

# بهره‌انرژی الکترون در کانال یونی لیزری تحت تأثیر پتانسیل بار فضایی و میدان‌های مغناطیسی ویگلر مارپیچی و یکنواخت خارجی

آمنه کارگریان\*

پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای

پذیرش: ۹۸/۹/۲۰

دریافت: ۹۸/۲/۲۱

## چکیده

در این مقاله بهره‌انرژی الکترون و دینامیک نسبیتی آن در یک کانال یونی تشکیل شده در اثر عبور پالس لیزر تحت تأثیر پتانسیل بار فضایی کانال یونی و موج پلاسمایی در حضور میدان‌های مغناطیسی ویگلر مارپیچی و یکنواخت خارجی به صورت تحلیلی بررسی شده است. معادلات در نظر گرفته شده برای بررسی دینامیک الکترون، معادلات نیروی لورنتس سه‌بعدی می‌باشند. برای تحلیل عددی معادلات به دست آمده، از یک کد تک‌ذره‌نسبیتی سه‌بعدی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند بهره‌انرژی الکترون و مسیر حرکت آن در کانال به طور قابل توجهی تحت تأثیر بار فضایی یون و ویگلر مارپیچی و هم‌چنین میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی قرار می‌گیرند. نتایج به دست آمده در این مقاله می‌تواند در انتخاب پارامترهای مناسب برای طراحی شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی حائز اهمیت باشند.

واژه‌گان کلیدی: بهره‌انرژی الکترون، دینامیک نسبیتی، میدان مغناطیسی ویگلر مارپیچی، کانال یونی

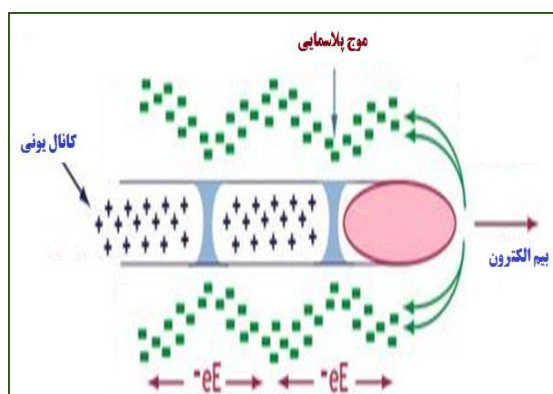
## مقدمه

اساس کار شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی، شتاب ذرات در اثر اندرکنش ذرات پلاسما با موج ایجاد شده در پلاسما در اثر عبور یک پالس لیزری قوی و یا یک بیم ذرات پرانرژی است. پالس لیزر با وارد کردن نیروی گرانشی<sup>۱</sup> به ذرات پلاسما، باعث ایجاد اختلال در چگالی پلاسما می‌شود. بنابراین ردی از امواج طولی در پلاسما و پشت پالس لیزر برانگیخته می‌شود که موج ردپا<sup>۲</sup> نامیده می‌شود و با سرعت فازی برابر سرعت گروه امواج الکترومغناطیسی در پلاسما حرکت می‌کند [۱،۲]. در شدت‌های نسبیتی لیزر دامنه این میدان طولی می‌تواند به دامنه شکست موج برسد. در این دامنه جمعیت قابل توجهی از الکترون‌ها می‌توانند تا انرژی‌های بالا شتاب بگیرند [۳،۴]. یک موج پلاسمایی می‌تواند در اثر عبور یک بیم از ذرات پرانرژی از درون پلاسما نیز ایجاد شود. در این حالت میدان بیم، الکترون‌های پلاسما را که سبک‌تر از یون‌ها می‌باشند از مرکز دور می‌کند و یک کانال یونی در مرکز شکل می‌گیرد [۵] و سپس موج پلاسمایی در اثر نیروی جدایی بار ناشی از بیم ایجاد می‌شود (شکل ۱).

