

## بررسی تورم میانی - لگاریتمی میدان‌های کانونیک روی شامه

الهه نوایی نیک، وحید کمالی\*؛  
دانشگاه بوعلی سینا، دانشکده فیزیک

پذیرش: ۹۷/۵/۲۱

دریافت: ۹۶/۵/۱۰

### چکیده

در این مقاله تورم میانی-لگاریتمی<sup>۱</sup>، با استفاده از میدان های اسکالرکانونیک<sup>۲</sup> بر روی شامه<sup>۳</sup> بررسی شده است. با استفاده از شرایط غلتش آرام معادلات حرکت برای میدان کانونیک به دست آمده و با استفاده از پارامترهای اختلال نتایج به مشاهدات و داده‌های پلانک ارتباط داده شده است. نتایج این مدل با مشاهدات همخوانی دارد.

**واژگان کلیدی:** تورم میانی، لگاریتمی، شامه، میدان کانونیک

### مقدمه

مهم‌ترین مدل شناخته شده برای سیر تکامل عالم، مدل کیهان‌شناسی استاندارد مهبانگ<sup>۴</sup> است که این مدل با محدودیت‌هایی مواجه است و توانایی توضیح آن‌ها را ندارد. این محدودیت‌ها نظیر مشکل تختی<sup>۵</sup>، مشکل افق<sup>۶</sup> و مشکل تک قطبی<sup>۷</sup> است که برای حل این مشکلات مدلی به نام تورم<sup>۸</sup> ارائه شد [۱] که توانایی حل این محدودیت‌ها را دارد. بیان مشکل تختی بدین شکل است: مادامی که عالم دارای چگالی بحرانی باشد، هندسه عالم تخت خواهد بود از طرفی مشاهدات و داده‌های رصدی نشان می‌دهند که اختلاف  $\Omega$  (نسبت چگالی عالم به چگالی بحرانی) با یک بسار کوچک و از مرتبه یک صدم است. نتیجه این که با تقریب خوبی عالم تخت است و برای این که این مرتبه انحراف از یک در زمان حال به دست آید بایستی  $\Omega$  در دوران ابتدای عالم با مرتبه بسیار کوچک‌تری به یک نزدیک باشد. پس برای این که عالم به شکل امروزی خود درآید به تنظیم ظریف (Fine-Tuning) در اوایل عمر کیهان نیاز داریم. اگر این تنظیم با دقت

---

\*نویسنده مسئول: vkamali@basu.ac.ir

- 1-Logamediate Inflation
- 2-Canonical Scalar
- 3-Brane
- 4-Big Bang
- 5- Flatness Problem
- 6- Horizon Problem
- 7- Monopole Problem
- 8- Inflation

صورت نگیرد امکان به وجود آمدن ۲ حالت در سیر تکامل عالم وجود دارد: ۱- یا جهان مدت‌ها پیش در هم فرو ریخته و پایان یافته بود و یا ۲- قبل از تشکیل ساختارها منبسط می‌شود و جهان، عاری از ماده و ساختارهای بزرگ مقیاس بود. به این مشکل مسأله تختی گفته می‌شود. در هنگام تورم در کسری از ثانیه جهان دارای انبساط بسیار تند شونده است؛ پس در نتیجه:

$$\ddot{a} > 0 \rightarrow \frac{d}{dt} \dot{a} > 0 \rightarrow \frac{d}{dt} (aH) > 0 \rightarrow \frac{d}{dt} (aH)^2 \gg 0$$

و در نهایت مخرج کسر  $(\Omega - 1) = \frac{k}{a^2 H^2}$  در دوره تورم با زمان افزایش پیدا کرده و انحراف  $\Omega$  از یک با سرعت بسیار زیادی کاهش می‌یابد. در نتیجه اثر آن تا به امروز باقی خواهد ماند و در این دوران با تقریب خوبی عالم به صورت تخت مشاهده می‌شود. مسأله بعدی که نظریه مهبانگ قادر به توضیح آن نیست مشکل افق است. بدین معنی که ارتباط عجیبی بین نقاط مختلف عالم برقرار است از طرفی با توجه به محدود بودن سرعت نور و عمر عالم، زمان لازم برای رسیدن اطلاعات بین نقاط مختلف، حتی با بیش‌ترین سرعت، از عمر عالم طولانی‌تر است. نتیجه این که نقاط مختلف عالم بر اساس نظریه مهبانگ امکان تأثیرگذاری و تأثیرپذیری از یکدیگر را ندارند. حال آن‌که از دیدگاه نظریه تورمی دونقطه‌ای که به نظر با هم هیچ رابطه‌ای ندارند زمانی در ناحیه مرتبط با هم بوده‌اند. در لحظاتی پس از مهبانگ یک میدان اسکالر بسیار پر انرژی همگن و همسانگرد سراسر کیهان را در بر می‌گیرد و باعث انبساط‌نمایی عالم می‌شود ( $e^{60}$ ). افق ذره با سرعتی بیش‌تر از آن چه قبل تصور می‌شد رشد می‌کند و نقاطی که با هم رابطه علی داشته‌اند می‌توانند تا ابعادی فراتر از افق هابل گسترش یابند بدین صورت نواحی و نقاطی که در عالم فعلی در فاصله بسیار زیاد از یکدیگر هستند در زمان اولیه (پیش از تورم) با هم در ارتباط علی بوده‌اند.

