

## بررسی عددی هدایت ذرات زیرمیکرونی در گردابه‌های صوتی ایجاد شده در میکروکانال‌های سینوسی و دنداندار

الناز عطار جان‌نثار\*، حسین حمزه‌پور

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده فیزیک

پذیرش: ۹۹/۶/۳۰

دریافت: ۹۸/۷/۲۶

### چکیده

تشکیل جریان‌های پایا به صورت گردابه‌های ناخواسته در داخل میکروکانال‌های تحت تأثیر میدان فراصوتی، پدیده‌ای غیر خطی با رفتار پیچیده است که تا مدت‌ها به عنوان عامل مزاحم در پدیده آکوستوفورزی برای هدایت میکروذرات محسوب می‌شد. در سال‌های اخیر دانشمندان با شناخت بیشتر این پدیده و عوامل مؤثر بر آن، از این پدیده نه به عنوان عامل مزاحم بلکه به عنوان نیروی مؤثر برای متمرکز کردن ذرات زیر میکرونی یا مخلوط کردن سیالات در سیستم‌های تحت تأثیر میدان فراصوتی استفاده کرده‌اند. یکی از عوامل مؤثر بر طرح گردابه‌های تشکیل شده از این نوع، هندسه دیواره‌های میکروکانال است که به علت پیچیدگی اثرات آن، با محاسبه‌های عددی قبل از ساخت می‌توان طرح مناسب با کاربرد مورد نظر را پیش‌بینی نمود. در این مقاله به بررسی اثر دیواره‌های سینوسی شکل و همچنین دنداندار میکروکانال‌ها بر طرح گردابه‌های استریمینگ و مقایسه آن با اثر دیواره‌های تخت پرداخته شده است. در این مقاله، سه گردابه بزرگ در کنار هم در محیط مرکزی میکروکانال با دیواره‌های سینوسی و دنداندار در ابعادی معین مشاهده شده است. چنین طرحی در کانال با دیواره‌های تخت به هیچ عنوان قابل دستیابی نبوده است. به این ترتیب برای کانال‌های سینوسی و دنداندار با دامنه هندسی معین، مخلوط کردن سیالات و یا به تله انداختن ذرات بسیار ریز در نقاطی در مرکز کانال، امکان پذیر خواهد بود.

**واژگان کلیدی:** آکوستوفورزی، میکروشاره، آکوستیک استریمینگ، دیواره‌های سینوسی، دیواره‌های دنداندار

### مقدمه

پدیده آکوستوفورزی در چند دهه اخیر به عنوان یک روش غیرمخرب، دقیق و بدون نیاز به نشانه‌گذاری برای هدایت میکروذرات و سلول‌های زیستی همچون تومورهای سرطانی چرخنده [۱ و ۲]، سلول‌های مخمر [۳]، چربی‌ها [۴]، گلبول‌های قرمز [۵]، باکتری‌ها [۶-۸] و سلول‌های بنیادی [۹ و ۱۰] در داخل میکروکانال‌ها مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. در این روش، ویژگی‌های ذاتی میکروذرات همچون سایز، چگالی و تراکم پذیری نقش تعیین‌کننده‌ای در

\* نویسنده مسئول: e.jannesar@mail.kntu.ac.ir

مسیر حرکت آن‌ها در سیال تحت تأثیر امواج فراصوت ایفا می‌کند [۱۱]. آزمایشگاه‌های ریزتراشه صوتی، کاربردهای وسیعی در بیوتکنولوژی، صنعت داروسازی، دارورسانی، تشخیص‌های بالینی، آنالیز غذایی و علوم جرم‌شناسی پیدا کرده‌اند [۱۲].

در تمامی نمونه‌های فوق، دو پدیده غیرخطی تحت تأثیر امواج ایستاده صوتی در داخل میکروکانال‌ها ظاهر می‌شوند که عامل هدایت ذرات به نقاط مختلف داخل سیال خواهند بود. نیروی تابش صوتی که در اثر تابش امواج صوتی از سطح ذرات داخل سیال به وجود می‌آید، بسته به خواص ذاتی ذرات، آن‌ها را به سمت گره‌های میدان فشار یا شکم‌های آن سوق می‌دهد [۱۳-۱۶]؛ اما نیروی رانشی استوکس که به آن جریان استریمینگ صوتی می‌گویند، جریان‌های پایا ناشی از گرانیوی لایه مرزی هستند که ذرات متمرکز شده را از نقاط گره فشار پراکنده می‌سازند [۱۷-۱۹]. شعاع بحرانی ذرات، به عنوان آستانه تقابل بین این دو نیرو شناخته می‌شود و مشخص می‌کند که در سیستم مورد بررسی، کدامیک از نیروها بر دیگری غلبه کند. ذرات با شعاع بزرگتر از شعاع بحرانی، تحت تأثیر نیروی تابش صوتی قرار می‌گیرند و ذرات با شعاع کمتر از شعاع بحرانی در جریان‌های پایای استریمینگ صوتی گرفتار می‌شوند [۲۰].

یکی از عوامل مؤثر بر طرح جریان‌های پایای استریمینگ صوتی، هندسه دیواره‌های میکروکانال است. رایلی نظریه کلاسیک استریمینگ آکوستیکی خود را برای دو دیواره صلب موازی و تخت بی انتها بنا نهاد [۱۷]. اشلختینگ نیز محاسبات خود را برای یک دیواره صلب تخت با طول بی‌نهایت ارائه داد [۱۸]. بسیاری از بررسی‌های بعدی که انجام شدند، همین هندسه را مدنظر قرار دادند تا اینکه مولر و همکارانش در سال ۲۰۱۳ نیروی استریمینگ صوتی را با در نظر گرفتن اثر دیواره‌های جانبی کانال محاسبه کردند [۱۹]. برای هندسه‌های دیگر میکروکانال‌ها غیر از هندسه تخت، مطالعات عددی و تجربی زیادی انجام شده است. به عنوان مثال ناما و همکارانش در دانشگاه پنسیلوانیا میکروکانال‌های با دیواره‌های دندان‌تیز را به عنوان میکرومیکسرهای صوتی معرفی کرده‌اند [۲۱]. مطالعات بیشتر نشان داد که کیفیت و سرعت مخلوط شدن سیالات داخل چنین میکروکانال‌هایی در فرکانس‌های مختلف و زوایای مختلف برای تیزی دیواره‌ها، متفاوت است [۲۲]. در نهایت هوانگ و همکارانش با طراحی میکروکانال‌هایی با زائده‌های نوک تیز و متحرک در داخل، میکروپمپ‌هایی با قابلیت برنامه‌ریزی را نیز ارائه کرده‌اند [۲۳]. فنگ و همکارانش در هندسه‌ای مشابه، چرخش سلول‌ها و ذرات زیستی را مورد بررسی قرار داده‌اند [۲۴]. اخیراً باخ و همکارانش مطالعات تحلیلی دقیق‌تری را روی اثر استریمینگ لایه مرزی در مجاورت دیواره‌های دارای انحنا منتشر کرده‌اند [۲۵].