\*نویسنده مسئول: akargarian@aeoi.org.ir

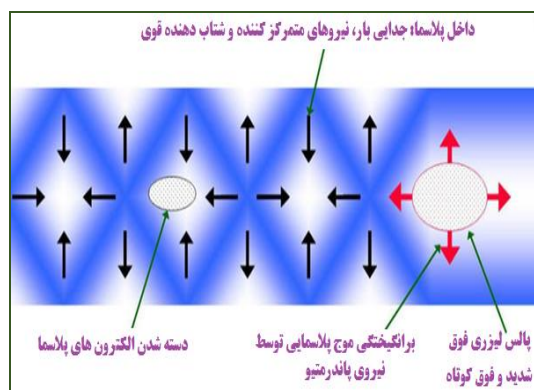
<sup>1</sup> Pondermotive Force

<sup>2</sup> Wake Field



شکل ۱: تشکیل موج پلاسمایی در اثر عبور بیم الکترونی قوی از محیط پلازما

در برهم‌کنش پالس لیزری با پلازما مکانیسم تشکیل کانال یونی کاملاً متفاوت می‌باشد. مکانیسم در شکل ۲ نشان داده شده است. مؤلفه شعاعی نیروی گرانیوی، الکترون‌های پلازما را به خارج از مرکز هدایت کرده و در نتیجه کانال یونی شکل می‌گیرد و مؤلفه محوری نیروی گرانیوی الکترون‌های پلازما را بانج کرده و یک موج پلاسمایی در عقب پالس لیزری ایجاد می‌شود.



شکل ۲: تشکیل موج پلاسمایی در اثر عبور پالس لیزر

در سال‌های اخیر بررسی‌های زیادی بر روی بهره‌انرژی الکترون در کانال یونی پلازما انجام شده است و فاکتورهای مؤثر بر روی بهره‌انرژی الکترون و رفتار آن در حین عبور از کانال یونی و تحت تأثیر بار فضایی یون بررسی شده‌اند [۶-۱۵]. در این مقاله اثرات هم‌زمان پتانسیل بار فضایی یون، موج پلاسمایی، میدان مغناطیسی ویگلر مارپیچی و میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت بر روی میزان بهره‌انرژی الکترون و مسیر حرکت آن در کانال یونی بررسی شده است. در بخش دوم مقاله، معادلات مربوط به حرکت الکترون نسبتی در حضور ویگلر مارپیچی، میدان مغناطیسی یکنواخت

خارجی، موج پلاسمایی و بار فضایی یون به دست آورده شده‌اند و بخش سوم به تحلیل عددی، بحث و نتیجه‌گیری اختصاص داده شده است.

### تحلیل نسبیتی دینامیک الکترون در کانال یونی

در پلاسمای رقیق، با توجه به چگالی محیط، پس از یونش، چگالی الکترونی بسیار پایین‌تر از چگالی بحرانی  $n_c = (\epsilon_0 m_e \omega_L^2 / e^2)^{1/2}$  است. هنگامی که این نوع پلازما در معرض پالس‌های لیزری قوی از مرتبه  $I \geq 10^{18} \text{ W/cm}^2$  قرار می‌گیرد، پلاسمای نسبیتی ایجاد می‌شود. معادلات حاکم بر حرکت الکترون نسبیتی به صورت زیر هستند:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} + e\nabla\varphi + \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{B}}{C} \quad (1)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{-e}{m_0 C^2} (\mathbf{E} - \nabla\varphi) \cdot \mathbf{V} \quad (2)$$

که در این رابطه  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_\omega$  است جایی که  $\mathbf{B}_1 = B_0 \hat{z}$  میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت و میدان ویگلر ماریچی به صورت  $\mathbf{B}_\omega = B_\omega (\sin(2\pi z / \lambda_\omega) \hat{x} + \cos(2\pi z / \lambda_\omega) \hat{y})$  می‌باشد. پتانسیل بار فضایی یون نیز به صورت  $\varphi = \varphi_0 (1 - (x^2 + y^2) / r_0^2)$  در نظر گرفته شده است.

میدان الکتریکی موج پلازما را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۱۶]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & \hat{x} A \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{2x}{kr_p^2} \sin(\omega t - kz + \theta) \\ & + \hat{y} A \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{2y}{kr_p^2} \sin(\omega t - kz + \theta) \\ & + \hat{z} A \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \cos(\omega t - kz + \theta) \end{aligned} \quad (3)$$