مشکل تک-قطبی‌ها: نظریه وحدت بزرگ (Grand Unified Theory) بیان می‌کند که تک‌قطبی‌های مغناطیسی، در جهان اولیه تولید شده‌اند و تولید آن‌ها را نتیجه اتحاد نیروها می‌داند در نتیجه چنین ذراتی در مراحل اولیه عالم با فراوانی بسیار زیادی به وجود آمده‌اند. اما تا اکنون جستجو برای مشاهده تک-قطبی‌ها بی‌نتیجه مانده است. این موضوع مشکل تک-قطبی‌هاست. می‌دانیم که چگالی به سرعت با انبساط افت پیدا می‌کند حال در حین تورم شعاع جهان به صورت نمایی به شدت زیاد شده حدود  $10^{30 \sim 60}$  در نتیجه چگالی آن‌ها بسیار کاهش یافته و می‌توانیم اطمینان داشته باشیم به دلیل رقیق بودن، این ذرات اکنون قابل مشاهده نیستند. تورم کیهانی مربوط به انبساط اولیه جهان با سرعتی بسیار زیاد است. دوره تورمی از  $10^{-35}$  تا  $10^{-32}$  ثانیه پس از مهبانگ رخ داده است. وجود دوره تورم در ابتدای عالم مشکلات کیهان‌شناسی مهبانگ را حل می‌کند.

این امکان به صورت نظری وجود دارد که ما در یک شامه قرار گرفته باشیم. این نوع نگرش پیامدهای قابل توجهی در علم کیهان‌شناسی ایجاد می‌کند. در این سناریو، که در ابتدا محصول نظریه ریسمان است، گرانش یا مدهای ریسمان بسته قابلیت انتقال در همه حجم فضا را دارند. در صورتی که مدل استاندارد ذرات یا همان میدان‌های مادی که به مدهای

ریسمان باز مربوط می‌شوند، محدود به شامه یا ابرسطحی با یک بعد پایین‌تر هستند. در تصویر جهان شامه‌ای کنش مربوطه شامل جمله‌های جدیدی است که در نتیجه آن هم معادله اینشتین تصحیح می‌شود و هم معادلات اختلالی ناشی از آن، جملات جدیدی را در برمی‌گیرند. یک روش آزمایش این نظریه مطابقت دادن نتایج حاصل از تغییرات نظری که در معادلات ایجاد می‌شود با شواهد رصدی بدست آمده از ماهواره‌های تحقیقاتی است. یک حالت خاص از این نظریه که در علم کیهان‌شناسی بررسی می‌شود وجود ابعاد بالاتر از ۴ بعد است و در این مدل‌ها فرض می‌شود که ما در یک کیهان ۵ بعدی قرار گرفته‌ایم و البته کیهان قابل مشاهده ما روی یک ابر سطح ۴ بعدی یا همان شامه قرار گرفته است [2]. قبول کردن این فرض باعث ایجاد تصحیحاتی در معادله فریدمان می‌شود که لازم به ذکر است تصحیح وارد شده در کار ما بصورت  $(1 + \frac{\rho_\phi}{2t})$  در سمت راست معادله اول فریدمان است. اثرات تختی و همگنی قبل و بعد از تورم پا برجا بوده است بنا براین مطالعه ما در جهانی با متریک فریدمان-رابرسون-واکر (FRW) صورت خواهد گرفت:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) \delta_{ij} dx^i dx^j$$