در این مقاله اثر دیواره‌های سینوسی و دندان‌دار میکروکانال‌ها تحت تأثیر فرکانس تشدید فراصوتی را بررسی و نتایج آن را با نتایج مربوط به میکروکانال‌های با دیواره‌های تخت مقایسه می‌کنیم. کاربردهایی برای طرح ویژه‌ای که در ابعاد مشخص و فرکانس تشدید مشاهده می‌شود نیز ارائه خواهد شد. به این منظور ابتدا تئوری مربوط به حل مسأله و سپس شرایط مرزی و روش حل عددی اتخاذ شده بیان می‌شود. در نهایت نتایج شبیه‌سازی به دست آمده و کاربردهای پیشنهادی ارائه خواهد شد.

### معادلات حاکم بر سیستم

در غیاب نیروی خارجی و منابع حرارتی، سه معادله اصلی در سیستم‌های میکروشاره حاکم است [۱۱].

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (۱)$$

$$\partial_t (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot [\boldsymbol{\sigma} - \rho \mathbf{v} \mathbf{v}] = 0 \quad (۲)$$

$$\partial_t \left( \rho \varepsilon + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) - \nabla \cdot \left[ k^{th} \nabla T + \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \left( \rho \varepsilon + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) \mathbf{v} \right] = 0 \quad (۳)$$

رابطه (۱)، معادله پیوستگی است که بقای جرم را نشان می‌دهد و در آن  $\rho$  چگالی جرمی سیال است. رابطه (۲) معادله نویر-استوکس نمایانگر بقای تکانه می‌باشد. چگالی جریان تکانه  $\rho \mathbf{v}$  بوده و  $\mathbf{v}$  سرعت سیال در هر نقطه است. همچنین  $\boldsymbol{\sigma}$  تانسور تنش کوشی از عبارت زیر به دست می‌آید

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\tau} - p \mathbf{I} = \eta [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T] + \left[ \left( \eta^b - \frac{2}{3} \eta \right) (\nabla \cdot \mathbf{v}) - p \right] \mathbf{I} \quad (۴)$$

ضریب  $\eta$  بیانگر گرانشی برشی دینامیکی و ضریب  $\eta^b$  گرانشی حجمی دینامیکی یک سیال تراکم ناپذیر است. همچنین  $\mathbf{I}$  ماتریس واحد و  $p$  نمایانگر میدان فشار سیال است. معادله (۳) رابطه انتقال حرارتی، بقای انرژی سیستم را نشان می‌دهد.

$\rho \varepsilon + \frac{1}{2} \rho v^2$  چگالی جریان انرژی است. منظور از  $\varepsilon$  انرژی داخلی در واحد جرم سیال و  $k^{th}$  رسانش گرمایی سیال است. با توجه به این که در پدیده استریمینگ آکوستیکی لایه مرزی اثرات دما در مقایسه با گرانشی ناچیز است و لایه مرزی حرارتی تشکیل شده در مقایسه با لایه مرزی گرانشی، نازک‌تر است، می‌توان از اثرات دمایی صرف‌نظر کرد [۱۱]. لایه مرزی گرانشی سیستم یا لایه استوکس در شرایط مرزی غیرلغزشی در سطح مقطع جامد و سیال به وجود می‌آید و نقش مؤثری در تشکیل گردابه‌ها و الگوی جریان آکوستیکی سیال در داخل میکروکانال دارد. ضخامت این لایه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\delta_v = \sqrt{2\nu/\omega} \quad (۵)$$

که در اینجا  $\nu = \eta/\rho$  گرانشی سیال و  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای موج صوتی فرودی است. با توجه به غیرخطی بودن پدیده آکوستوفورزی، لازم است برای حل معادلات فوق روش‌های تقریبی به کار رود تا بتوان نیروهای مربوطه را

محاسبه نمود. یکی از روش‌های پیشنهاد شده، روش اختلال است به شکلی که میدان آکوستیکی خارجی به عنوان اختلال سیستم پایا محسوب شود و همه میدان‌های درگیر، تا مرتبه دوم اختلال به شکل  $g = g_0 + g_1 + g_2$  بسط داده شوند [۱۱]. برای یک محیط که در آن سرعت صوت برابر  $c_0$  باشد، پارامتر اختلال بر اساس کمیت بدون بعد ماخ قابل تعریف است

$$Ma = v_1/c_0 = |\rho_1|/\rho_0 \ll 1 \quad (۶)$$

که در آن چگالی سیال در حالت تعادل و  $\rho_1$  اولین جمله اختلالی چگالی سیال است. امواج فراصوت در حجم سیال رفتاری بسیار مشابه با شرایط بی‌دررو یا آنتروپی ثابت دارند. کمیت فشار بر حسب چگالی با فرض آنتروپی ثابت سیستم، به صورت  $p(\rho) = p_0 + (\partial p/\partial \rho)_s \rho_1$  تا مرتبه اول قابل بسط است. ضریب  $(\partial p/\partial \rho)_s$  بعد مجذور سرعت دارد. از طرفی تراکم پذیری یک سیال بی‌دررو از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\kappa_s = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s \quad (۷)$$

بنابراین فشار در مرتبه اول اختلال رابطه‌ی خطی با چگالی خواهد داشت. [۱۱]

$$p_1 = c_0^2 \rho_1 = \frac{1}{\rho_0 \kappa_s} \rho_1 \quad (۸)$$

اگر میدان‌های صوتی که به صورت اختلال‌های کوچکی به سیستم اعمال شده‌اند، به صورت هارمونیک ساده باشند شکل معادلات برای میدان‌های صوتی در مرتبه اول اختلال به این صورت خواهد بود [۲۶]

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_1 - i\omega \kappa_s p_1 = 0 \quad (۹)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 + i\omega \rho_0 \mathbf{v}_1 = 0 \quad (۱۰)$$

تانسور تنش کوشی در مرتبه اول اختلال برابر است با

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = \boldsymbol{\tau}_1 - p_1 \mathbf{I} = \eta_0 [\nabla \mathbf{v}_1 + (\nabla \mathbf{v}_1)^T] + \left[ \left( \eta_0^b - \frac{2}{3} \eta_0 \right) (\nabla \cdot \mathbf{v}_1) - p \right] \mathbf{I} \quad (۱۱)$$

در مرتبه دوم اختلال نیز متوسط زمانی معادلات سیستم به این شکل خواهند بود [۲۶]

$$(12)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_2 \rangle + \kappa_s \langle \mathbf{v}_1 \cdot \nabla p_1 \rangle = 0 \quad (13)$$

$$\nabla \cdot [\langle \boldsymbol{\sigma}_2 \rangle - \rho_0 \langle \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1 \rangle] = 0$$

تانسور تنش کوشی در مرتبه دوم اختلال برابر است با

$$\boldsymbol{\sigma}_2 = \langle \boldsymbol{\tau}_2 \rangle - \langle p_2 \rangle \mathbf{I} = \langle \eta_0 [\nabla \mathbf{v}_2 + (\nabla \mathbf{v}_2)^T] \rangle + \left[ \left( \eta_0^b - \frac{2}{3} \eta_0 \right) (\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_2 \rangle) - \langle p_2 \rangle \right] \mathbf{I} \quad (14)$$