در این جا  $r_p$  شعاع موج رد پا و  $\theta$  فاز اولیه می‌باشد. با جایگذاری میدان مغناطیسی، بار فضایی یون و میدان الکتریکی موج پلاسمایی در روابط (۱) و (۲) معادلات حاکم بر حرکت الکترون در کانال یونی مغناطیده به دست می‌آیند:

$$\frac{dp_x}{dt} = -eA \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{2x}{kr_p^2} \tag{۴}$$

$$\sin(\omega t - kz + \theta) - e\varphi_0 \frac{2x}{r_0^2} - \frac{eV_y B_0}{c} + \frac{eV_z B_\omega}{c} \cos(2\pi z / \lambda_\omega)$$

$$\frac{dp_y}{dt} = -eA \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{2y}{kr_p^2} \tag{۵}$$

$$\sin(\omega t - kz + \theta) - e\varphi_0 \frac{2y}{r_0^2} - \frac{eV_x B_0}{c} - \frac{eV_z B_\omega}{c} \sin(2\pi z / \lambda_\omega)$$

$$\frac{dp_z}{dt} = -eA \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \times \cos(\omega t - kz + \theta) - \frac{eV_x B_\omega}{c} \cos(2\pi z / \lambda_\omega) + \frac{eV_y B_\omega}{c} \sin(2\pi z / \lambda_\omega) \tag{۶}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{-eA v_z}{m_0 c^2} \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \cos(\omega t - kz + \theta) \\ &- \frac{eA v_x}{m_0 c^2} \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{2x}{kr_p^2} \sin(\omega t - kz + \theta) \\ &- \frac{eA v_y}{m_0 c^2} \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{2y}{kr_p^2} \sin(\omega t - kz + \theta) \\ &- e\varphi_0 \frac{2xv_x}{m_0 c^2 r_0^2} - e\varphi_0 \frac{2yv_y}{m_0 c^2 r_0^2} \end{aligned} \tag{۷}$$

که در اینجا فاکتور نسبیتی  $\gamma$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\gamma = (1 + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{m_0^2 c^2}) \tag{۸}$$

به منظور تبدیل معادلات تحلیلی بالا به فرم ساده تر پارامترهای بدون بعد را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x' = kx, \quad t' = \omega t, \quad k' = kc / \omega, \quad a_p = eA / m_0 \omega c, \quad z' = kz, \quad r_1^2 = k^2 r_0^2, \quad r_2^2 = k^2 r_p^2, \quad \varphi'_0 = e\varphi_0 / m_0 c^2, \quad \omega_c = eB_0 / m_0 \omega c, \quad \chi_\omega = eB_\omega / m_0 \omega c, \quad \mathbf{p}' = \mathbf{p} / mc.$$

با استفاده از این پارامترها روابط (۴) تا (۷) به صورت زیر تبدیل به روابط بدون بعد خواهند شد:

$$\begin{aligned} \frac{dp'_x}{dt'} &= -a_p \exp(-(x'^2 + y'^2) / r_2^2) \frac{2x'}{kr_2^2} \\ \sin(t' - z' + \theta) - k' \varphi'_0 \frac{2x'}{r_1^2} + \frac{ep'_y \omega_c}{\gamma} + \frac{ep'_z \chi_\omega}{\gamma} \cos(k_\omega z') \end{aligned} \tag{۹}$$

$$\frac{dp'_y}{dt'} = -a_p \exp(-(x'^2 + y'^2) / r_2^2) \frac{2x'}{kr_2^2} \quad (10)$$

$$\sin(t' - z' + \theta) - k' \varphi'_0 \frac{2y'}{r_1^2} - \frac{ep'_x \omega_c}{\gamma} - \frac{ep'_z \chi \omega}{\gamma} \sin(k_\omega z')$$

$$\frac{dp'_z}{dt'} = -a_p \exp(-(x'^2 + y'^2) / r_2^2) \cos(t' - z' + \theta) \quad (11)$$

$$- \frac{ep'_x \chi \omega}{\gamma} \cos(k_\omega z') + \frac{ep'_y \chi \omega}{\gamma} \sin(k_\omega z')$$

$$\frac{d\gamma}{dt'} = \frac{-a_p p'_z}{\gamma} \exp(-(x'^2 + y'^2) / r_2^2) \frac{2x'}{kr_2^2} \quad (12)$$

$$\cos(t' - z' + \theta) - \frac{a_p}{\gamma} p'_x \exp(-(x'^2 + y'^2) / r_2^2)$$