که در متریک بالا  $a$  فاکتور مقیاس است که برای هر مدلی از تورم به صورت متفاوتی تعریف می‌شود. به عنوان مثال: تورم قانون-توانی بصورت  $a(t) = t^q$  و تورم معمولی  $a(t) = \exp(Ht)$  و در تورم میانی-لگاریتمی برای  $t > 1$  به صورت زیر تعریف می‌شود: [۲-۴]

$$a(t) = \exp(A(\ln t)^\lambda) \text{ و } \lambda > 1$$

در دوره تورم انبساط شتابدار به منظور رفع نواقص مدل مه‌بانگ، به وسیله میدان اینفلاتون (کوانتای میدان تورم) با فشار منفی به وجود می‌آید. معادله حالت اینفلاتون بصورت  $P \cong -\rho$  است که منجر به یک فضا-زمان دوسپته با فاکتور مقیاس  $a(t) = \exp(Ht)$  می‌شود. در این رابطه  $H$  مربوط به فضای دوسپته همان ثابت هابل است. نگرش دیگری به این فضا وجود دارد، جایی که فضا را به صورت شبه دوسپته در نظر می‌گیرند و پارامتر هابل را به صورت تابعی از زمان در نظر می‌گیرند. از آن جمله می‌توان به تورم میانی-لگاریتمی با فاکتور مقیاس به شکل بالا اشاره کرد. این مدل در حد  $\lambda = 1$  به مدل قانون-توانی تبدیل می‌شود. این نگرش در برخی مدل‌های اسکالر-تانسوری قابل کاربرد است [۵]. از طرفی این سناریو با اعمال شرایط کلی تضعیفی بر روی مدل‌های کیهان‌شناسی با شتاب بی‌نهایت قابل بررسی است [۵] پتانسیل مؤثر مدل میانی-لگاریتمی در مدل‌های انرژی تاریک، ابرگرانش و نظریه‌های کلازو-کلاین و ابر ریسمان استفاده می‌شود [۶] در مرجع [۵]، تعداد ۸ جواب برای فاکتور مقیاس مجانبی مربوط به دینامیک کیهانی به دست آمده است. ۳ مورد از این جواب‌ها مربوط به تحول غیرتورمی هستند. سه تای دیگر مربوط به تورم دوسپته، قانون توانی و میانی هستند. دو تای آخر در حالت حدی با فاکتور مقیاس میانی-لگاریتمی بیان می‌شوند.

در ادامه مقاله با استفاده از معادلات فریدمان، معادلات پیوستگی اعمال شروط غلتش آرام و تحول میانی-لگاریتمی فاکتور مقیاس معادله حرکت را برای مدل کانونیک بررسی خواهیم کرد. و در بخش دیگر مقاله با استفاده از معادله حرکت به دست آمده، پارامترهای غلتش آرام برحسب میدان کانونیک بیان شده است.

**مدل کانونیک:** مدل تورم کانونیک در فضای FRW به کمک یک سیال توصیف می‌شود که تانسور انرژی-تکانه آن به صورت  $T_\nu^\mu = \text{diag}(-\rho_\phi, p_\phi, p_\phi, p_\phi, p_\phi)$  است که  $p_\phi$  فشار بر حسب میدان  $\phi$  است و  $\rho_\phi$  پارامتر چگالی انرژی بر حسب میدان  $\phi$  است.  $\phi$  نیز میدان کانونیک مورد نظر است. فشار و چگالی انرژی به صورت زیر نوشته می‌شوند: [۴]

$$\rho_\varphi = T_{00} = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \quad (۱)$$

$$p_\varphi = \frac{1}{3} T_i^i = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \quad (۲)$$

$V(\varphi)$  پتانسیل برحسب میدان  $\varphi$  است. معادله فریدمان برای میدان کانونیک بر روی شامه در یک فضای تخت FRW به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_{pl}^2} \rho_\varphi \left(1 + \frac{\rho_\varphi}{2\tau}\right), \rho_\varphi \gg \tau \quad (۳)$$