با حل معادلات حرکت در مرتبه اول و دوم اختلال، نیروهای آکوستوفورزی که به یک ذره با شعاع  $a$  وارد می‌شود به دست خواهد آمد. نیروی تابش آکوستیکی وارد بر یک ذره که شعاع آن بسیار کوچک‌تر از طول موج آکوستیکی وارد بر سیستم باشد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F}_{rad} = -\pi a^3 \left[ \frac{2}{3} \kappa_s Re(f_1^* p_1^{*in} \nabla p_1^{in}) - \rho_0 Re(f_2^* \mathbf{v}_1^{*in} \cdot \nabla \mathbf{v}_1^{in}) \right] \quad (15)$$

که در آن  $p_1^{in}$  و  $\mathbf{v}_1^{in}$  میدان‌های صوتی فرودی در مرتبه‌ی اول و  $f_1$  و  $f_2$  نیز به ترتیب ضرایب تک قطبی و دوقطبی پراکندگی از یک ذره‌ی معلق در سیال هستند

$$f_1(\tilde{\kappa}) = 1 - \tilde{\kappa} \quad , \tilde{\kappa} = \kappa_p / \kappa_s \quad (16)$$

$$f_2(\tilde{\rho}, \tilde{\delta}) = \frac{2[1 - \Gamma(\tilde{\delta}_v)](\tilde{\rho} - 1)}{2\tilde{\rho} + 1 - 3\Gamma(\tilde{\delta}_v)} \quad , \tilde{\rho} = \rho_p / \rho_0 \quad (17)$$

$$\Gamma(\tilde{\delta}) = -\frac{3}{2} [1 + i(1 + \tilde{\delta}_v)] \tilde{\delta}_v \quad , \tilde{\delta}_v = \delta_v / a \quad (18)$$

$\kappa_p$  تراکم پذیری ذره و  $\rho_p$  چگالی ذره مورد مطالعه است. متوسط زمانی نیروی رانش استریمینگ آکوستیکی برای ذره‌ای با شعاع  $a$  که با سرعت  $u$  حرکت کند نیز از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mathbf{F}_{drag} = 6\pi\eta_0 a (\langle \mathbf{v}_2 \rangle - \mathbf{u}) \quad (19)$$

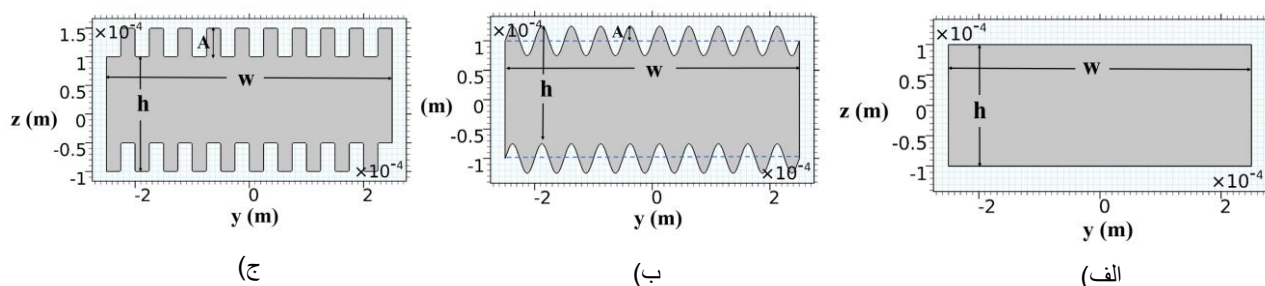
این که کدامیک از نیروهای آکوستوفورزی بر دیگری غالب باشد، تعیین کننده مسیر نهایی ذرات داخل میکروکانال خواهد بود.

### روش حل عددی و شرایط مرزی سیستم

در مقاله حاضر سطح مقطع دوبعدی در صفحه  $yz$  برای دو هندسه سینوسی و دنداندار مورد مطالعه قرار گرفته است و نتایج به دست آمده از آن‌ها با نتایج مربوط به میکروکانال مستطیلی مقایسه شده‌اند. ارتفاع و پهنای مؤثر میکروکانال‌ها به ترتیب برابر  $200\ \mu\text{m}$  و  $500\ \mu\text{m}$  است. در هندسه سینوسی، مرزهای بالا و پایین از رابطه زیر پیروی می‌کنند

$$z = \pm \left(\frac{h}{2}\right) \pm A \sin\left(\frac{2m\pi y}{w}\right) \quad (20)$$

که در این رابطه،  $A$  نشانگر دامنه و  $m$  به صورت قراردادی نشان دهنده تعداد قله های مرزهای سینوسی شکل است. علامت  $\pm$  اول مکان دیواره‌های سینوسی را تعیین می‌کند و علامت  $\pm$  هم فاز یا آینه‌ای بودن دیواره‌های بالا و پایین را نشان می‌دهد. در هندسه دنداندار،  $A$  ارتفاع هر دندان است. برای مقایسه مناسب‌تر، تعداد دندانها مساوی قله‌های سطح سینوسی در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱: الف) سطح مقطع میکروکانال مستطیلی در صفحه  $yz$  با ارتفاع  $200\ \mu\text{m}$  و پهنای  $500\ \mu\text{m}$ . ب) سطح مقطع یک میکروکانال با دیواره‌های سینوسی هم‌فاز. ج) سطح مقطع یک میکروکانال با دیواره‌های دنداندار همسان. دیواره‌های بالا و پایین در راستای  $z$  با فرکانس  $f = c_0/2h$  و دامنه  $d=0/1\ \text{nm}$  نوسان می‌یابند.

معادلات حرکت سیستم با استفاده از نرم افزار کامسول نسخه 5.2a با روش المان محدود حل می‌شوند. به علت انعطاف بیشتری که تعریف معادلات در ماژول ویک فرم فراهم می‌آورد، از ماژول mathematics-weak-form-PDE استفاده شده است. مراحل کار به این شکل است که ابتدا معادلات حرکت سیستم در مرتبه اول و دوم اختلال به صورت روابط جریان یعنی  $\nabla \cdot J + F = 0$  نوشته می‌شوند. در مجموع چهار معادله جفت شده برای حل چهار مجهول

$\langle p_2 \rangle, \langle v_2 \rangle$  داریم. بعد از اعمال شرایط مرزی سیستم مورد مطالعه، این معادلات به کمک تابع آزمون و چندجمله‌ای‌های لاگرانژ توسط نرم افزار حل می‌شود. شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای این سیستم، شار صفر به صورت  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$  است. به این معنا که جریان سیال به محیط مورد مطالعه وارد یا از آن خارج نمی‌شود. همچنین دیواره‌های بالا و پایین در همه حالت‌ها (تخت، سینوسی و دنداندار) در راستای  $z$  با دامنه بسیار کوچک  $d = 0.1 \text{ nm}$  و فرکانس زاویه‌ای  $\omega$  نوسان دارند. شرایط مرزی سرعت‌ها در مرتبه اول اختلال به این صورت قابل تعریف است

$$\begin{aligned} v_{y1} = 0, v_{z1} = v_{bc} \sin \omega t, & \quad (20) \\ v_{y1} = 0, v_{z1} = 0, & \quad \text{راست و چپ} \end{aligned}$$

