک
[۲]دانشگاه الزهراء، دانشکدهٔ فیزیک و شیمی، گروه فیزیک

دریافت: ۹۸/۴/۹ پذیرش: ۱۴۰۰/۴/۲

چکیده

در این پژوهش به بررسی تأثیر نوفهٔ توانی به دو صورت همبسته و غیرهمبسته بر روی دو مدل رشد انباشت تصادفی و انباشت تصادفی با واهلش سطحی پرداخته شده است. در حالت های ساده این مدل ها با نوفه سفید، ذرات به طور تصادفی مکانی را برای انباشت انتخاب می‌کنند؛ ولی در این پژوهش، این مدل‌ها در حالت همبستهٔ توانی که فاصلهٔ میان مکان‌های قابل انباشت از رابطهٔ توانی $\delta x = int\left[r^{-\frac{1}{2\rho}}\right]$ تبعیت می‌کند و حالت غیرهمبستهٔ توانی که اندازهٔ ذرات از توزیع $P(l)\sim l^{-(\mu+1)}$ تعیین می‌شوند، شبیه‌سازی می‌شوند. در روابط فوق r یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازهٔ (۰،۱)، ρ شدت همبستگی و μ نمای نوفه نامیده می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که مقیاس‌بندی مدل‌های مذکور کاملاً تغییر کرده و خواص چند فراکتالی در نوفه‌های توانی مشاهده می‌شود. نمای رشد سطح، برای مدل انباشت تصادفی همبسته به ازای مقادیر مختلف شدت همبستگی ρ مقداری ثابت و برابر با $\beta = 0/5 \pm 0/02$ بوده، در حالی‌که مقدار این نما برای مدل رشد انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفهٔ همبسته، از $\beta = 0/25 \pm 0/02$ برای $\rho = 0$ (معادل با انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفهٔ سفید) به مقدار $\beta = 0/5 \pm 0/02$ به ازای $\rho = 1$ افزایش یافته و ثابت می‌ماند. طبق بررسی‌های صورت گرفته، نوفهٔ غیرهمبسته توانی منجر به افزایش پله‌ای زبری در زمان‌های مختلف رشد می‌شود. تحلیل فراکتالی صورت گرفته توسط روش تحلیل نوسانات روندزدایی شده چند فراکتالی (MFDFA) بیانگر رفتار چند فراکتالی سطوح زبر شبیه‌سازی شده است.

واژگان کلیدی: مدل رشد انباشت تصادفی، مدل رشد انباشت تصادفی با واهلش سطحی، نوفهٔ توانی، روش آنالیز چند فراکتال MFDFA

*نویسنده مسئول: shoseinabadi@iauet.ac.ir

مقدمه

رشد سطوح و فصل مشترک‌های زبر، نقشی اساسی در بسیاری از پدیده‌های علمی بازی می‌کنند و در موارد متعددی مانند رشد تومورها، باکتری‌ها و بافت‌های بیولوژیکی و در ساخت لایه‌های یکپارچهٔ الکترونیکی مورد توجه است [۵- ۱]. فهم تحول ناهمواری در پدیدهٔ رشد کمک قابل ملاحظه‌ای در کنترل این پدیده داشته و از لحاظ کاربردی نیز مفید واقع می‌شود؛ به عنوان مثال، افزایش زبری باعث افزایش مراکز پراکندگی در لایه‌ها و کنترل کنندهٔ خواص اپتیکی آنهاست. پارامترهای متعددی از جمله دما، نوع مواد و پیوند میان آنها در رشد سطوح زبر تأثیرگذار هستند که به علت تعدد و گستردگی این پارامترها، استفاده از رهیافت شبیه‌سازی مدل‌های رشد گسسته امری کارا و مؤثر مورد قبول دانشمندان واقع شده است [۶- ۳]

در مدل نشست تصادفی (RD [۲]) ذره به صورت تصادفی، جایگاهی را روی سطح انتخاب می‌کند و پس از طی مسیر عمودی، روی همان جایگاه می‌نشیند. در این مدل ارتفاع فصل مشترک در یک ستون به ارتفاع ستون‌های مجاور بستگی ندارد و تغییر در ارتفاع فصل مشترک در زمان و موقعیت x به وسیلهٔ معادلهٔ دیفرانسیل پیوستار زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = F + \eta(x,t) \qquad (۱)$$

F میانگین تعداد ذراتی است که به سطح می‌رسد و η نشان دهندهٔ نوفهٔ سفید با میانگین صفر و غیروابسته در فضا و زمان است که معمولاً از توزیع گاوسی تبعیت می‌کند:

$$< \eta(x,t) >= 0 \qquad (۲)$$

$$< \eta(x.t)\eta(x'.t') >= 2\,D\,\delta(x-x')\delta(t-t') \qquad (۳)$$

رابطهٔ بالا نشان می‌دهد که نوفه هیچ وابستگی به زمان و فضا ندارد.