و معادله حرکت:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \quad (۴)$$

با استفاده از رابطه (۴) و اعمال محدودیت‌های زیر، که جزء شرایط غلتش آرام در تورم است می‌توان رابطه  $\dot{\varphi}$  و پتانسیل کانونیک  $V(t)$  را به دست آورد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi}^2 \ll V \\ \ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi} \end{array} \right.$$

$$\dot{\varphi} = \sqrt{-\frac{\dot{V}}{3H}} \quad (۵)$$

$$V(t) = \sqrt{\tau} 6HM_{pl}^2 \quad (۶)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$t = \left(\frac{8\lambda}{3} M_{pl}^2 \varphi\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (۷)$$

$$N(\varphi) = \int_{t_1}^{t_2} H dt \quad (۱۵)$$

پارامترهای غلتش آرام برای مدل کانونیک روی شامه به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\eta = \frac{1}{2H} \left[ -\frac{\ddot{V}}{\dot{V}} + \frac{\dot{H}}{H} + \frac{\dot{V}}{V} \right] = \frac{1}{2H} \left[ \frac{\lambda-1}{t \ln t} \right] \quad (۸)$$

$$\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{(\ln t)^{\lambda-1}}{A\lambda} \quad (۹)$$

با استفاده از تقریب:  $\frac{\lambda-1}{\ln t} \ll 1$  و با توجه به روابط و نتایج به دست آمده می‌توان پارامترهای اختلال را برای میدان کانونیک به دست آورد. اندیس طیف توانی برای این مدل به صورت زیر خواهد بود: [۷]

$$n_s - 1 = -6\varepsilon + 2\eta \quad (۱۰)$$

نسبت طیف تانسوری اختلالات به طیف اسکالر به صورت زیر است:

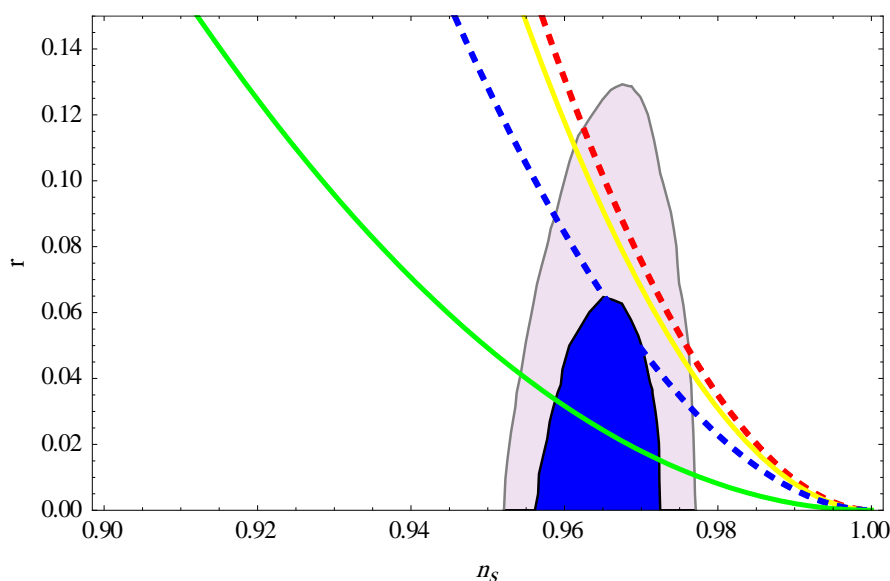
$$r = \frac{\lambda}{v} \varepsilon \quad (11)$$

پایداری دامنه اختلالات به صورت زیر قابل محاسبه است: [۷]

$$n_{\text{run}} = \frac{2}{H} (-3\dot{\varepsilon} + \dot{\eta}) = \frac{6(1-\lambda)}{A^2 \lambda^2 (\text{Int})^{2\lambda-1}} \quad (12)$$

### بحث عددی

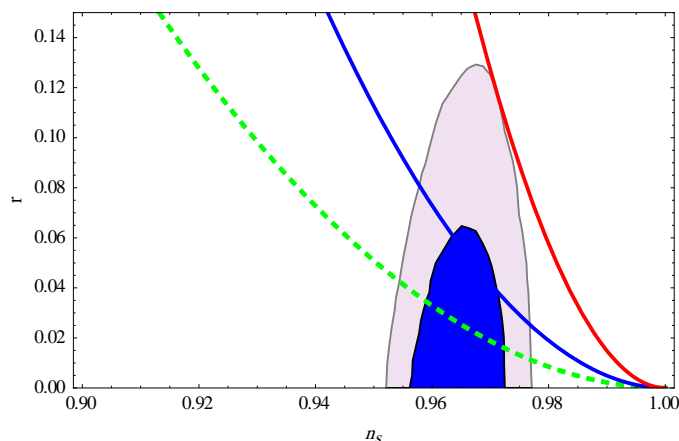
در ادامه مدل مورد نظر و نتایج حاصل از محاسبات با داده‌های رصدی ماهواره پلانک مقید شده‌اند [۹] با استفاده از نتایج بالا و با استفاده از روش‌های آماری می‌توان مقادیری برای ثابت‌های مدل  $(\lambda, A)$  به دست آورد که بیش‌ترین هم‌خوانی را با مشاهدات داشته باشد. در شکل (۱) مقادیر دلخواهی برای  $\lambda$  و  $A$  در نظر گرفته شده است.