که  $v_{bc} = \omega d$  دامنه سرعت نوسان دیواره‌ها و  $\omega = 2\pi f$  فرکانس زاویه‌ای امواج صوتی است. شرایط مرزی در مرتبه دوم اختلال نیز به این صورت خواهد بود

$$\begin{aligned} v_{y2} = 0, v_{z2} = -\frac{\langle \rho_1 v_{z1} \rangle}{\rho_0}, & \quad (21) \\ v_{y2} = 0, v_{z2} = 0, & \quad \text{راست و چپ} \end{aligned}$$

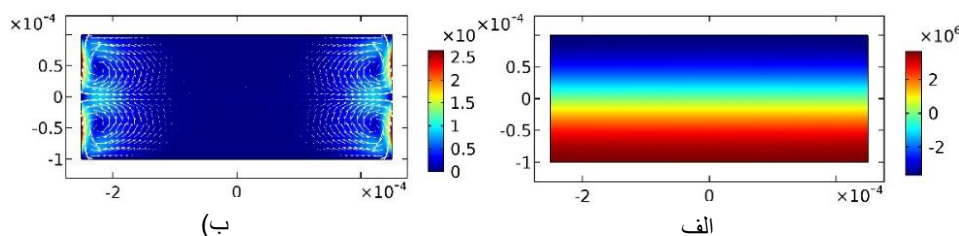
در شبیه‌سازی پدیده آکوستوفورزی با گستره‌ی وسیعی از شاخصه‌های طول و زمان مواجه هستیم. طول مشخصه از اندازه یک شیء در حال ارتعاش که در سیستم‌های میکرو شماره در حدود میلیمتر است تا ضخامت میکرونی لایه مرزی صوتی به اندازه چندین مرتبه بزرگی تغییر می‌کند. بنابراین مش بندی سیستم‌های آکوستوفورزی به ویژه در مرزها لازم است به حد کافی کوچک باشد. در هندسه سینوسی، دیواره‌های مجاور با ضخامت  $10\delta_v$  با بیشینه مش بندی  $0.25\mu\text{m}$  و محیط بالک با بیشینه مش بندی  $10\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. و در هندسه دنداندار دیواره‌های مجاور با بیشینه مش بندی  $0.5\mu\text{m}$  و محیط بالک با بیشینه مش بندی  $10\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. در شرایط ذکر شده اگر سرعت رشد مش‌ها  $1/3$  باشد همگرایی مناسبی به دست خواهد آمد. همچنین در محاسبات انجام شده، سیال داخل میکروکانال‌ها را آب در دمای  $25^\circ\text{C}$  و فشار  $p_0 = 0.1013 \text{ MPa}$  در نظر گرفته ایم. کمیت‌های فیزیکی آب در این دما و فشار در جدول ۱ نمایش داده می‌شود.

جدول ۱. برخی کمیت‌های فیزیکی مربوط به آب در دمای  $25^\circ\text{C}$  و فشار  $p_0 = 0.1013 \text{ MPa}$  [۲۶]

واحد	مقدار	نماد علمی	کمیت فیزیکی
$\text{Kg/m}^3$	$997.0 \times 10^2$	$\rho$	چگالی جرمی
$\text{m/s}$	$1497 \times 10^2$	$c$	سرعت صوت داخل سیال
$\text{Pa.s}$	$1/900 \times 10^{-10}$	$\eta$	گرانروی برشی دینامیکی
$\text{Pa.s}$	$2/485 \times 10^{-10}$	$\eta^b$	گرانروی حجمی دینامیکی

### نتایج و بحث

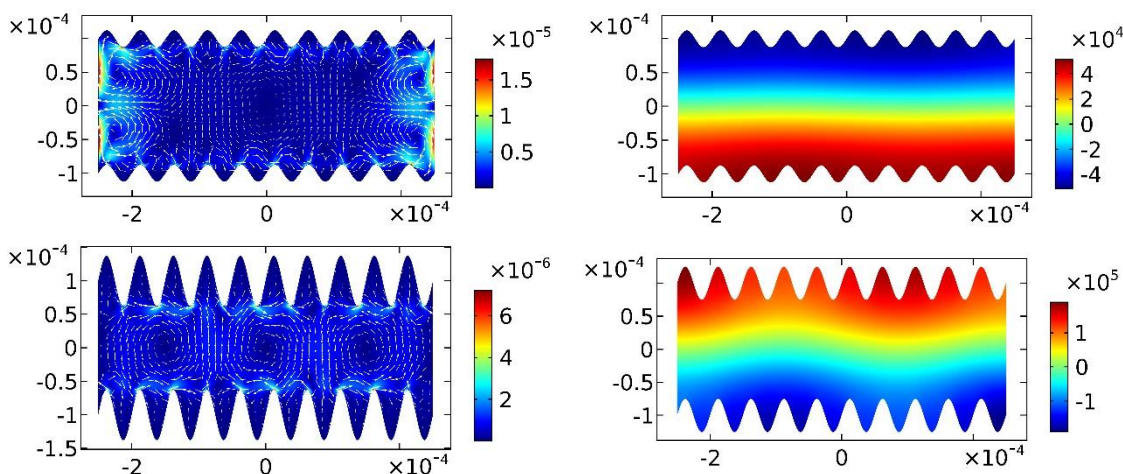
ابتدا یک سطح مقطع مستطیلی با ارتفاع  $200\ \mu\text{m}$  و پهنای  $500\ \mu\text{m}$  را در نظر می‌گیریم. اگر امواج فراصوت با فرکانس تشدید  $f = c_0/2h$  و دامنه نوسانی بسیار کوچک  $d = 0.1\ \text{nm}$  در راستای  $z$  بر دیواره‌های بالا و پایین اعمال شود، طبق انتظاری که از مطالعات عددی انجام شده توسط مولر و همکارانش نیز وجود دارد [۲۰]، مطابق شکل ۲ لایه مرزی گرانبوی در مجاورت دیواره‌های راست و چپ تشکیل خواهد شد. در نتیجه این اتفاق، گردابه‌های استریمینگ



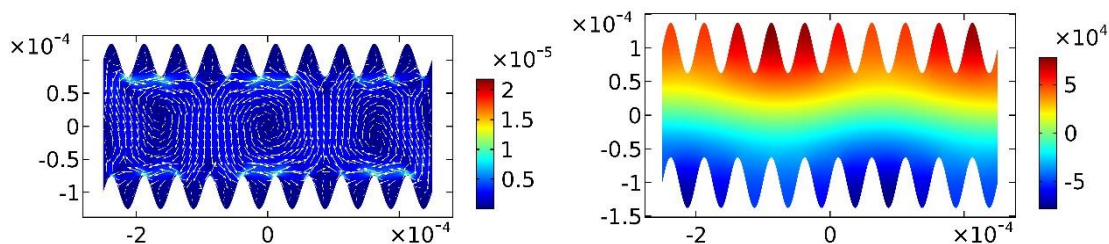
شکل ۲: الف) پروفایل فشار مرتبه اول  $p_1$  و ب) متوسط زمانی پروفایل سرعت مرتبه دوم  $\langle v_2 \rangle$  در سطح مقطع میکروکانال مستطیلی شکل با ارتفاع  $200\ \mu\text{m}$  و پهنای  $500\ \mu\text{m}$  که دیواره‌های بالا و پایین با فرکانس  $f = c_0/2h$  و دامنه  $d = 0.1\ \text{nm}$  در نوسان هستند. جریان سرعت استریمینگ مرتبه دوم نشان‌دهنده مسیر پایای جریان سیال تحت تأثیر میدان صوتی است.