مدل رشد انباشت تصادفی همراه با واهلش سطحی (RDSR [۳]) متعلق به کلاس جهانی ادوارد – ویلکینسون (EW[۴]) است. در این مدل رشد ذرهٔ فرودی در سایت i ام ممکن است در یکی از سایت‌های i ، $i+1$ یا $i-1$ قرار گیرد، بسته به این‌که کدام یک از سایت‌ها کوتاه‌ترند. در این‌جا یک همسایگی کوتاه برد در میان نزدیک‌ترین همسایه‌ها وجود دارد [۶] .

معادلهٔ پیوستار توصیف کننده ارتفاعات مدل (RDSR) معادله ادوارد- ویلکینسون (EW) است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \nu\nabla^2 h + \eta(x,t) \qquad (۴)$$

در این معادله ν ضریب کشش سطحی ۵ نام دارد.

---

2 Random deposition
3 Random deposition with surface relaxation
4 Edward-Wilkinson equation
۵ Surface tension

اغلب خواص فراکتالی و نماهای مقیاس‌بندی در مدل‌های رشد گسسته همراه با نوفه یکنواخت بررسی شده‌اند [۱۰- ۷]. اما این نوفه در تمام سیستم‌های فیزیکی موجود نیست. بنابراین نوفهٔ سفید تنها نوع نوفه در میان طبیعت و سیستم‌های پیچیدهٔ فیزیکی نیست [۱۴- ۱۱]. وجود همبستگی‌های فضایی در نوفه، می‌تواند اثرات وابستگی بلندبرد ناخالصی‌ها را روی فصل مشترک نشان داده و تعدادی نتایج جالب بر جا گذارد.

نوفه با برد بلند، به صورت جالب توجهی در سیستم‌های پیچیدهٔ فیزیکی وجود دارد. که به عنوان مثال می‌توان به مواردی مانند ویژهٔ توابع در سیستم‌های کوانتومی بی‌نظم [۱۵]، توده‌های گرد و غبار [۱۶]، جابه‌جایی و قابلیت ارتجاعی ذرات [۱۷]، نوکلئوتید و ترتیب DNA [۱۸]، ویژگی‌های شناختی انسان [۱۹،۲۰] و ارز الکترونیکی [۲۱] اشاره کرد.

مطالعهٔ مدل‌های رشد گسسته همراه با نوفهٔ توانی در محیط‌های غیرمتعادل این امکان را به ما می‌دهد تا نحوهٔ تغییر ضخامت و زبری سطح را مورد بررسی قرار داد. میکین و جولین در سال ۱۹۸۹ به بررسی خواص فراکتالی و زبری در مدل گسسته بالستیک با نوفهٔ همبستهٔ فضایی پرداختند [۲۲،۲۳]. همچنین حل عددی نماهای زبری و رشد در مدل رشد جامد بر جامد محدود شده همراه با نوفهٔ همبستهٔ مکانی بررسی شده است [۲۴]. پنگ و همکارانش در سال ۱۹۹۱ به حل عددی تأثیرات بلند برد نوفهٔ همبسته بر روی مدل ته نشست اتمی و رشد پلیمری پرداخته‌اند [۲۵]. بنابراین همبستگی‌های بلند برد در سیستم‌های پیچیدهٔ مختلفی وجود دارد که به وسیله روش‌های تحلیل متفاوتی می‌توان صفات مقیاس‌بندی به دست آورد. بعضی از روش‌های تحلیل عبارت است از آنالیز طیفی[۶] [۲۶]، آنالیز دامنه استاندارد شده (R/S [۷]) [۲۷،۲۸] و آنالیز افت و خیز بدون روند [۸] (DFA) [۲۹،۳۰]. روش DFA مهمترین روش برای تعیین همبستگی‌های بلند برد در سری‌های ناماناست و برای مطالعهٔ طبیعت چندفراکتالی[۹] نهفته در سری‌های زمانی نوع تعمیم یافته آن (MFDFA [۱۰]) مورد استفاده قرار میگیرد [۳۳-۳۱، ۲۱].

هنگامی که نوفه $\eta(x,t)$ دارای همبستگی‌های فضایی بلند برد باشد، معادلهٔ ۳ به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$< \eta(x,t)\eta(x',t') >\sim |x-x'|^{2\rho-d}\delta(t,t') \qquad (۵)$$

ρ کاهش وابستگی های فضایی را نشان می‌دهد و d بعد فصل مشترک است. در فضای فوریه رابطهٔ ۵ به صورت زیر است:

$$< \eta(k,t)\eta(k',t') >\sim k^{-2\rho}\delta(t,t')\delta(k+k') \qquad (۶)$$

اگر همبستگی مکانی یا زمانی در نوفه η وجود نداشته باشد و شدت نوفه به صورت توانی تغییر کند، برای $\eta > 1$ داریم [۱]:

$$P(\eta) = \mu\eta^{-(\mu+1)} \qquad (۷)$$

که μ نمای کاهش دامنهٔ نوفه است.