شکل (۱)

شکل (۱)، قسمت‌های آبی و صورتی رنگ در شکل بالا از نتایج حاصل از آنالیز مشاهداتی مقاله پلانک قرض گرفته شده. ناحیه کوچک‌تر  $1\sigma$  و ناحیه بزرگ‌تر  $2\sigma$  است. منحنی‌های رسم شده مربوط به مدل بررسی شده در این مقاله هستند. مقادیری برای ثابت‌های مدل میانجی-لگاریتمی  $(\lambda, A)$  در نظر گرفته شده است که در محدوده تطابق با نتایج پلانک هستند. این مقادیر به ترتیب برای خطوط قرمز، زرد، آبی و سبز عبارتند از  $(30, 4 \times 10^{-12})$ ،  $(40, 10^{-15})$ ،  $(20, 3 \times 10^{-6})$  و  $(50, 5 \times 10^{-4})$  [۹].

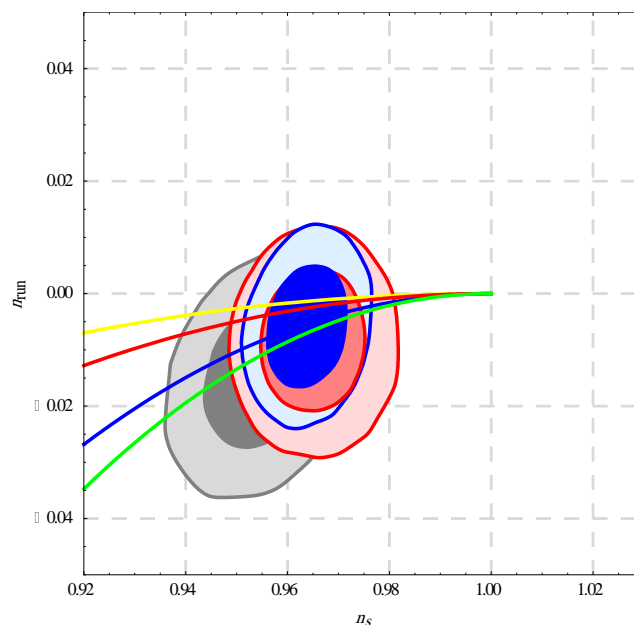
شکل (۱) تطابق مدل ما با نتایج ماهواره‌ی پلانک به ازای مقادیر خاص  $(\lambda, A)$  قابل مشاهده است. در شکل (۲) خط قرمز خارج شده از محدوده مشاهداتی پلانک برای ترکیب  $(\lambda, A)$  به صورت  $(70, 10^{-34})$  می‌باشد و برای مقادیر  $\lambda$  بزرگ‌تر از ۷۰ مدل ما خارج محدوده مشاهداتی قرار می‌گیرد. می‌توان با کاهش پارامتر  $A$  منحنی خارج شده را وارد محدوده مشاهداتی پلانک کرد.



شکل (۲)

در شکل (۲)، قسمت‌های آبی و صورتی رنگ در شکل بالا از نتایج حاصل از آنالیز مشاهداتی مقاله پلانک قرض گرفته شده. ناحیه کوچک‌تر  $1\sigma$  و ناحیه بزرگ‌تر  $2\sigma$  است. منحنی‌های رسم شده مربوط به مدل بررسی شده در این مقاله هستند. مقادیری برای ثابت‌های مدل میانی-لگاریتمی  $(\lambda, A)$  در نظر گرفته شده است که در محدوده تطابق با نتایج پلانک هستند. این مقادیر برای ثابت‌های مدل  $(\lambda, A)$  در نظر گرفته شده است به ترتیب برای خطوط سبز، آبی و قرمز عبارتند از  $(30, 12 \times 10^{-3})$ ،  $(40, 4 \times 10^{-12})$  و  $(70, 10^{-34})$  [۹].

در شکل (۳)  $n_{run}$  (نرخ تغییرات  $n_s$  به لگاریتم عدد موج) برحسب  $n_s$  رسم شده است، خطوط منحنی به ازای مقادیری برای ثابت‌های مدل  $(\lambda, A)$  به سمت منفی‌ها تمایل پیدا کرده است.