آکوستیکی که جریان سیال را نشان می‌دهند نیز در مجاورت لایه مرزی تشکیل می‌شوند.

در ادامه، سطح مقطع میکروکانال با دیواره‌های سینوسی شکل را مورد بررسی قرار می‌دهیم. اگر هندسه سینوسی شامل ۱۰ دوره تناوب کامل باشد، نتایج شبیه‌سازی به ترتیب برای دامنه‌های هندسی  $12/5\ \mu\text{m}$  و  $25\ \mu\text{m}$  و  $37/5\ \mu\text{m}$  وقتی دیواره‌های بالا و پایین با همان فرکانس تشدید مستطیلی و دامنه نوسانی  $d = 0.1\ \text{nm}$  به ارتعاش در بیابند مطابق شکل ۳ به دست می‌آید.

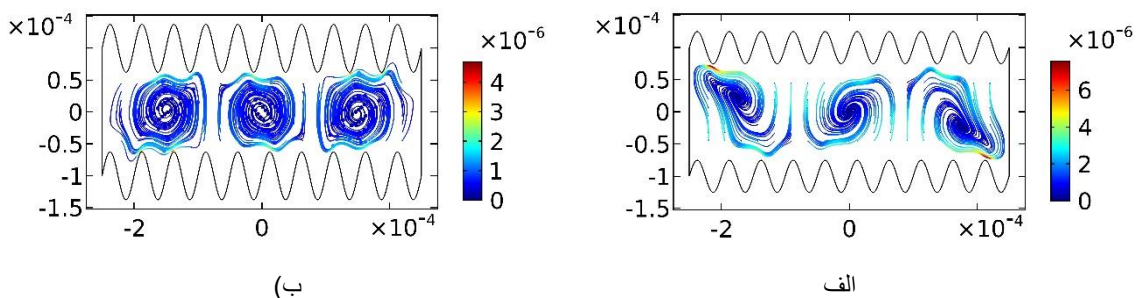






شکل ۳: پروفایل‌های میدان فشار مرتبه اول  $p_1$  (ستون سمت راست) و متوسط زمانی سرعت مرتبه دوم  $\langle v_2 \rangle$  (ستون سمت چپ) در سطح مقطع میکروکانالی با دیواره‌های هم فاز سینوسی شکل با دامنه‌های هندسی  $12/5 \mu\text{m}$  و  $25 \mu\text{m}$  و  $37/5 \mu\text{m}$  (به ترتیب از بالا به پایین). دیواره‌های سینوسی با فرکانس  $f = c_0/2h$  و دامنه  $d = 0/1 \text{ nm}$  در راستای عمود در نوسان هستند.

بر این اساس، اثر انحنای دیواره‌ها خود را به صورت تشکیل گردابه‌های استریمینگ صوتی جدید نشان می‌دهند. در ابعاد ذکر شده وقتی دامنه هندسی سینوسی دیواره‌ها به اندازه  $25 \mu\text{m}$  باشد، سه گردابه بزرگتر که سطح مقطع را فرا می‌گیرند قابل مشاهده اند. همچنین سه گردابه ظاهر شده در هندسه سینوسی، پایداری قابل قبولی دارند به شکلی که با افزایش دامنه هندسی، اگرچه از سرعت جریان استریمینگ آکوستیکی ایجاد شده کاسته می‌شود اما طرح پروفایل جریان سرعت سیال تغییر چشمگیری نخواهد داشت. در طرح سه گردابه تمرکز ذرات بسیار ریز در سه نقطه با فاصله از هم در سطح مقطع میکروکانال امکان پذیر خواهد بود. از این نوع میکروکانال می‌توان برای به تله انداختن میکرو ذرات یا جداسازی آن‌ها استفاده کرد. مسیر ذرات با شعاع  $500 \text{ nm}$  در میکروکانال سینوسی با دامنه  $25 \mu\text{m}$  و  $37/5 \mu\text{m}$



شکل ۴: مسیر و سرعت حرکت ذرات با شعاع  $500 \text{ nm}$  در میکروکانال سینوسی شکل پس از ۳۰۰ ثانیه برای دامنه‌های الف)  $25 \mu\text{m}$  و ب)  $37/5 \mu\text{m}$ .

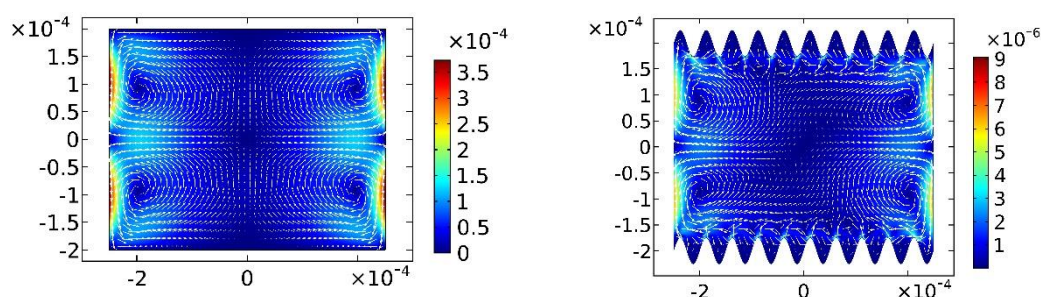
پس از ۳۰۰ ثانیه در شکل ۴ نمایش داده شده است.

برای تعیین مسیر حرکت ذرات، در شبیه سازی انجام شده از ذرات پلی استایرن با شعاع  $500 \text{ nm}$  یا  $1 \mu\text{m}$  استفاده شده است که برخی کمیت‌های فیزیکی به کار رفته در محاسبات، در جدول ۲ نمایش داده شده اند.

جدول ۲: برخی کمیت‌های فیزیکی مربوط به ذرات پلی استایرن [۲۰]

واحد	مقدار	نماد علمی	کمیت فیزیکی
Kg/m <sup>3</sup>	۱۰۵۰	$\rho_p$	چگالی جرمی ذره
m/s	۲۳۵۰	$c_p$	سرعت صوت داخل ذره
1/Pa	$۲/۴۹ \times ۱۰^{-۱۰}$	$k_p$	تراکم پذیری بی‌دررو

باید توجه داشت که گردابه‌های سه‌گانه مستقیماً در اثر شکل هندسی مرزهای میکروکانال به وجود آمده‌اند. در تأیید این مطلب، اگر ارتفاع میکروکانال بزرگتر شود، اثری از این گردابه‌ها دیده نمی‌شود. بلکه طرح گردابه‌های استریمینگ صوتی به حالت تخت نزدیک‌تر خواهد شد.