---

6 Spectral Analysis
7 Rescaled Range Analysis
8 Detrended Fluctuation Analysis
9 Multi-Fractal
10 Multi Fractal Detrended Fluctuation Analysis

پهنای فصل مشترک در زمان‌های مختلف به وسیلهٔ معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$W(L,t) =< [\frac{1}{L}\sum_x [h(x,t) - \overline{h}(t)]^2]^{\frac{1}{2}} > \quad (۸)$$

که $\overline{h}$ میانگین ارتفاع سطح در زمان t است، رفتار پهنای ناهمواری، در زمان‌های اولیه و در زمان‌های بزرگ‌تر از زمان اشباع، $(t_x = L^Z)$، بدین گونه است:

$$W \sim \begin{cases} t^{\beta} & [t \ll L^Z] \\ L^{\alpha} & [t \gg L^Z] \end{cases} \quad (۹)$$

در این‌جا β نمای رشد[۱۱] و α نمای زبری[۱۲] است. قابل ذکر است که در مدل انباشت تصادفی با نوفهٔ سفید (معادلات ۲ و۳)، مقدار نمای رشد، $\beta = 0/5$ و در مدل انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفهٔ سفید، مقادیر $\alpha = ۰/۵$ و $\beta =$ ۰/۲۵ به صورت عددی تأیید شده‌اند [۶]. در این مقاله اثرات همبستگی‌های بلند برد که به وسیلهٔ معادلهٔ ۴ معرفی شده است و نیز اثر تغییر شدت نوفه با رابطهٔ توانی و مستقل بدون همبستگی فضایی که در معادلهٔ ۷ ذکر شده است، بر روی پهنای فصل مشترک بررسی می‌شود.

در این مقاله، ما مدل‌های انباشت تصادفی و انباشت تصادفی با واهلش سطحی را تحت تأثیر نوفهٔ همبستهٔ توانی و نوفهٔ غیرهمبستهٔ توانی شبیه‌سازی کرده‌ایم و رفتار دینامیکی نوسانات ارتفاع را مورد بررسی قرار داده‌ایم. همچنین روش MFDFA را برای آنالیز و تحلیل فراکتالی داده‌ها اعمال نموده و به نتایج قابل ملاحظه‌ای دست یافته‌ایم. در بخش بعد، روش اعمال نمودن نوفهٔ توانی را بر روی مدل‌های مورد مطالعه شرح می‌دهیم. در بخش چهارم، روش آنالیز چندفراکتالی روندزدایی شده را با جزئیات توضیح داده و در بخش بعدی نتایج حاصل شده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند و در پایان نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

مدل رشد نوفهٔ همبستهٔ توانی

روش‌های مختلفی برای ایجاد نوفهٔ همبسته توانی[۱۳] وجود دارد برای مثال می‌توان از روش بسط فوریه [۳۴] کمک گرفت. در این مدل ما از الگوریتم کیم و کوزترلیز[۱۴] [۳۵] استفاده کردیم که در آن نوفهٔ همبسته با پرواز لوی[۱۵] افقی معرفی شده بود و در شبیه‌سازی‌های میکین و جولین [۱۶] تغییر صفات به صورت عددی تأیید شده است. برای شبیه‌سازی مدل رشد همراه با نوفه همبسته توانی بر روی سطحی با اندازهٔ خطی L و در زمان، $t = 0$ $h(x,t) = 0$ در نظر گرفته و سپس اولین ذره به صورت تصادفی، یک مکان i را از میان L مکان در محدوده $[۱,L]$ انتخاب می‌کند.

ذرهٔ n ام در موقعیت $x_n = x_{n-۱} \pm \delta x$ رسوب می‌کند که $x_{n-۱}$ مختصه ذرهٔ $n - ۱$ بوده و δx از یک توزیع با ضابطهٔ

[۱۱] Growth Exponent
[12] Roughness Exponent
[۱۳] Power-Law
[۱۴] Kim and Kosterliz
[۱۵] Levy Flight
[۱۶] Meakin and Jullien

نمایی به دست می‌آید:

$$P(\delta x > x_0) = x_0^{-f}, \qquad f = ۲\rho \tag{۱۰}$$

در این‌جا $P(\delta x > x_0)$ احتمال این است که طول گام δx بزرگ‌تر از x_0 باشد و f نمایی است که می‌توان برای $f < 2$ به عنوان بعد فراکتالی یک پرواز لوی دانست.