شکل (۳)

در شکل (۳)، مقادیری برای ثابت‌های مدل  $(\lambda, A)$  در نظر گرفته شده است، به ترتیب برای خطوط زرد، آبی، قرمز و سبز عبارتند از  $(20, 6 \times 10^{-9})$ ،  $(30, 4 \times 10^{-3})$ ،  $(40, 2 \times 10^{-20})$  و  $(50, 3 \times 10^{-9})$  که با مشاهدات پلانک همخوانی مناسبی دارد منحنی‌ها مقید شده‌اند در محدوده ۶۸٪ و ۹۵٪ داده‌های مشاهده‌ای توسط ماهواره پلانک قرار دارند [۹].

### نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی تورم میانی-لگاریتمی میدان‌های کانونیک روی شامه پرداخته شده است. با استفاده از معادله فریدمان و پیوستگی، معادله تحول میدان و شکل پتانسیل برای مدل مورد نظر بیان شده است. در ادامه پارامترهای غلتش آرام محاسبه شده و در آخر با انجام محاسبات و تطبیق عددی نتایج به دست آمده، نسبت به اطلاعات ماهواره پلانک، پارامتر نسبت طیف تانسوری به اسکالر  $r < 0.11$  و اندیس طیف توان  $0.95 \leq n_s \leq 0.98$  مقید شده‌اند. در مدل‌های مختلف تورمی به دست آمدن شتاب مثبت در دوره‌ای کوتاه در ابتدای عالم مشکلات مدل مهبانگ را برطرف می‌کند. در مدل میدان‌های کانونیک شتاب مثبت در تقریب کند - تغییر حاصل می‌شود در نتیجه مشکلات مهبانگ علی‌الاصول قابل حل است. از طرفی بررسی‌های انجام شده بر روی اختلالات تابش زمینه در مشاهدات پلانک (که به تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس مربوط است) به اختلالات خطی مدل تورمی مربوط است. یکی از راه‌های بررسی ارزش مدل‌های تورمی مقایسه نتایج اختلالی آن با نتایج حاصل از رصد است. همان طور که در بحث عددی بیان شد به ازای برخی مقادیر مقید شده پارامترهای مدل نتایج مدل کانونیک میانی-لگاریتمی با نتایج رصدی در تطابق است که این نکته ارجحیت این مدل نسبت به مدل‌های قدیمی‌تر که به کمک همین نتایج پلانک رد شده‌اند را نشان می‌دهد.

با توجه به شکل‌های (۱)، (۲) مدل کانونیک روی شامه به ازای  $(\lambda, A)$  های مختلفی مقادیر محدود حاصل از آزمایشگاه رصدی (۳)  $r < 0.11$  و  $0.95 \leq n_s \leq 0.98$  را برای پارامترهای اختلالی برآورده می‌کنند و همچنین با توجه به شکل (۳) به ازای همان  $(\lambda, A)$  ها، پایداری دامنه اختلالات  $-0.01 \leq n_{\text{run}} \leq 0.001$  مقید شده است.

### منابع

1. L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 4690, (1999), arXiv: [hep-th/9906064]
2. A. Guth, Phys. Rev. D 23, 347, (1981); A. Albrecht and P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. 48, 1220, (1982); A complete description of inflationary scenarios can be found in the book by A. Linde, "Particle physics and inflationary cosmology," (Gordon and Breach, New York, (1990).
3. Islam, J.N. "An Introduction To Mathematical Cosmology," 2nd edn, Cambridge University. (2004).
4. A. Ravanpak and F. Salmeh, "Logamediate Inflation by Tachyon Field". arXiv:1503.06231v1 [gr-qc] 20 Mar 2015.
5. J. D. Barrow, Class. Quantum Grav. 13, 2965 (1996). J. D. Barrow, Phys. Rev. D 51, 2729 (1995).

6. P. J. E. Peebles and B. Ratra, Rev. Mod. Phys. 75, 559 (2003). P. G. Ferreira and M. Joyce, Phys. Rev. D 58, 023503 (1998).
7. Argha Banerjee "Inflation in Brane World Gravity" arXiv:[1512.08166v1](27 Dec 2015)
8. M. R. Setare and V. Kamali, Phys. Rev D 87 ,083524 (2013) .
9. P. A. R. Ade et al. (Planck), (2015), arXiv:[1502.02114].