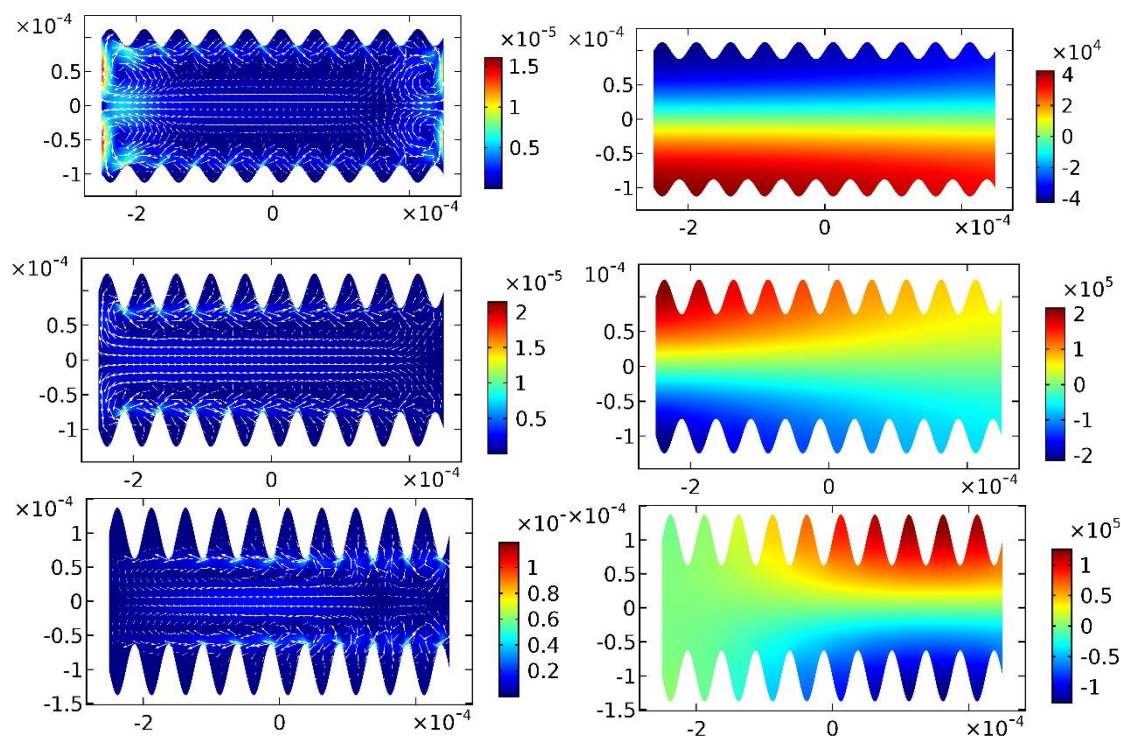


(ب)

الف

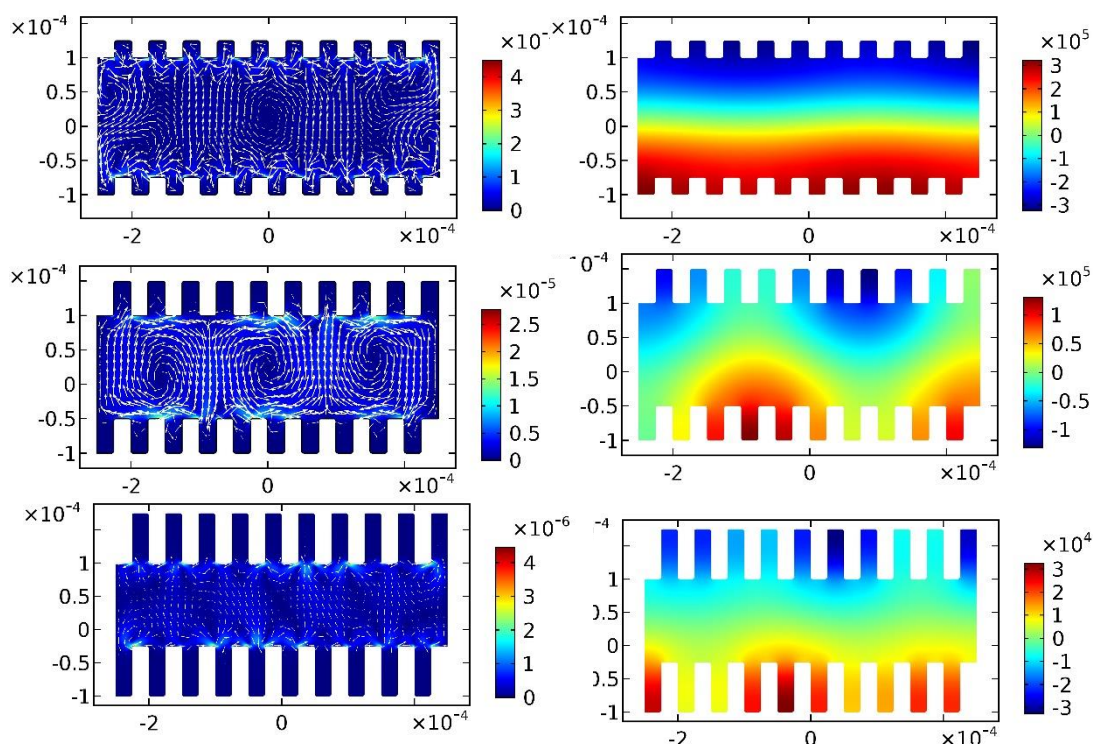
شکل ۵: مقایسه طرح استریمینگ سطح مقطع مستطیلی (الف) و سینوسی شکل (ب) با ارتفاع  $400 \mu m$  و پهنای  $500 \mu m$ .

نتایج دیگری که تأیید کننده اثر خاص دیواره‌ها در ایجاد طرح سه‌گردابه در مرکز میکروکانال هستند آن است که اگر دیواره‌های مقابل، به جای هم فاز بودن در فاز هندسی، غیر هم فاز و به شکل آینه‌ای باشند، اثری از این گردابه‌ها دیده نمی‌شود و در عوض با طرح جریان‌های استریمینگ سراسری دیگری روبرو خواهیم بود. نتایج این محاسبات در شکل ۶ به نمایش در آمده است.



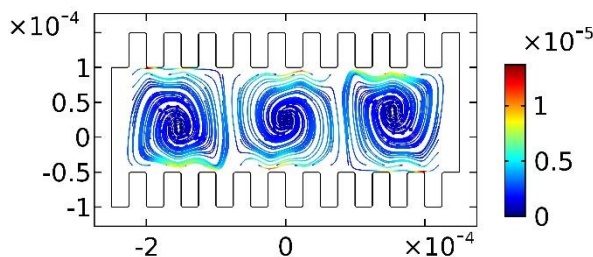
شکل ۶: پروفایل‌های میدان فشار مرتبه اول  $p_1$  (ستون سمت راست) و متوسط زمانی سرعت مرتبه دوم  $\langle v_2 \rangle$  (ستون سمت چپ) در سطح مقطع میکروکانال‌هایی با دیواره‌های غیر هم فاز آینه‌ای سینوسی شکل با دامنه‌های هندسی  $12/5 \mu\text{m}$  و  $25 \mu\text{m}$  و  $37/5 \mu\text{m}$  (به ترتیب از بالا به پایین). دیواره‌های سینوسی با فرکانس  $f = c_0/2h$  و دامنه  $d = 0.1 \text{ nm}$  در راستای عمود در نوسان هستند.