احتمال این‌که یک گام طولی در محدودهٔ x و $x + \varepsilon$ باشد، $P(x)\varepsilon$ است که $P(x)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(x) \sim x^{-(f+1)}, \qquad (x > 1) \tag{۱۱}$$

برای به دست آوردن δx داریم:

$$\delta x = r^{-\frac{1}{f}} \tag{۱۲}$$

r یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازهٔ $۰ < r < 1$ است. احتمال مثبت و منفی بودن δx با هم برابر است. هم‌چنین برای کوتاه کردن δx عدد صحیح در نظر گرفته‌ایم و شرایط مرزی $۱ \leq n \leq L$ برای محدود کردن ستون‌ها استفاده کرده‌ایم. در مدل انباشت تصادفی همبسته، ذره پس از انتخاب مکان انباشت طبق ضوابط فوق انباشت می‌یابد و ارتفاع افزایش یافته، ولی در مدل انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفهٔ همبسته، ذره پس از انتخاب مکان انباشت طبق ضوابط فوق، به دنبال مکانی با کم‌ترین ارتفاع در میان همسایگان مجاورش می‌شود و مکان با کم‌ترین ارتفاع را انتخاب و سپس نشست می‌یابد.

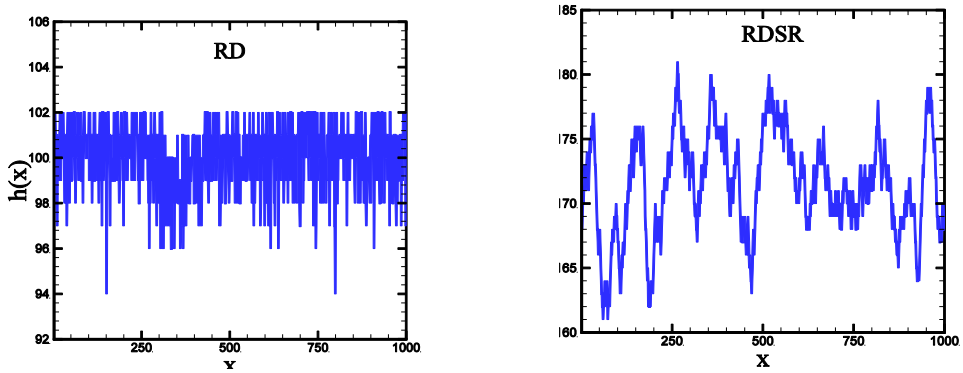
مدل رشد نوفهٔ غیرهمبستهٔ توانی

در شبیه‌سازی مدل‌های رشد با این نوع نوفه، به جای انباشت ذرات با اندازهٔ واحد ، میله‌هایی با اندازهٔ l بر روی سطح انباشته می‌شوند که طول این میله‌ها از توزیع توانی $P(l) \sim l^{-(\mu+1)}$ تبعیت می‌کند. بدین منظور ابتدا یک مکان i به صورت تصادفی از میان L مکان در محدودهٔ $[۱,L]$ انتخاب شده، سپس طول میله به صورت $l = int(r^{-\frac{1}{\mu}})$ تعیین می‌شود که r عددی تصادفی در بازهٔ (۱،۰) و طول میله بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر یا مساوی $r^{-\frac{1}{\mu}}$ است. در نهایت به جای افزایش ارتفاع هر مکان به اندازهٔ واحد، افزایشی معادل با طول میله l خواهیم داشت.

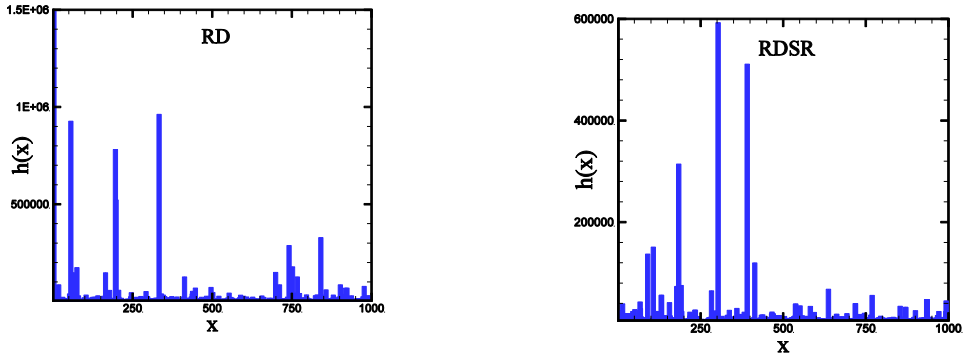
روش اندازه‌گیری نمای هارست

روش آنالیز چندفراکتالی MFDFA

فراکتال‌ها و چندفراکتال‌ها در طبیعت تقریباً همه جا دیده می‌شوند. اغلب کمیت‌ها در غالب سری‌های زمانی هستند که مورد بررسی قرار گرفته‌اند. روش‌های مختلفی برای تعیین فراکتال بودن این کمیت‌ها وجود دارند؛ از جمله می‌توان به روش آنالیز بازهٔ باز مقیاس شده (R/S)، روش آنالیز افت وخیز، روش آنالیز افت و خیز شده بدون روند (DFA) و نوع تعمیم یافتهٔ آن (MFDFA) که در سال ۲۰۰۲ مطرح شد اشاره کرد.