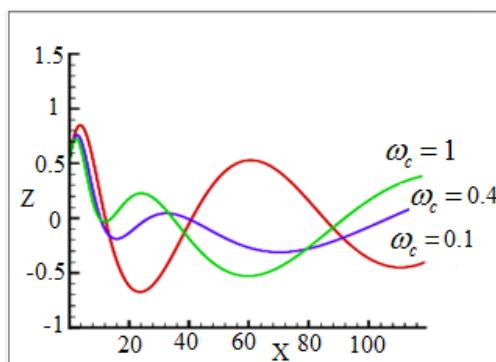
$$\sin(t' - z' + \theta) - \frac{a_p}{\gamma} p'_y \exp(-(x'^2 + y'^2) / r_2^2)$$

$$\sin(t' - z' + \theta) - k' \varphi'_0 \frac{2p'_x x'}{\gamma r_1^2} - k' \varphi'_0 \frac{2p'_y y'}{\gamma r_1^2}$$

این روابط تحلیلی بی‌بعد با استفاده از روش‌های عددی قابل تجزیه و تحلیل می‌باشند که در بخش بعدی مقاله با استفاده از این معادلات و به کمک روش‌های عددی و شبیه‌سازی به بررسی دینامیک الکترون پرداخته‌ایم.

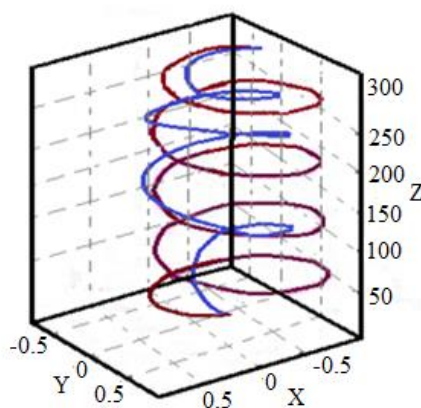
### نتایج عددی

در این بخش برای تحلیل رفتار الکترون تحت تأثیر بار فضایی یون و میدان مغناطیسی ویگلر ماریچی و یکنواخت خارجی با استفاده از معادلات به‌دست آمده در بخش قبل، از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار و کد تک ذره نسبیتی سه بعدی استفاده شده است. این معادلات برای پارامترهای مشخص  $\varphi_0 = 0.5$ ,  $k = 1.04$ ,  $\theta = \pi/2$ ,  $a_p = 0.85$  که در واقع شرایط اولیه در نظر گرفته شده برای بررسی مسئله مورد نظر می‌باشند، حل شده‌اند. همان‌گونه که در بخش قبل اشاره شده است، تمامی متغیرهای استفاده شده به پارامترها مشخصه سیستم یعنی پارامترهای لیزر و پلاسما بی‌بعد شده‌اند. نتایج ارائه شده با در نظر گرفتن لیزر با شدت  $I = 2.3 \times 10^{18} \text{ W/cm}^2$ ، طول موج  $\lambda_L = 1.7 \mu\text{m}$  و فرکانس  $\omega = 1.1 \times 10^{15}$  می‌باشد. در شکل ۳ اثرات میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت بر روی مسیر نوسان الکترون در کانال یونی برای دامنه میدان ویگلری  $\chi_\omega = 0.3$  (معادل با میدان  $B_\omega \approx 1.8 \text{ MG}$ ) و مکان اولیه  $x_0 = 0.5$  نشان داده شده است. مطابق شکل دامنه نوسانات الکترون در  $\omega_c = 1.0$  کم‌تر از  $\omega_c = 0.1$  و  $\omega_c = 0.4$  است. همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش دامنه میدان مغناطیسی یکنواخت مسیر الکترون فشرده‌تر می‌شود. به عبارتی دیگر دامنه نوسانات الکترون متناسب با معکوس شدت میدان مغناطیسی می‌باشد.



شکل ۳. مسیر نوسان الکترون در کانال یونی برای مقادیر متفاوت بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی در  $\chi_\omega = 0.3$

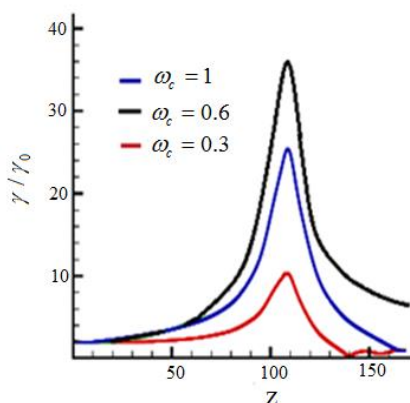
شکل ۴ نمای سه بعدی مسیر الکترون در حضور میدان مغناطیسی ویگلر مارپیچی ( $\chi_\omega = 0.5$ ) و عدم حضور ویگلر را نشان می‌دهد. الکترون حول مسیر انتشار لیزر (محور z) حرکت کرده و انرژی لیزر را جذب می‌کند. پارامترهای اولیه به صورت  $\varphi_0 = 0.5$  و  $k = 1.04$ ،  $\omega_c = 0.1$ ،  $a_p = 0.85$ ،  $x_0 = -0.4$ ،  $y_0 = 0$ ،  $z_0 = 0$ ، میدان متناظر با موج پلاسمایی باعث می‌شود نوسانات الکترون شکل سینوسی و متقارن خود را از دست بدهند. همان گونه که مشاهده می‌شود میدان مغناطیسی ویگلر باعث یکنواختی بیش تر نوسانات حرکت ذره در طی انتشار آن می‌شود.