بر اساس نتایج به دست آمده به جای طرح سه گردابه، مسیر سیال از یک سمت به سمت مقابل است به شکلی که سیال و تمامی ذراتی که سایز آن‌ها از شعاع بحرانی کوچکتر باشد، از یک سمت سطح مقطع به سمت مقابل آن در جهت مرجحی جاروب خواهند شد. این پدیده نیز به نوبه خود می‌تواند کاربردهای خاص خود را پیدا کند. به عنوان مثال می‌تواند مخلوط شدن دو سیال با یکدیگر را تسریع ببخشد. ر محاسبات عددی مشابه را برای سطح مقطع دنداندار دنبال کنیم، خواهیم دید که طرح سه گردابه برای این هندسه نیز قابل مشاهده است. برای مقایسه بهتر، ارتفاع دندانها ۲ برابر با دامنه سینوسی در نظر گرفته شده است. اگر هندسه دنداندار شامل ۱۰ دوره تناوب کامل باشد، نتایج شبیه‌سازی به ترتیب برای ارتفاع پله  $25 \mu\text{m}$  و  $37/5 \mu\text{m}$  و  $50 \mu\text{m}$  وقتی دیواره‌های بالا و پایین با فرکانس تشدید مستطیلی و دامنه نوسانی بسیار کوچک  $d = 0.1 \text{ nm}$  به ارتعاش در بیاید، در شکل ۷ نمایش داده شده است. در ابعاد ذکر شده وقتی ارتفاع پله به اندازه  $25 \mu\text{m}$  باشد، سه گردابه بزرگتر که سطح مقطع را فرا می‌گیرند با همان مرتبه بزرگی که در سطح مقطع سینوسی قابل مشاهده بود، دیده می‌شوند.



شکل ۷: پروفایل‌های میدان فشار مرتبه اول  $p_1$  (ستون راست) و متوسط زمانی سرعت مرتبه دوم  $\langle v_2 \rangle$  (ستون سمت چپ) در سطح مقطع میکروکانال‌های دندانه‌دار با ارتفاع دندانه‌های  $20\ \mu m$  و  $37\ \mu m$  و  $50\ \mu m$  (به ترتیب از بالا به پایین). دیواره‌های دندانه‌دار با فرکانس  $f = c_0/2h$  و دامنه  $d = 0.1\ \text{nm}$  در راستای عمود در نوسان هستند.

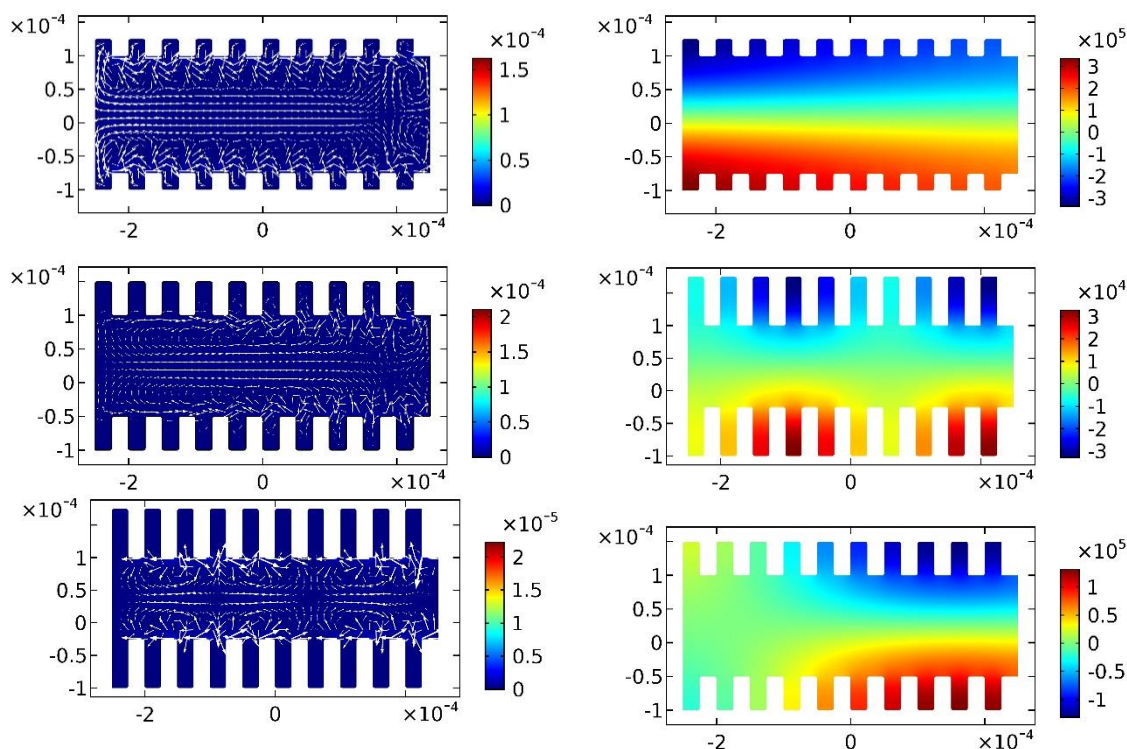
مسیر حرکت ذرات با شعاع  $1\ \mu m$  پس از ۱۰۰ ثانیه برای زمانی که ارتفاع دندانه برابر  $37\ \mu m$  باشد در شکل ۸ نمایش داده شده است.



شکل ۸: مسیر و سرعت حرکت ذرات با شعاع  $1\ \mu m$  در میکروکانال دندانه‌دار با دامنه‌های  $37\ \mu m$  پس از ۱۰۰ ثانیه.

محاسبات عددی مربوط به هندسه دندانه‌دار را برای حالتی که دندانه‌ها به صورت آینه‌ای مقابل یکدیگر قرار گرفته باشند نیز تکرار می‌کنیم. نتیجه به دست آمده نشان می‌دهد که برای سطح مقطع دندانه‌دار نیز تقارن یا عدم تقارن دندانه‌های دیواره‌ها اثرگذاراند. مشابه نتایجی که در هندسه سینوسی به دست آمده بود، شکل ۹ نشان می‌دهد که در





شکل ۹: پروفایل‌های میدان فشار مرتبه اول  $p_1$  (ستون سمت راست) و متوسط زمانی سرعت مرتبه دوم  $(v_2)$  (ستون سمت چپ) در سطح مقطع میکروکانال‌هایی با دیواره‌های غیر هم فاز دندانه‌دار با ارتفاع دندانه‌های  $25\ \mu\text{m}$  و  $37.5\ \mu\text{m}$  و  $50\ \mu\text{m}$  (به ترتیب از بالا به پایین). دیواره‌های دندانه‌دار با فرکانس  $f = c_0/2h$  و دامنه  $d = 0.1\ \text{nm}$  در راستای عمود در نوسان هستند.