شکل ۱. نوسانات ارتفاع برای مدل های انباشت تصادفی و انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفه همبسته فضایی در ۳ = ρ با گام زمانی ۱۰۰=t.



شکل۲. نوسانات ارتفاع برای مدل های انباشت تصادفی و انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفه غیر همبسته فضایی با ۱ = μ با گام زمانی ۱۰۰۰=t.

روش MFDFA برای تحلیل چندفراکتالی بودن سری‌های زمانی مورد استفاده قرار گرفت. مراحل الگوریتم MFDFA به طور خلاصه به صورت زیر است:

ابتدا پروفایل $Y(i)$ را از سری x_i به دست می‌آوریم:

$$Y(i) = \sum_{k=1}^{i} [x_k - < x >], \qquad i = 1, \dots, N \tag{۱۳}$$

در معادلهٔ ۱۳ کمیت $<x>$ میانگین x ها می‌باشد. حال پروفایل $Y(i)$ را به پنجره‌هایی با طول برابر و بدون همپوشانی تقسیم می‌کنیم:

$$N_s = int(\frac{N}{s}) \tag{۱۴}$$

در مرحله بعدی، روند محلی هر یک از پنجره ها را محاسبه و پس از آن میزان واریانس زمانی را حول آن محاسبه خواهیم نمود:

$$F^2(s,\nu) = \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} [Y[(\nu-1)s+i] - y_\nu(i)]^2 \quad (۱۵)$$

ν شمارهٔ پنجره‌ها و $y_\nu(i)$ تابع پردازش شده روی آن پنجره است. به منظور محاسبهٔ میزان روند محلی هر پنجره، از روش حداقل مربعات استفاده می‌شود. حال، میانگین کلیهٔ پنجره‌ها را جهت محاسبهٔ تابع افت و خیز مرتبهٔ $q \neq 0$ به دست می‌آوریم:

$$F_q(s) = \frac{1}{2N_s}\sum_{\nu=1}^{2N_s} [F^2(s,\nu)^{\frac{q}{2}}]^{\frac{1}{q}} \quad (۱۶)$$

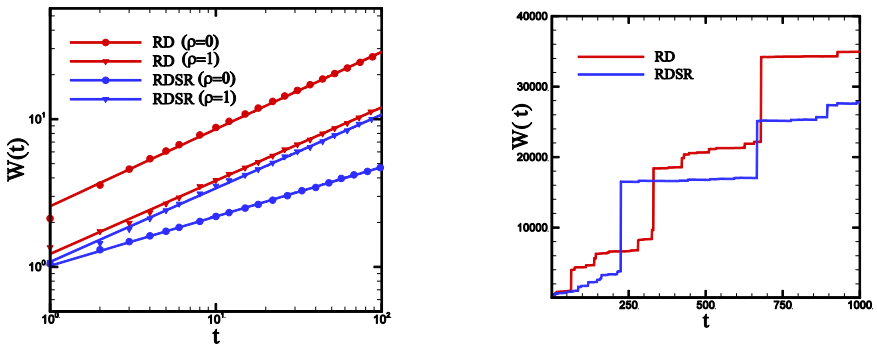
برای $q = 0$ خواهیم داشت:

$$F_0(s) = exp(\frac{1}{4N_s}\sum_{\nu=1}^{N_s} lnF^2(s,\nu)) \quad (۱۷)$$

و در نهایت، منحنی *log-log* تابع F را بر حسب s برای هر q رسم می‌کنیم:

$$F_q(s) = C_{h(q)}s^{h(q)} \quad (۱۸)$$

در این عبارت، $h(q)$ نمای هارست[۱۷] تعمیم یافته نامیده می‌شود که معیاری از خود متناسبی[۱۸] و ویژگی‌های همبستگی سری زمانی است.