شکل ۴. نمای سه بعدی مسیر الکترون در حضور میدان مغناطیسی ویگلر (نمودار قرمز رنگ) و عدم حضور ویگلر (نمودار آبی رنگ). پارامترهای اولیه بصورت  $\omega_c = 0.1$ ،  $a_p = 0.85$ ،  $x_0 = -0.4$ ،  $y_0 = 0$ ،  $z_0 = 0$ ،  $k = 1.04$  و  $\varphi_0 = 0.5$  می‌باشند.

برای بررسی اثرات میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت بر روی بهره انرژی الکترون در کانال یونی پارامتر  $\psi = \gamma / \gamma_0$  را معرفی می‌کنیم که نسبت انرژی الکترون در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی به عدم حضور میدان را نشان می‌دهد. در شکل ۵ نمودار  $\psi$  بر حسب مقادیر مختلف  $\omega_c$  رسم شده است. نمودارها برای مقادیر  $\omega_c = 0.3$  تا  $\omega_c = 1$  نشان داده شده‌اند. به طور کلی با افزایش  $z$  نمودارها به مقدار بیشینه خود رسیده و سپس کاهش می‌یابند.

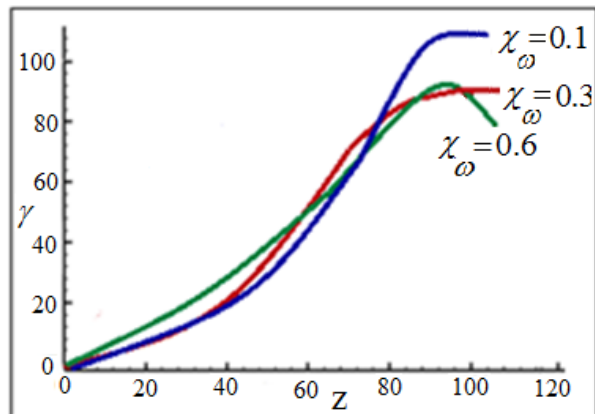
بنابراین یک مقدار بهینه برای شدت میدان مغناطیسی یکنواخت وجود دارد. با تغییر میدان مغناطیسی مقدار بیشینه  $\gamma$  نیز تغییر می‌کند و مقدار این بیشینه‌ها برای هر سه نمودار در یک  $z$  اتفاق می‌افتد. نمودارهای رسم شده نشان می‌دهند مقدار  $\gamma$  بزرگ‌تر از یک می‌باشد، بنابراین در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی، انرژی الکترون افزایش می‌یابد. در یک دامنه ثابت میدان مغناطیسی خارجی، با افزایش سرعت الکترون در اثر اندرکنش با موج پلاسما، الکترون تا زمانی که در فاز مناسب نسبت به موج پلاسمایی قرار دارد می‌تواند از میدان متناظر با آن انرژی کسب کرده و با رسیدن به قله موج پلاسمایی به بیشینه انرژی خود می‌رسد. پس از آن با قرار گرفتن در فاز مخالف نسبت به موج انرژی خود را از دست می‌دهد [۱۷] و این روند تکرار می‌شود. اندازه فاصله طولی که بیشینه انرژی الکترون در آن اتفاق می‌افتد (به عنوان مثال حدود  $z = 100$ )، بستگی به پارامترهای اولیه در نظر گرفته شده و به ویژه فرکانس موج پلاسمایی ایجاد شده در اثر نیروی پاندرمتیو لیزری دارد. با افزایش دامنه میدان مغناطیسی (تا مقدار  $\omega_c = 0.6$ ) و در نتیجه افزایش فرکانس سیکلوترونی تا زمانی که این فرکانس در ناحیه فرکانسی مناسب (در مقایسه با فرکانس متناظر با نیروی پاندرمتیو که عامل ایجاد موج پلاسمایی است) قرار داشته باشد، ماکسیمم انرژی الکترون افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد [۱۸].