هندسه دندانه‌دار به جای طرح سه گردابه، مسیر سرعت سیال با ۱۰ مرتبه بزرگی بیشتر از یک سمت به سمت مقابل است به شکلی که سیال و تمامی ذراتی که سایز آن‌ها از شعاع بحرانی کوچکتر باشد، از یک سمت سطح مقطع به سمت مقابل آن در جهت مرجعی جاروب خواهند شد.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله به اثر هندسه دیواره سینوسی و دندانه‌دار میکروکانال‌ها در تشکیل طرح گردابه‌های از مرتبه ابعاد عرض میکروکانال تحت تأثیر میدان فراصوت پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهند که ارتفاع دامنه‌ها یا هم‌فاز بودن یا آینه‌ای بودن دیواره‌ها در تشکیل یا عدم تشکیل گردابه‌های بزرگ مرکزی مؤثر هستند. از طرف دیگر به نظر می‌رسد تفاوت چشمگیری به غیر از مرتبه بزرگی سرعت‌ها در هندسه سینوسی و دندانه‌دار وجود ندارد. میکروکانال‌ها کاربردهای وسیعی در علوم زیستی و دارویی پیدا کرده‌اند و طرح هندسی مطالعه شده در این مقاله می‌تواند در شرایطی که گردابه‌های بزرگ در مرکز میکروکانال تشکیل می‌شوند برای متمرکز ساختن ذرات زیر میکرونی در نقاط مشخص به کار

برود. از طرفی در شرایطی که به جای طرح گردابه های بزرگ با طرح سرعت سیال از یک سمت به سمت مقابل کانال روبه‌رو هستیم، میدان فراصوتی در جاروب کردن افقی ذرات مؤثر است بدون اینکه سیال قبل از اعمال میدان فراصوت در حال حرکت بوده باشد.

### منابع

1. Augustsson P., Magnusson C., Nordin M., Lilja H., Laurell T., "Microfluidic, label-free enrichment of prostate cancer cells in blood based on acoustophoresis", *Anal Chem.*, 84 (2012) 7954-7962.
2. Antfolk M., Magnusson C., Augustsson P., Lilja H., Laurell T., "Acoustofluidic, label-free separation and simultaneous concentration of rare tumor cells from white blood cells", *Anal Chem.*, 87 (2015) 9322-9328.
3. Wiklund M., "Acoustofluidics 12: Biocompatibility and cell viability in microfluidic acoustic resonators", *Lab Chip.*, 12 (2012) 2018-2028.
4. Petersson F., Nilsson A., Holm C., Jönsson H., Laurell T., "Separation of lipids from blood utilizing ultrasonic standing waves in microfluidic channels", *Analyst.*, 129 (2004) 938-943.
5. Lenshof A., Ahmad-Tajudin A., Järås K., et al., "Acoustic whole blood plasmapheresis chip for prostate specific antigen microarray diagnostics", *Anal Chem.*, 81(2009) 6030-6037.
6. Antfolk M., Muller P.B., Augustsson P., Bruus H., Laurell T., "Focusing of sub-micrometer particles and bacteria enabled by two-dimensional acoustophoresis", *Lab Chip.*, 14 (2014) 2791-2799.
7. Hammarström B., Nilson B., Laurell T., Nilsson J., Ekström S., "Acoustic trapping for bacteria identification in positive blood cultures with MALDI-TOF MS", *Anal Chem.*, 86 (2014) 10560-10567.
8. Yazdi S., Ardekani A.M., "Bacterial aggregation and biofilm formation in a vortical flow", *Biomicrofluidics.*, 6 (2012) 44114.
9. Evander M., Johansson L., Lilliehorn T., et al., "Noninvasive acoustic cell trapping in a microfluidic perfusion system for online bioassays", *Anal Chem.*, 79 (2007) 2984-2991.

10. Topal T., Hong X., Xue X., et al., "Acoustic Tweezing Cytometry Induces Rapid Initiation of Human Embryonic Stem Cell Differentiation", *Sci Rep.*, 8 (2018) 12977.
11. Laurell T., Lenshof A., "Microscale Acoustofluidics", Royal Society of Chemistry, (2014).
12. Bruus H., Dual J., Hawkes J., et al., "Forthcoming Lab on a Chip tutorial series on acoustofluidics: Acoustofluidics—exploiting ultrasonic standing wave forces and acoustic streaming in microfluidic systems for cell and particle manipulation", *Lab Chip.*, 11 (2011) 3579-3580.
13. King L. V., "On the acoustic radiation pressure on spheres", In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol 147. The Royal Society, (1934) 212-240.
14. Yosioka K., Kawasima Y., "Acoustic radiation pressure on a compressible sphere", *Acta Acust united with Acust.*, 5 (1955) 167-173.
15. Gor'Kov L.P., "On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid", In: *Soviet Physics Doklady*, Vol 6., (1962) 773.
16. Doinikov A.A., "Acoustic radiation force on a spherical particle in a viscous heat-conducting fluid. I", General formula. *J Acoust Soc Am.*, 101 (1997) 713-721.
17. Rayleigh, L., "On the circulation of air observed in Kundt's tubes, and on some allied acoustical problems", *Philos Trans R Soc London.*, 175 (1884) 1-21.
18. Schlichting H., Gersten K., Krause E., Oertel H., "Boundary-Layer Theory", Vol 7. Springer, (1955).
19. Muller P.B., Rossi M., Marín Á.G., et al., "Ultrasound-induced acoustophoretic motion of microparticles in three dimensions", *Phys Rev E.*, 88 (2013) 23006.
20. Muller P.B., Barnkob R., Jensen M.J.H., Bruus H., "A numerical study of microparticle acoustophoresis driven by acoustic radiation forces and streaming-induced drag forces", *Lab Chip.*, 12 (2012) 4617-4627.
21. Nama, N., Huang, P.-H., Huang, T. J., and Costanzo, F., "Investigation of acoustic streaming patterns around oscillating sharp edges", *Lab Chip.*, 14 (2014) 2824-2836.

22. Huang P-H., Xie Y., Ahmed D., et al., “An acoustofluidic micromixer based on oscillating sidewall sharp-edges”, *Lab Chip.*,13 (2013) 3847-3852.
23. Huang P-H., Nama N., Mao Z., et al., “A reliable and programmable acoustofluidic pump powered by oscillating sharp-edge structures”, *Lab Chip.*, 14 (2014) 4319-4323.
24. Feng L., Song B., Zhang D., Jiang Y., Arai F., “On-Chip Tunable Cell Rotation Using Acoustically Oscillating Asymmetrical Microstructures”, *Micromachines.*, 9 (2018) 596.
25. Bach J.S., Bruus H., “Theory of pressure acoustics with viscous boundary layers and streaming in curved elastic cavities”, *J Acoust Soc Am.*, 144 (2018) 766-784.
26. Muller P.B., Bruus H., “Theoretical study of time-dependent, ultrasound-induced acoustic streaming in microchannels”, *Phys Rev E.*, 92 (2015) 63018.