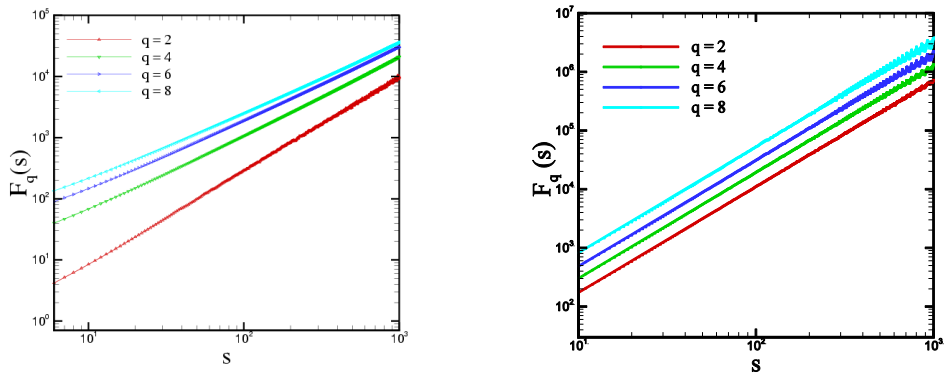
(الف) (ب)

شکل۳. نمودار زبری W(t) برحسب زمان انباشت t برای مدل‌های همبسته و غیرهمبسته.

[۱۷] Hurst Exponent
[۱۸] Self-affine

نتایج و آنالیز

ما تأثیر نوفه همبسته و غیرهمبستهٔ توانی را بر روی دو مدل رشد انباشت تصادفی (RD) و انباشت تصادفی با واهلش سطحی (RDSR) مورد بررسی قرار دادیم. بدین منظور مدل‌های مذکور را با استفاده از روش‌های ذکر شده در بخش ۲ و ۳ شبیه‌سازی نمودیم. شکل ۱ نوسانات ارتفاع ایجاد شده برای یک نمای همبستگی مشخص $\rho = 3$ را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، ارتفاعات حاصل شده با یک نمای همبستگی یکسان، کاملاً متفاوت از یکدیگرند که در ادامه با استفاده از رهیافت فراکتالی به بررسی آن می‌پردازیم. شکل ۲ ارتفاع ایجاد شده در این دو مدل را از طریق انباشت میله‌هایی با نمای $\mu = 1$ ، با استفاده از روش ذکر شده در بخش سوم نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سطوحی کاملاً متفاوت ایجاد می‌شوند. برای توصیف رفتار دینامیکی این سطوح، نمودار پهنای ناهمواری $W(t)$ را بر حسب گام زمانی t در زمان‌های اولیه انباشت مورد بررسی قرار دادیم. شیب این نمودارها در شکل ۳ نشان دهندهٔ نماهای رشد β است. همان‌طور که شکل ۳ (الف) نشان می‌دهد، نمای رشد برای مدل RD همبسته برای مقادیر مختلف قدرت همبستگی ρ مقدار ثابتی بوده که این مقدار ثابت بنا به محاسبات، $\beta = 0/50 \pm 0/02$ می‌باشد. حال آنکه، برای مدل RDSR همبسته، مقدار نمای رشد برای $\rho = 0$ برابر با $\beta = 0/25 \pm 0/02$ (مطابق با تئوری) و با افزایش ρ این مقدار افزایش یافته به مقدار $\beta = 0/50 \pm 0/02$ می رسد. با توجه به این شکل با افزایش شدت همبستگی، زبری سطح در مدل RD همبسته، کاهش ولی در مدل RDSR همبسته افزایش می‌یابد که این اختلاف ناشی از تاثیر همزمان همبستگی بلند برد توانی و همبستگی کوتاه برد ناشی از پخش ذرات در مدل RDSR همبسته می‌باشد. در شکل ۳ (ب)، نمودار پهنای ناهمواری بر حسب زمان انباشت را برای دو مدل انباشت تصادفی و انباشت تصادفی با واهلش سطحی غیر همبسته با $\mu = 1$ نشان می دهد. طبق این شکل، رفتار پیوسته ای برای افزایش ناهمواری با زمان وجود ندارد و این افزایش به صورت تابع پله ای گسسته است. برای آنالیز و تحلیل رفتار فراکتالی سطوح حاصل شده، از روش MFDFA استفاده کردیم. در شکل ۴، نمودار نوسانات تابع $F(q)$ برحسب s برای مقادیر مختلف q با شدت همبستگی یکسان نشان داده شده است نمای هارست H ، بدست آمده از معادله ۱۵ همان نمای زبری α است. در شکل ۴ شیب نمودارها برای مقادیر مختلف q در مدل RD همبسته، متغیر بوده که بیانگر رفتار چند فراکتالی سطوح ایجاد شده در این مدل می باشد. به عبارت دیگر، در این مدل، نوفه همبسته بلند برد توانی منجر به توصیف سطح با چندین نمای مقیاس بندی متفاوت می شود. حال آنکه در مدل RDSR همبسته، شیب نمودارها برای مقادیر مختلف q ثابت بوده که به معنای تبعیت نوسانات ارتفاع از مقیاس بندی تک فراکتالی است. در این مدل تمام سطح با یک نمای هارست یکسان توصیف می‌شود که ناشی از حضور همزمان همبستگی بلند برد توانی و همبستگی کوتاه برد ناشی از پخش ذرات است.