شکل ۵. بهره انرژی الکترون در کانال یونی برای مقادیر متفاوت بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی

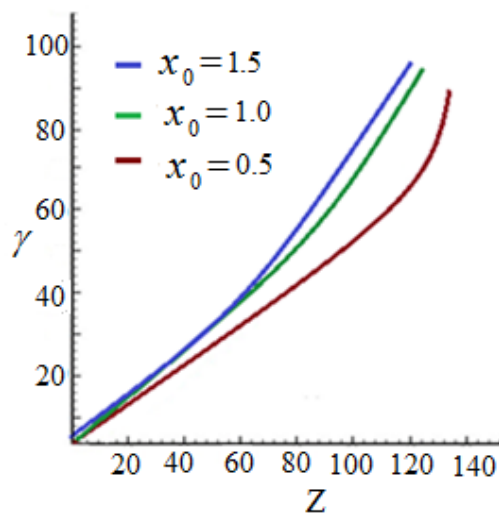
برای بررسی اثرات میدان مغناطیسی ویگلر در شتاب‌دهی الکترون، نمودار انرژی الکترون براساس تغییرات بزرگی میدان مغناطیسی ویگلر ماریچی در شکل ۶ نشان داده شده است. پارامترهای اولیه به صورت  $x_0 = 0.5$ ،  $a_p = 0.85$ ،  $\omega_c = 0.1$ ،  $k = 1.04$  و  $\varphi_0 = 0.5$  می‌باشند. در این شکل مشاهده می‌شود که در مسافت‌های کوتاه افزایش دامنه میدان ویگلری باعث افزایش انرژی الکترون و در مسافت‌های دورتر این افزایش باعث کاهش انرژی الکترون می‌شود. در مسافت‌های کوتاه حضور ویگلر می‌تواند در شتاب گرفتن الکترون‌ها مؤثر باشد. در واقع هر چقدر دامنه میدان مغناطیسی ویگلری افزایش یابد شتاب الکترون در مسافت‌های کوتاه، افزایش می‌یابد در حالیکه برای  $z$  های بزرگ‌تر این نتیجه برعکس می‌باشد. این امر می‌تواند در طراحی شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی با ابعاد مشخص بسیار حائز اهمیت باشد.

باشد.



شکل ۶. انرژی الکترون برای مقادیر متفاوت بزرگی میدان مغناطیسی ویگلر ماریچی. پارامترهای اولیه به صورت  $\varphi_0 = 0.5$  و  $k = 1.04$ ،  $\omega_c = 0.1$ ،  $a_p = 0.85$ ،  $x_0 = 0.5$  می‌باشند.

برای بررسی اثرات بار فضایی یون بر روی دینامیک الکترون در کانال یونی، نمودار شتاب الکترون در سه موقعیت اولیه آن نسبت به محور کانال یونی را بررسی کردیم. در شکل ۷ نمودار انرژی الکترون برای مقادیر بهینه  $\omega_c = 0.6$  و  $\chi_\omega = 0.3$  در فواصل عمودی مختلف از محور کانال نشان داده شده است. با توجه به این شکل با افزایش  $x_0$  انرژی الکترون افزایش می‌یابد. به عبارتی دیگر انرژی به دست آمده توسط الکترون در فواصل دورتر از مرکز کانال بیشتر می‌باشد که این به دلیل افزایش تاثیرات بار فضایی یون می‌باشد که در فواصل دورتر از محور  $z$  بیشتر است.



شکل ۷. نمودار انرژی الکترون برای  $\omega_c = 0.6$  و  $\chi_\omega = 0.3$  در فواصل عمودی مختلف از محور کانال