(الف) (ب)

شکل ۴. نمودار نوسانات تابع $F_q(s)$ برحسب s برای مقادیر مختلف q و شدت همبستگی یکسان: الف: RD همبسته، ب: RDSR همبسته

نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدل‌های RD و RDSR همراه با نوفه همبستگی ته بلند برد فضایی و نوفه غیرهمبستهٔ توانی معرفی شده است. در این دو مدل در حالت همبسته، ذرات فرودی به جای نشست در سایت هایی تصادفی بر روی زیرلایه در فاصله‌ای انتخاب شده از یکدیگر که به وسیلهٔ رابطهٔ توانی $\delta_{i,j} = int[r^{-\frac{1}{2\rho}}]$ به دست می‌آید نشست می‌کنند در این‌جا r عددی تصادفی در بازه ی (۰،۱) است و ρ شدت همبستگی نامیده می‌شود. پس از آن ذرات در مدل انباشت تصادفی بر روی سطح می نشینند و در مدل انباشت تصادفی همراه با واهلش سطحی در طول سطح برای پیدا کردن مکانی با کمترین ارتفاع انتشار می‌یابند. در حالت غیر همبسته توانی این مدلها، به جای انباشت ذرات با اندازه یکسان واحد، ذراتی با اندازه های مختلف یا به صورت میله هایی با طول های متفاوت انباشته می شوند که طول میله ها از رابطه $l = int(r^{-\frac{1}{\mu}})$ تعیین می شود که r عددی تصادفی در بازه (۱،۰) و طول میله بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی $r^{-\frac{1}{\mu}}$ می باشد. نتایج نشان می‌دهند که نمای رشد سطح، برای مدل انباشت تصادفی همبسته به ازای مقادیر مختلف شدت همبستگی ρ مقداری ثابت و برابر با $\beta = 0/5 \pm 0/02$ بوده، در حالیکه مقدار این نما برای مدل رشد انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفه همبسته، از $\beta = 0/25 \pm 0/02$ برای $\rho = 0$ (معادل با انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفه سفید) به مقدار $\beta = 0/5 \pm 0/02$ به ازای $\rho = 1$ افزایش یافته و ثابت می‌ماند. برای حالت غیرهمبسته این مدل‌ها با نوفهٔ توانی، پهنای ناهمواری سطح به جای این‌که رفتار پیوستهٔ افزایشی با زمان داشته باشد، به صورت گسسته و با تابعی پله‌ای افزایش می‌یابد. تجزیه و تحلیل فراکتالی از سطوح زبر شبیه‌سازی شده با استفاده از روش تحلیل نوسانات روندزدایی شدهٔ چند فراکتالی (MFDFA) نشان می‌دهد که در مدل رشد انباشت تصادفی با نوفهٔ همبستهٔ توانی، نوسانات ارتفاع از مقیاس‌بندی چندفراکتالی برخوردارند، ولی در مدل رشد انباشت تصادفی با واهلش سطحی و نوفهٔ همبستهٔ توانی، نوسانات ارتفاع برای همهٔ مقادیر نمای همبستگی

تک‌فراکتالی‌اند که می‌تواند به دلیل تنش موجود بین همبستگی بلند برد نوفهٔ همبسته و همبستگی کوتاه برد در این مدل باشد.

قدردانی و تشکر

نگارندگان بر خود لازم می دانند از حمایت های دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق و دانشگاه الزهراء جهت انجام این پژوهش تشکر نمایند.

منابع

1. Barabási A. L., Stanley H. E. "Fractal concepts in surface growth" (1995) Cambridge university press.

2. Duke C. B., Plummer E. W. (Eds.), "Frontiers in Surface Science and Interface Science" (2002) Gulf Professional Publishing.

3. Reis F. A., "Relaxation to steady states and dynamical exponents in deposition Models", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 316 (2002) 250-258.

4. Hosseinabadi S., Mortezaali A., Masoudi A. A., "Investigating aluminum thin films properties by stochastic analysis", Surf. Interface Anal. 40, 71 (2008).

5. Masoudi A. A., Hosseinabadi S., Davoudi j., Khorrami M., Kohandel M. "Statistical analysis of radial interface growth", J. Stat. Mech. (2012) L02001.

6. Family F.,"Scaling of rough surfaces: effects of surface diffusion" Journal of Physics A: mathematical and general, 19(8) (1986) L441.

7. Nezhadhaghighi M. G., Rajabpour M.A., "Contour lines of the discrete scale-invariant rough surfaces", Phys. Rev. E 83 (2011) 021122.

8. Family F., Vicsek, T. , "Dynamics of fractal surfaces", (1991) World Scientific.

9. Hosseinabadi S., Masoudi A. A., Movahed M. S., "Solid-on-solid model for surface growth in 2+ 1 dimensions", Physica B: Condensed Matter, 405(8) (2010) 2072-2077.

10. Hosseinabadi S., Movahed S. S., Rajabpour M. A., Allaei S. V., " Dynamical and geometrical exponents of self-affine rough surfaces on regular and random lattices", Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 12 (2014) P12023.

11. Amar J. G., Family F., "Phase transition in a restricted solid-on-solid surface-growth model in 2+ 1 dimensions", Physical review letters, 64(5) (1990) 543.

12. Hosseinabadi S., Masoudi A. A. "Random deposition with a power-law noise model: Multiaffine analysis", Physical Review E, 99(1) (2019) 012130.

13. Campillo M., Paul "A. Long-range correlations in the diffuse seismic Coda", Science, 299 (2003) 547-549.

14. Voss, R. F., "Evolution of long-range fractal correlations and 1/f noise in DNA base sequences", Physical review letters, 68(25) (1992) 3805.

15. Prigodin V. N., Altshuler B. L., " Long-range spatial correlations of eigenfunctions in quantum disordered systems", Physical review letters, 80(9) (1998) 1944.

16. Forrest S. R., Witten Jr, T. A. "Long-range correlations in smoke-particle aggregates", Journal of Physics A: Mathematical and General, 12(5) (1979) L109.

17. Flenner E., Szamel G., " Long-range spatial correlations of particle displacements and the emergence of elasticity", Physical review letters, 114(2) (2015) 025501.

18. Peng C. K., Buldyrev S. V., Goldberger A. L., Havlin S., Sciortino F., Simons M., Stanley H. E., " Long-range correlations in nucleotide sequences", Nature, 356(6365) (1992) 168.

19. Duarte M., Zatsiorsky V. M, "Long-range correlations in human standing", Physics Letters A, 283(1-2) (2001) 124-128.

20. Gilden D. L., Thornton T., Mallon M. W., "1/f noise in human cognition", Science, 267(5205) (1995) 1837-1839.

21. Takaishi T., "Statistical properties and multifractality of Bitcoin", Physica A: statistical mechanics and its applications, 506 (2018) 507-519.

22. Meakin P., Jullien R., "Spatially correlated ballistic deposition", EPL (Europhysics Letters), 9(1) (1989) 71.

23. Meakin P., Jullien R., " Spatially correlated ballistic deposition on one-and two-dimensional surfaces", Physical Review A, 41(2) (1990) 983.

24. Margolina A., Warriner H. E., "Growth in a restricted solid on solid model with correlated noise", Journal of Statistical Physics, 60(5-6) (1990) 809-821.

25. Peng C. K., Havlin S., Schwartz, M., Stanley H. E., " Directed-polymer and ballistic-deposition growth with correlated noise", Physical Review A, 44(4) (1991) R2239.

26. Stoica P., Moses R. L., "Spectral analysis of signals" (2005).

27. Mandelbrot B. B., Wallis J. R., "Computer experiments with fractional Gaussian noises: Part 2, rescaled ranges and spectra", Water resources research, 5(1) (1969). 242-259.

28. Bassingthwaighte J. B., Raymond G. M., "Evaluating rescaled range analysis for time series", Annals of biomedical engineering, 22(4) (1994) 432-444.

29. Peng C. K., Buldyrev S. V., Havlin S., Simons, M., Stanley H. E., Goldberger A. L., "Mosaic organization of DNA nucleotides", Physical review E, 49(2) (1994) 1685.

30. Peng C. K., Havlin S., Stanley H. E., Goldberger A. L., "Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series", Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 5(1) (1995) 82-87.

31. Kantelhardt J. W., Zschiegner S. A., Koscielny-Bunde E., Havlin S., Bunde, A., Stanley H. E., "Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 316(1-4) (2002) 87-114.

32. Hosseinabadi S., Rajabpour M. A., Movahed M. S., Allaei S. V., "Geometrical exponents of contour loops on synthetic multifractal rough surfaces: Multiplicative hierarchical cascade p model", Physical Review E, 85(3) (2012). 031113.

33. Gu G. F., Zhou W. X., "Detrended fluctuation analysis for fractals and multifractals in higher dimensions", Physical Review E, 74(6) (2006) 061104.

34. Amar J. G., Lam P. M., Family F., "Surface growth with long-range correlated noise", Physical Review A, 43(8) (1991) 4548.

35. Kim J. M., Kosterlitz J. M., "Growth in a restricted solid-on-solid model", Physical review letters, 62(19) (1989) 2289.