## نتیجه‌گیری

در این مقاله بهره انرژی الکترون و دینامیک نسبیتی آن در یک کانال یونی تشکیل شده در اثر عبور پالس لیزر قوی از درون پلاسما، با در نظر گرفتن اثرات مربوط به پتانسیل بار فضایی کانال و در حضور ویگلر مارپیچی و یک میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت مورد بررسی قرار گرفته است. الکترون در کانال یونی ایجاد شده، حول مسیر انتشار لیزر حرکت کرده و انرژی لیزر را جذب می‌کند. میدان متناظر با موج پلاسمایی باعث می‌شود نوسانات الکترون شکل سینوسی و متقارن خود را از دست بدهند و حضور میدان مغناطیسی ویگلر باعث یکنواختی بیش‌تر نوسانات حرکت ذره در طی انتشار آن می‌شود. نمودار بهره انرژی الکترون نشان می‌دهد افزایش میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی تا یک مقدار بهینه موجب افزایش انرژی الکترون و پس از آن باعث کاهش بهره انرژی الکترون می‌شود. همچنین نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که پتانسیل با افزایش فاصله عمودی از محور کانال به دلیل افزایش اثرات پتانسیل بار فضایی یون انرژی الکترون افزایش می‌یابد. علاوه بر این، در مسافت‌های محوری کوتاه افزایش دامنه میدان ویگلری باعث افزایش انرژی الکترون و در مسافت‌های دورتر این افزایش باعث کاهش انرژی الکترون می‌شود. نتایج به-دست آمده می‌توانند در انتخاب پارامترهای مناسب در طراحی شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی با ابعاد محدود حائز اهمیت باشند.

## منابع

1. Litos M., Adli E., An W., Clarke C. I., et al. "High-efficiency acceleration of an electron beam in a plasma wakefield accelerator", *Nature*, 515 (2014) 92.
2. Schollmeier M., Arefiev A.V., Khudik, V.N., "Enhancement of laser-driven electron acceleration in an ion channel", *Physics of Plasmas*, 21 (2014) 033104.
3. Akhiezer A. I., Polovin R. V., "Theory of wave motion of an electron plasma", *Soviet Phys. JETP*, 3 (1956).
4. Esarey E., Pilloff M., "Trapping and acceleration in nonlinear plasma waves", *Physics of Plasmas*, 2 (1995) 1432-1436.
5. Wang Z., Chang-Jian T., and Xiao-Dong P., "Cherenkov electromagnetic instability excited by an oscillating relativistic electron beam in ion channel", *Physics of Plasmas*, 17 (2010) 083114.
6. Mehdian H., Kargarian A., Hasanbeigi A., "Numerical study of electron acceleration by plasma wave in an ion channel under obliquely applied magnetic field", *Optik* 126 (2015) 3299-3302.

7. Kargarian A., Mehdian H., Hasanbeigi A., "Electron acceleration in an ion channel by a magnetized plasma wave", *Iranian Journal of Physics Research*, 14 (2014)1.
8. Sadegzadeh S., Hasanbeigi A., Mehdian H., Alimohamadi M., "Linear theory of magnetized ion-channel free-electron laser", *Physics of Plasmas* 19 (2012) 023108.
9. Mehdian H., Hasanbeigi A., Jafari S., "Dispersion relation and growth rate in electromagnetically pumped free-electron lasers with ion-channel guiding", *Physics of Plasmas* 15 (2008) 073103.
10. Su D., Tang C.J., "The interaction of electromagnetic wave and plasma wave in an electron beam-ion channel system", *Physics of Plasmas*, 18 (2011) 023104.
11. Hasanbeigi A., Abasirostami S., Mehdian H., "Kinetic description of a wiggler-pumped ion-channel free-electron laser by applying the Einstein coefficient technique", *Journal of Plasma Physics* 79 (2013) 853,
12. Mehdian H., and Jafari S., "A comparison between electron orbits for both an axial magnetic field and an ion-channel guiding in a FEL with an electromagnetic wave wiggler", *Journal of Plasma Physics*, 74 (2008) 187
13. Yang S. P., Zhou Q., Gong Y. B., Tang C. J., "The instability in the radially non-uniform electron beam-ion channel system", *Physics of Plasmas* 22 (2015) 103
14. Ouyang Z., Zhang S. C., "Focusing peculiarities of ion-channel guiding on a relativistic electron beam in a free-electron laser with a three-dimensional wiggler", *Laser Physics*, 24 (2014) 105002
15. Kumar S., Yoon M., "Electron acceleration in a warm magnetized plasma-filled cylindrical waveguide", *Journal of Applied Physics* 104 (2008) 073303
16. Kumar N., Tripathi V. K., "Effect of betatron resonance on plasma wave acceleration of electrons in an ion channel", *Europhysics Letters*, 75 (2006) 260
17. A. Modena et al., "Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves," *Nature*, 377, (2002) 606–608
18. K. Nishikawa M. Wakatani, *Plasma Physics Basic Theory with Fusion Applications*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, Chapter 3: Individual Particle Motion.